

NO: 2507
NOE: 2425

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΑΤΡΩΝ
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ & ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ



ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ

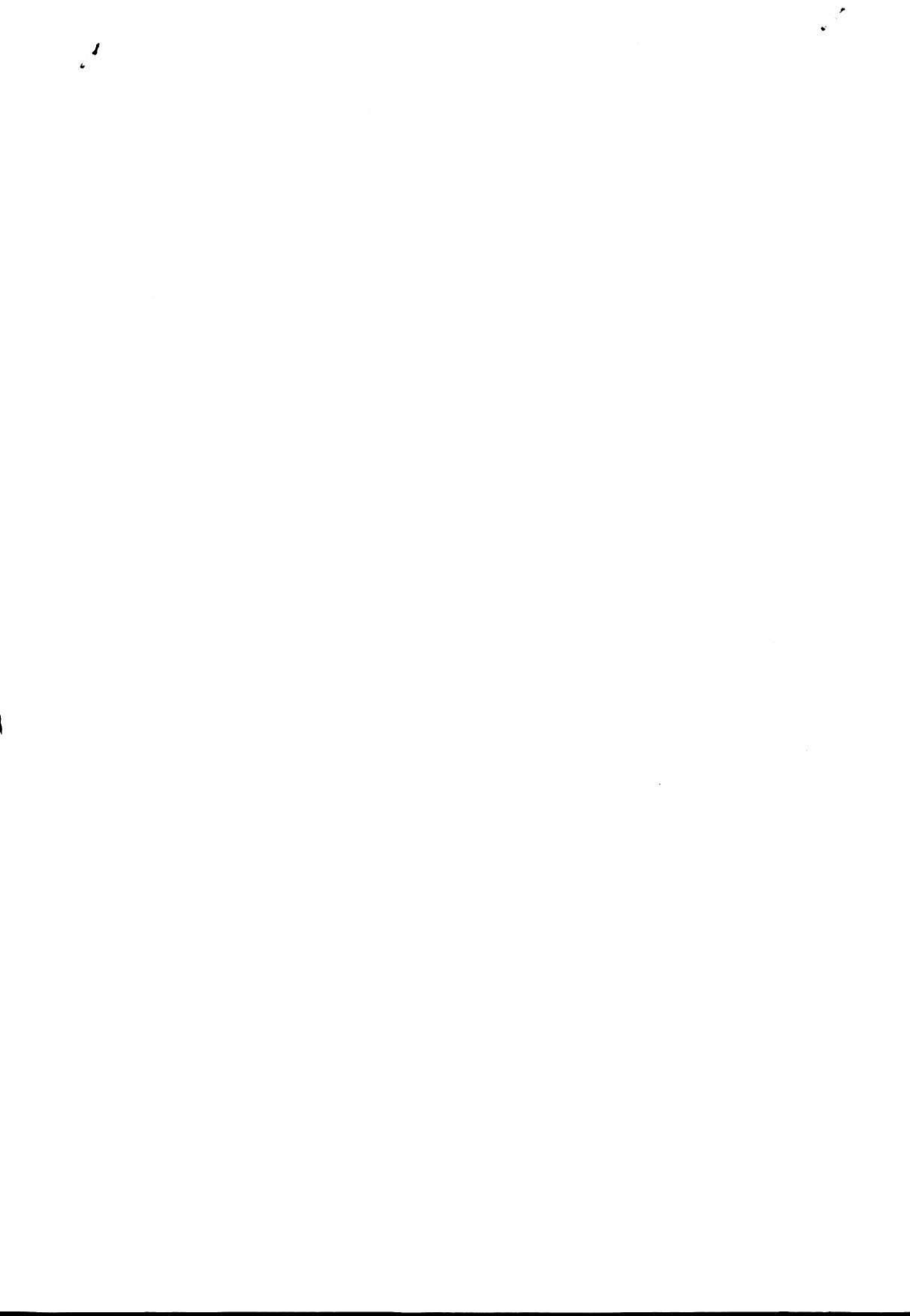
10 9 ΣΕΠ. 2002

Βασίλειος Χ. Μούσας
Διπλ. Ηλεκτρολόγος Μηχανικός
M.Sc. on Data Communication

**ΜΕΛΕΤΗ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ
ΓΙΑ ΒΕΛΤΙΩΣΗ ΤΗΣ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΤΟΥ
ΧΡΟΝΟΥ-ΖΩΗΣ, ΣΕ ΥΛΙΚΑ ΚΑΙ ΕΞΑΡΤΗΜΑΤΑ ΑΝΤΙΔΡΑΣΤΗΡΩΝ**
Εκπονήθηκε σε συνεργασία με το Joint Reserche Centre, Ispra, EU.

ΕΓΚΡΙΘΗΚΕ
Από το Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής

ΠΑΤΡΑ 2002



ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το παρόν σύγγραμμα αποτελεί τη διδακτορική διατριβή μου η οποία πραγματοποιήθηκε υπό την επίβλεψη των καθηγητών κ. Δημητρίου Λαϊνιώτη και κ. Θεοδώρου Παπαθεοδώρου, στο Τμήμα Μηχανικών Η/Υ & Πληροφορικής του Πανεπιστημίου Πατρών. Πραγματεύεται την εφαρμογή Μη-Γραμμικών και Αυτοπροσαρμοζόμενων Αλγορίθμων στο πρόβλημα της βελτίωσης της αξιοπιστίας των κρίσιμων κατασκευών και την ακριβή πρόβλεψη του χρόνου ζωής των. Η διατριβή εκπονήθηκε σε συνεργασία με το Κοινό Κέντρο Ερευνών J.R.C.-Ispra (EU) και με υποτροφία της Ευρωπαϊκής Ένωσης.

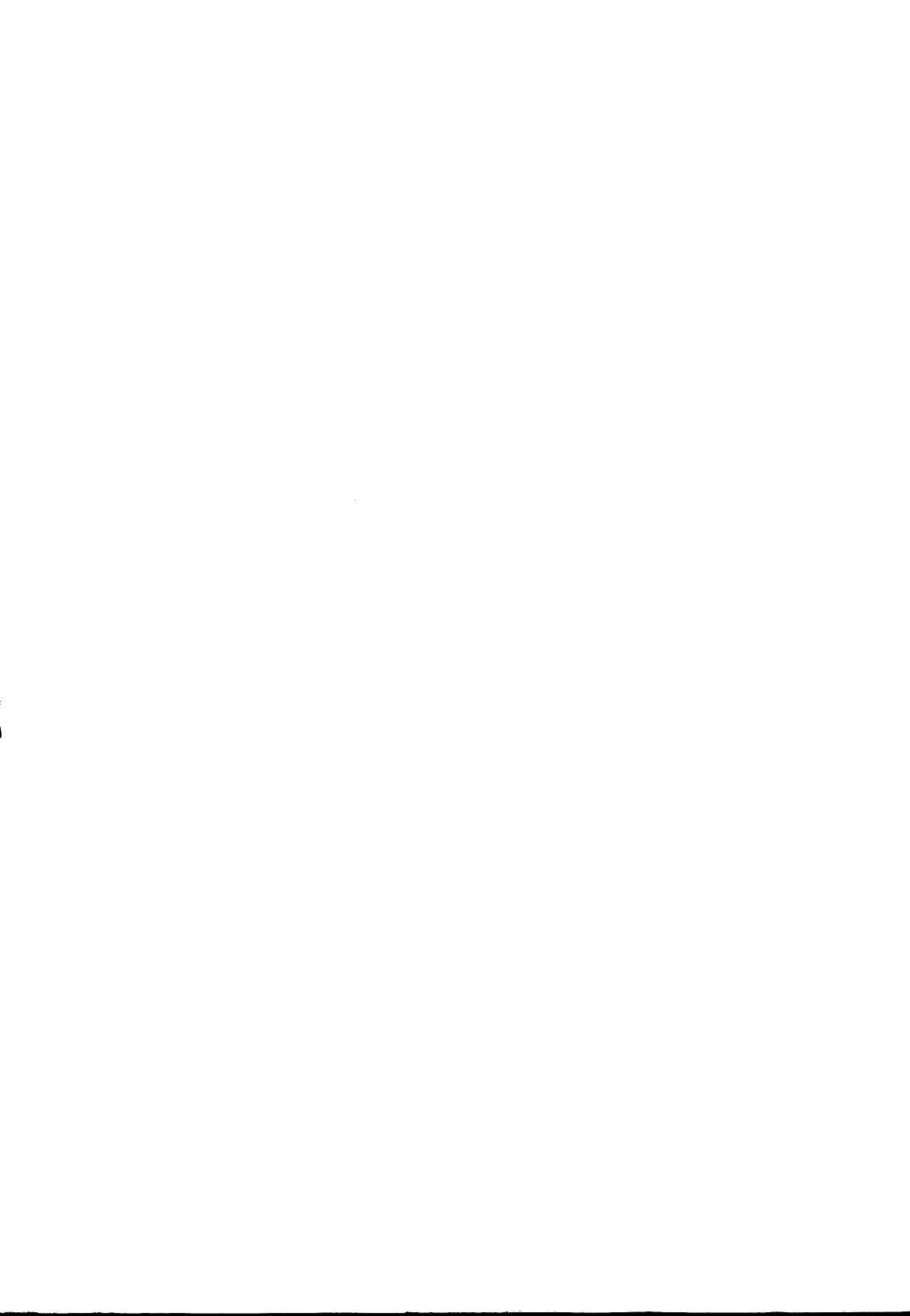
Κατ' αρχήν επιθυμώ να ευχαριστήσω θερμά τους καθηγητές μου κ. Δ. Λαϊνιώτη και κ. Θ. Παπαθεοδώρου που δέχτηκαν να επιβλέψουν την εκπόνηση της διατριβής μου, καθώς και για τη βοήθεια, τη καθοδήγηση, τις ιδέες, αλλά και την ηθική συμπαράσταση και τις υποδείξεις, με τις οποίες με στήριζαν στην όλη ερευνητική μου πορεία.

Επίσης θα ήθελα θερμά να ευχαριστήσω τους καθηγητές κ. Σωκράτη Κάτσικα και Σπυρίδωνα Λυκοθανάση για τη διαρκή, γόνιμη και αποδοτική ερευνητική συνεργασία που είχαμε όλα αυτά τα χρόνια. Ευχαριστώ επίσης τους καθ. Παύλο Σπυράκη, Σέργιο Θεοδωρίδη, Γεώργιο Αλεξίου και Κωνσταντίνο Μπερμπερίδη για τη τιμή που μου έκαναν να είναι μέλη της εξεταστικής μου Επταμελούς Επιτροπής.

Θα ήθελα να ευχαριστήσω ιδιαίτερα, τους επιβλέποντες ερευνητές και συνεργάτες μου στο Κοινό Κέντρο Ερευνών J.R.C.-Ispra, Δρ. Alfredo Lucia και Δρ. Γεώργιο Σολωμό για τη πολύτιμη βοήθεια και την υποστήριξη τους κατά τη διάρκεια της παραμονής μου στις εγκαταστάσεις του Ερευνητικού Ιδρύματος.

Τέλος, θα ήθελα να αφιερώσω αυτή τη διδακτορική διατριβή στην οικογένειά μου, για την υποστήριξη και την αγάπη που μου προσφέρει, και την υπομονή που δείχνει στις δύσκολες στιγμές τις ζωής μου.

Βασίλης Χ. Μούσας



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 : ΓΕΝΙΚΗ ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Σκοπός της διατριβής

Ο σκοπός της διατριβής αυτής είναι, η μελέτη των δυνατοτήτων βελτίωσης της ακρίβειας υπολογισμού του χρόνου ζωής των κατασκευών, μέσω : α) εξελεγμένων μη-γραμμικών αλγορίθμων επεξεργασίας δεδομένων, β) κατάλληλα προσαρμοσμένων σε αυτούς μοντέλων του προβλήματος, και, γ) της υλοποίησής τους σε σύγχρονα υπολογιστικά συστήματα.

Πιο συγκεκριμένα η παρούσα διατριβή, βασισμένη σε σύγχρονα υπολογιστικά συστήματα και εργαλεία, μελετά την εφαρμογή προηγμένων αλγορίθμων επεξεργασίας δεδομένων και προτείνει νέα ή/και τροποποιημένα μοντέλα του προβλήματος, δημιουργώντας έτσι μια ακριβέστερη μέθοδο εκτίμησης του χρόνου ζωής των εξαρτημάτων και εφαρμόζοντάς την στην περίπτωση ενός πυρηνικού αντιδραστήρα.

1.2 Προσδιορισμός του προβλήματος

1.2.1 Κλασικές προσεγγίσεις

Το πρόβλημα του υπολογισμού του χρόνου ζωής των υλικών και των κατασκευών δεν είναι νέο. Υπάρχουν καθιερωμένες από δεκαετίες μέθοδοι με τις οποίες σχεδιάζονται οι συνθήκες κατασκευές. Με τον τομέα αυτό ασχολείται η Θραυστομηχανική. Ειδικότερα για τα εξαρτήματα που υποβάλλονται σε δυναμικές καταπονήσεις και καταστρέφονται από τη δημιουργία ρωγμών στο υλικό υπάρχουν ειδικές οδηγίες από την ASME.

Οι λύσεις που εφαρμόζονται βασίζονται σε μοντέλα γήρανσης του υλικού και προόδου των ρωγμών, και χρησιμοποιούν τη Γραμμική μέθοδο των Ελάχιστων Τετραγώνων για να προσδιορίσουν τις παραμέτρους των υλικών από τα πειράματα καταπόνησης. Σκοπός τους είναι να προβλέψουν με ακρίβεια την εξέλιξη των ρωγμών ώστε να βρεθεί ο απομένοντας χρόνος καλής λειτουργίας, πριν δηλαδή μεγαλώσουν τόσο ώστε να προκαλέσουν θραύση και τις επακόλουθες επιπτώσεις.

Η ακρίβεια των λύσεων βασίζεται στη χρήση όσο το δυνατόν πιο σωστών μοντέλων, σωστών παραμέτρων για το υλικό και σωστών μεθόδων υπολογισμού και εκτίμησης. Για τις κοινές κατασκευές (π.χ. αυτοκίνητα) είναι εφικτό να πειραματισθεί κανείς με μεγάλο αριθμό δειγμάτων και να καταλήξει σε ασφαλή στατιστικά συμπεράσματα.

Όμως, σε περιπτώσεις σπάνιων ή ακριβών ή επικίνδυνων κατασκευών (π.χ. αεροσκάφη, χημικοί & πυρηνικοί αντιδραστήρες, διαστημικά οχήματα, κ.ά.) δεν υπάρχει τέτοια δυνατότητα για μαζικά πειράματα και ακριβή α-ρριοι γνώση. Έτσι, οι προβλέψεις γίνονται με περισσότερο αβέβαιες τιμές που χρειάζονται συχνή ανανέωση ή επιβεβαίωση καθώς εξελίσσεται το φαινόμενο (π.χ. συνεχείς μετρήσεις σε αεροσκάφη ενώ εκτελούν τα δρομολόγια τους).

1.2.2 Ανάγκη νέων μεθόδων και υψηλότερης απόδοσης

Όπως είδαμε πιο πάνω η συνεχής παρακολούθηση του φαινομένου και της εξέλιξής του (On-line monitoring) είναι κρίσιμης σημασίας και μπορεί να οδηγήσει σταδιακά στην ανανέωση των εκτιμήσεων, την επιβεβαίωση ή διόρθωση των τελικών προβλέψεων, την βελτίωση των μοντέλων ή ακόμη και την αυτόματη επιλογή του σωστού μοντέλου. Οι κλασικές και τυποποιημένες μέθοδοι δεν παρέχουν καμία τέτοια δυνατότητα.

Για να πετύχουμε κάτι περισσότερο χρειαζόμαστε δύο εργαλεία, αξιόπιστες μεθόδους παρατήρησης και προηγμένες μεθόδους εκτίμησης. Και οι δύο κατευθύνσεις έχουν ερευνηθεί ανεξάρτητα κατά τις τελευταίες δεκαετίες. Όμως, τα αποτελέσματά τους δεν έχουν συνδυαστεί. δοκιμαστεί, προσαρμοστεί και ενοποιηθεί για τη μελέτη φαινομένων όπως της διάδοσης των ρωγμών.

Στη παρούσα εργασία θα χρησιμοποιηθούν βελτιωμένες μη-γραμμικές, στοχαστικές και αυτοπροσαρμοζόμενες μέθοδοι εκτίμησης και ταυτοποίησης. που είναι σήμερα προσιτές χάρις στην εξέλιξη των Η/Υ και των αλγορίθμων που τις υλοποιούν. Επίσης θα δοκιμαστούν νέες μέθοδοι μη καταστροφικού ελέγχου (NDT) όπως αυτή των ακουστικών εκπομπών με σκοπό τη ρύθμιση και βελτίωσή τους.

1.2.3 Προηγούμενη δουλειά, βιβλιογραφία

Η καταπόνηση και η διάδοση των ρωγμών είναι η κύρια αιτία αστοχίας των κατασκευών του ανθρώπου αλλά και μία από τις κύριες ασχολίες του κλάδου των μηχανικών.

Η σχετική βιβλιογραφία έχει κατανεμηθεί κατά κεφάλαιο αλλά όπως φαίνεται κυρίως στο κεφάλαιο 2, το συγκεκριμένο θέμα απασχολεί ανά το κόσμο χιλιάδες μηχανικούς και ερευνητές. Δεκάδες ερευνητικά προγράμματα έχουν εγκριθεί από την Ευρωπαϊκή Ένωση, τις ΗΠΑ και άλλες χώρες, για την έρευνα και ανάπτυξη του.

Η συγκεκριμένη εργασία πραγματοποιείται στα πλαίσια του ερευνητικού προγράμματος "Structural Safety" και "Advanced Materials" του ερευνητικού κέντρου JRC ISPRA της EOK, και αποτελεί αναπόσπαστο τμήμα της δεκαετούς και πλέον

έρευνας των επιστημόνων του τομέα Αξιοπιστίας Συστημάτων (SER) του ISPRA, επάνω στο θέμα αυτό.

Η εργασία βασίζεται σε αποτελέσματα προηγούμενων ερευνητών κυρίως όσον αφορά τα πειραματικά τους δεδομένα, και, με τα αποτελέσματά της, φιλοδοξεί να προσφέρει ένα πολύτιμο εργαλείο για την πιστοποίηση των μεθόδων και των μοντέλων που θα συνεχίσουν να αναπτύσσονται στα πλαίσια των νέων ερευνητικών προγραμμάτων.

1.3 Περιεχόμενο διατριβής

- Στο Κεφάλαιο 2 παρουσιάζεται το πρόβλημα της διάδοσης των ρωγμών και πρόβλεψης του χρόνου ζωής που απομένει στο υλικό.
- στο Κεφάλαιο 3 αναφέρουμε τις κυριότερες λύσεις που έχουν προταθεί, μερικές από τις οποίες αποτελούν τη βάση για τη μελέτη των προτεινόμενων νέων μοντέλων.
- στο Κεφάλαιο 4 παρουσιάζουμε τα υπολογιστικά εργαλεία δηλ. παλαιότερους και νέους (εξελιγμένους) αλγορίθμους με τους οποίους θα προσπαθήσουμε να βελτιώσουμε την ακρίβεια των αποτελεσμάτων.
- στο Κεφάλαιο 5 περιγράφεται όλη η πειραματική υποδομή και η εργασία που πραγματοποιήθηκε στις εγκαταστάσεις του Ispra για τη συλλογή δεδομένων, καθώς και δεδομένα άλλων ερευνητών που μας παραχωρήθηκαν.
- στο Κεφάλαιο 6 προτείνονται δύο κατηγορίες μοντέλων τα ARMA και τα Αναδρομικά & Καταστατικά τα οποία αναλύονται σε διαφορετικές επιμέρους υλοποιήσεις.
- στο Κεφάλαιο 7 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από την εφαρμογή των ARMA μοντέλων.
- στο Κεφάλαιο 8 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από την εφαρμογή των αναδρομικών μοντέλων και βασικών μη γραμμικών αλγορίθμων.
- στο Κεφάλαιο 9 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα από την εφαρμογή των Καταστατικών μοντέλων και των εξελιγμένων μη-γραμμικών αλγορίθμων.
- στο Κεφάλαιο 10 περιέχονται συγκρίσεις των μεθόδων και των μοντέλων ως προς την υπολογιστική πολυπλοκότητα.
- τέλος Κεφάλαιο 11 περιέχονται τα συνολικά συμπεράσματα και αποτελέσματα

1.4 Αποτελέσματα και Συμβολή

Τα αποτελέσματα της παρούσας διατριβής καταδεικνύουν, τις δυνατότητες βελτίωσης που προσφέρει η εφαρμογή των μη-γραμμικών αλγορίθμων, σε προβλήματα αξιοπιστίας και υπολογισμού του χρόνου ζωής των κατασκευών.

Διαπιστώνεται επίσης ότι η εφαρμογή των μη-γραμμικών μεθόδων σε πολύπλοκα προβλήματα όπου κυριαρχούν απλές γραμμικές λύσεις και απουσιάζουν τα κατάλληλα μοντέλα, δεν είναι καθόλου απλή. Οι μεγαλύτερες δυσκολίες είναι, η δημιουργία /προσαρμογή /επιλογή των κατάλληλων μοντέλων, και εν συνεχεία, η ρύθμιση των αλγορίθμων σε αυτά και στις μεθόδους παρατήρησης που θα χρησιμοποιηθούν.

Η αποφυγή μετατροπών στα δεδομένα με τη χρήση μη-γραμμικών και αναδρομικών μοντέλων και μεθόδων, και κυρίως του αυτού μοντέλου για τη ταυτοποίηση και τη προσομοίωση, βελτιώνουν απόλυτα την ακρίβεια των μεθόδων και μειώνουν τα Μέσα Τετραγωνικά Σφάλματα κατά μία τουλάχιστον τάξη μεγέθους.

Η τυποποιημένη χρήση των ΜΓΕΤ και των αναδρομικών μοντέλων, εκτός της ακριβέστερης περιγραφής του φαινομένου, ανοίγει το δρόμο και σε δεκάδες μοντέλα και νόμους διάδοσης των ρωγμών που, αν και το περιγράφουν καλύτερα, δεν είχαν γραμμική λογαριθμική μορφή και δεν τύχαιναν ευρύτερης χρήσης.

Επιπλέον οι προηγμένοι μη-γραμμικοί αλγόριθμοι ΕΑΚ & ΑΑΛ επανεκτιμούν τις παραμέτρους καθώς δέχονται νέες μετρήσεις, με αποτέλεσμα να συγκλίνουν στις σωστές τιμές και να προβλέπουν με ακρίβεια το χρόνο ζωής, ακόμη και από το πρώτο 20% των δεδομένων. Αυτό τους καθιστά ιδανικούς για την on-line και έγκαιρη πρόβλεψη του φαινομένου. Η έγκαιρη ταυτοποίηση των παραμέτρων και η ευελιξία των προηγμένων αλγορίθμων μας επιτρέπουν την αξιόπιστη μοντελοποίηση και πρόβλεψη του φαινομένου, με πολύ μικρότερο αριθμό πειραμάτων.

Όλες οι εκτιμήσεις και όλα παραπάνω τα αποτελέσματα έχουν ιδιαίτερη βαρύτητα καθώς προέκυψαν από πραγματικά πειραματικά δεδομένα.

Όπως φάνηκε από τα επιμέρους συμπεράσματα, οι Μη-Γραμμικοί Αλγόριθμοι Εκτίμησης βρίσκουν ένα τεράστιο πεδίο εφαρμογής στα προβλήματα αξιοπιστίας των κατασκευών, ιδιαίτερα των σπάνιων, ακριβών ή επικίνδυνων (π.χ. αεροσκάφη, χημικοί & πυρηνικοί αντιδραστήρες, διαστημικά οχήματα, κ.ά.) όπου δεν υπάρχει δυνατότητα για μαζικά πειράματα και σαφή a-priori γνώση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2: ΔΟΜΙΚΗ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ ΤΩΝ ΕΞΑΡΤΗΜΑΤΩΝ ΠΥΡΗΝΙΚΩΝ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ

2.1 Εισαγωγή

Ο κίνδυνος ατυχημάτων σε βιομηχανικές εγκαταστάσεις και ειδικότερα σε πυρηνικές ή χημικές όπου οι συνέπειες είναι καταστροφικές, οδήγησε στην ανάγκη βελτίωσης της ασφάλειας των εγκαταστάσεων αυτών. Η ασφάλεια και η αξιοπιστία της όλης κατασκευής εξαρτάται από την αξιοπιστία κάθε ενός από τα επί μέρους τμήματα και εξαρτήματα που αποτελούν την εγκατάσταση.

Στην περίπτωση των πυρηνικών εγκαταστάσεων το ενδιαφέρον συγκεντρώνεται στα εξαρτήματα του πρωτεύοντος κυκλώματος και ειδικότερα στο πρωτεύον δοχείο υψηλής πίεσης [13]. Τα εξαρτήματα αυτά υπόκεινται σε υψηλές πιέσεις και θερμοκρασίες καθώς και σε ακτινοβολίες ουδετερονίων και γάμα, με συνέπεια την "γήρανση" του υλικού τους.

Ο χρόνος για τον οποίο ένα εξάρτημα μπορεί να λειτουργεί αξιόπιστα λέγεται "διάρκεια-ζωής" του εξαρτήματος. Ο υπολογισμός του είναι ζωτικής σημασίας για την έγκαιρη συντήρηση ή αντικατάσταση των εξαρτημάτων και κατά συνέπεια για την ασφάλεια και την αξιοπιστία ολόκληρης της πυρηνικής εγκατάστασης. Σε αντίθεση όμως με τις συνθήκες κατασκευές, που συνοδεύονται από αρκετά ακριβείς στατιστικές πληροφορίες χάρις στο πλήθος των δειγμάτων που υπάρχουν, τα εξαρτήματα των πυρηνικών εγκαταστάσεων κατασκευάζονται σε τόσο μικρό αριθμό αντιγράφων που αποκλείεται μία καθαρά στατιστική προσέγγιση για τον υπολογισμό της διάρκειας-ζωής των.

Η διάρκεια-ζωής και η αξιοπιστία των διαφόρων εξαρτημάτων επηρεάζονται από την παρουσία ατελειών στο υλικό τους. Οι ατέλειες αυτές, των οποίων η πλειοψηφία (90%) οφείλεται σε ελαττωματικές συγκολλήσεις, μπορούν να εξελιχθούν σε ρωγμές οι οποίες διαδιδόμενες οδηγούν έως την καταστροφική θραύση του εξαρτήματος. Άλλοι παράγοντες που σχετίζονται με τη διάρκεια ζωής είναι οι συνθήκες κάτω από τις οποίες λειτουργεί το εξάρτημα και φυσικά το είδος και η επεξεργασία που έχει γίνει στο υλικό κατασκευής του. Έτσι η αξιολόγηση της αξιοπιστίας ενός εξαρτήματος να συνεχίσει την λειτουργία του για κάποιο ορισμένο χρόνο έχει τρία σκέλη:

1. Τον εντοπισμό των ελαττωμάτων του εξαρτήματος που οφείλονται στις διεργασίες κατασκευής του και είναι παρόντα από την αρχή της ζωής του.

2. Την ακριβή γνώση του φορτίου και των συνθηκών λειτουργίας του εξαρτήματος.
3. Την βέλτιστη γνώση των μηχανισμών που ελαττώνουν την αντοχή του υλικού κατά τη διάρκεια της λειτουργίας (π.χ. κόπωση, διάδοση ρωγμών, ερπυσμός, κλπ.).

Το πρώτο σκέλος της αξιολόγησης, που αφορά τον καθορισμό της αρχικής κατάστασης του εξαρτήματος, αποτελεί αντικείμενο των τεχνικών μη καταστρεπτικού ελέγχου (NDT: Non Destructive Testing), οι οποίες καθορίζουν την προέλευση και την κατανομή των ελαττωμάτων μέσα στο υλικό [14]. Το στάδιο αυτό αποτελεί απαραίτητη προϋπόθεση κάθε μεθόδου μελέτης της αξιοπιστίας και της διάρκειας-ζωής ενός υλικού.

Το δεύτερο σκέλος είναι γνωστό κατά ένα μέρος από προηγούμενες εμπειρίες, από υπολογισμούς και από *a-priori* υποθέσεις, και τα στοιχεία αυτά έχουν χρησιμοποιηθεί στο σχεδιασμό των εξαρτημάτων. Σε εργαστηριακές διατάξεις ο έλεγχος του φορτίου και η ακρίβεια των συνθηκών είναι ικανοποιητικοί, αλλά, σε πραγματικές συνθήκες το φάσμα των δυνατών συνδυασμών των φορτίων σε κρίσιμες περιπτώσεις είναι πολύ πιο ευρύ και τότε τα φορτία αναπαρίστανται καλύτερα σαν στοχαστικές διεργασίες.

Το τρίτο σκέλος, το οποίο συγκεντρώνει και το μεγαλύτερο ερευνητικό ενδιαφέρον, αποτελεί το αντικείμενο της παρούσας έρευνας. Οι μηχανισμοί στους οποίους οφείλεται η "γήρανση" του εξαρτήματος, προκαλούν την καταστροφή της δομής του υλικού σε μικρο- και μακροσκοπικό επίπεδο. Η ανάλυση αυτών των μηχανισμών θραύσης, που είναι βασική για την αξιολόγηση της διάρκειας-ζωής του εξαρτήματος, μπορεί να πραγματοποιηθεί σε δύο διαφορετικά επίπεδα [15]:

- την ανάλυση των ελαττωμάτων στο επίπεδο της κρυσταλλικής δομής του υλικού (φυσικο-μεταλλουργική προσέγγιση),
- την ανάλυση των μακροσκοπικών αποτελεσμάτων τους, στο επίπεδο της διάδοσης των ρωγμών (φαινομενολογική προσέγγιση).

Παρόλο που η φυσικο-μεταλλουργική άποψη είναι βασική για την κατανόηση των μηχανισμών της θραύσης, η φαινομενολογική προσέγγιση, βασισμένη σε εργαστηριακές δοκιμές και μοντέλα ημι-εμπειρικά, έχει κυριαρχήσει στο θέμα αυτό. Οι εξισώσεις της θραυστομηχανικής επιτρέπουν την συσχέτιση των διαστάσεων της ρωγμής με το επίπεδο των τάσεων στο υλικό και με τον συντελεστή συσσώρευσης των τάσεων ο οποίος έχει άμεση σχέση με την αντοχή του υλικού σε θραύση. Η πλέον επιτυχής προσέγγιση στο χειρισμό της διάδοσης των ρωγμών και της τελικής θραύσης λόγω κόπωσης είναι η χρήση της γραμμικής ελαστικής θραυστομηχανικής (LEFM: Linear Elastic Fracture Mechanics) [3].

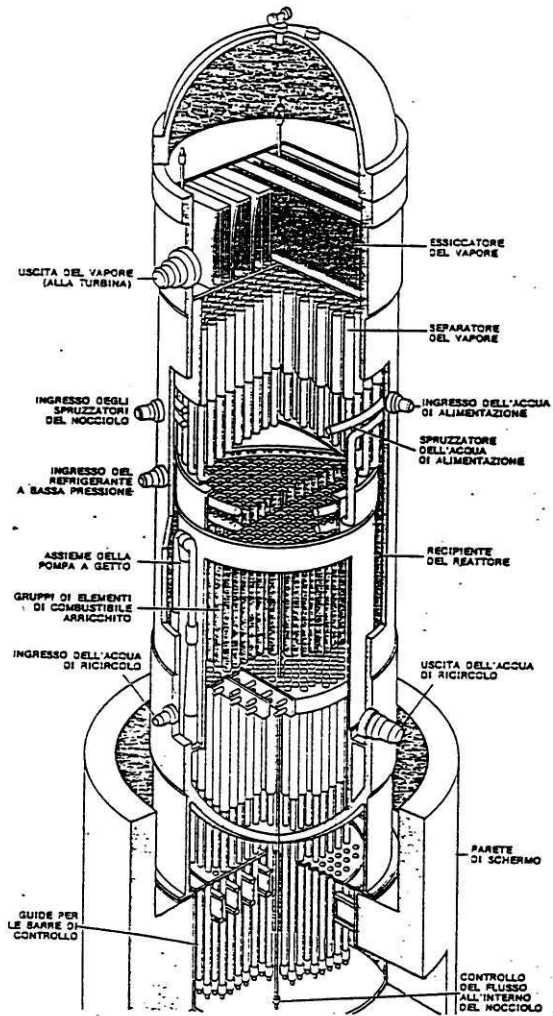
Με βάση την φαινομενολογική προσέγγιση κινείται και η παρούσα ερευνητική εργασία, της οποίας σκοπός είναι η εκτίμηση της εναπομένουσας διάρκειας-ζωής του εξαρτήματος με τη χρήση στοχαστικών μοντέλων της διάδοσης των ρωγμών και μη γραμμικών μεθόδων για την εκτίμηση των διαστάσεων, τον προσδιορισμό των παραμέτρων και την έγκαιρη και ακριβή πρόβλεψη της τελικής θραύσης. Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται το πρόβλημα του πρωτεύοντος δοχείου υψηλής πίεσης των αντιδραστήρων, εξηγείται ο τρόπος διάδοσης των ρωγμών στο υλικό λόγω της κόπωσης, και παρουσιάζονται οι μέθοδοι για τον εντοπισμό και την παρακολούθηση των ρωγμών, και την πρόβλεψη της εναπομένουσας διάρκειας-ζωής του εξαρτήματος.

2.2 Το Δοχείο Πίεσης των Αντιδραστήρων

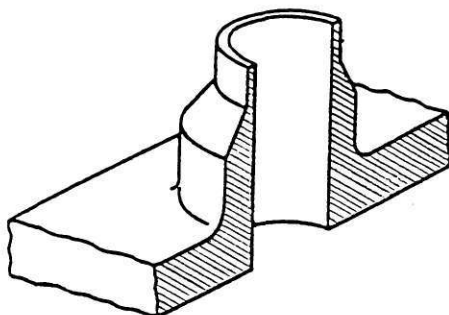
Οι πυρηνικοί αντιδραστήρες που χρησιμοποιούνται για παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας ανήκουν κυρίως σε δύο τύπους, τους αντιδραστήρες με ψύξη αερίου (HTGR) και τους πλέον διαδεδομένους αντιδραστήρες με ψύξη νερού υπό πίεση (PWR) ή νερού που βράζει (BWR) [11]. Το χαλύβδινο δοχείο πίεσης μέσα στο οποίο γίνεται η πυρηνική σχάση αποτελεί την καρδιά της πυρηνικής εγκατάστασης. Το δοχείο περιέχει τον πυρήνα του αντιδραστήρα, τους διαχωριστές του ατμού και τους ξηραντές, τις ράβδους ελέγχου και το σύστημα των αντλιών για την ανακύκλωση του υγρού, πρέπει δε να αντέχει σε εσωτερικές πιέσεις της τάξης των 100-150 bar και προπαντός να είναι απόλυτα στεγανό [1,2] (Σχήμα 2.1).

Από δομική άποψη το δοχείο πίεσης είναι ένα κυλινδρικό δοχείο κλειστό στο επάνω και κάτω μέρος από δύο ημισφαίρια, από τα οποία, το μεν κάτω έχει συγκολληθεί στο κύλινδρο, το δε επάνω μπορεί να ανοίγει και χρησιμοποιείται για την τοποθέτηση ή την αντικατάσταση του καυσίμου. Επίσης από τα τοιχώματα του κυλίνδρου εξέρχουν περιστόμια (Σχήμα 2.2) που προορίζονται για τη σύνδεση των εξωτερικών σωληνώσεων.

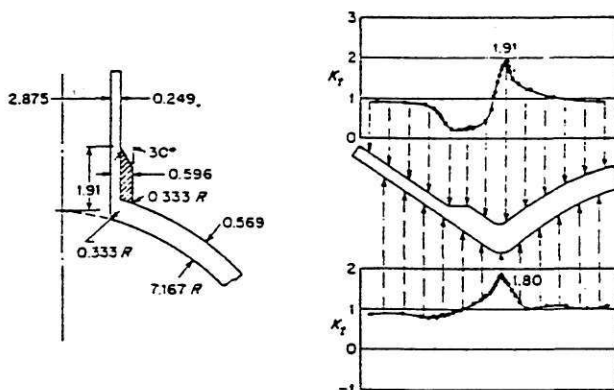
Στα σημεία του δοχείου πίεσης όπου υπάρχει αυξημένη συγκέντρωση τάσεων, υπάρχει και μεγαλύτερος κίνδυνος εμφάνισης και διάδοσης ρωγμών. Γενικά τέτοιες περιοχές είναι οι περιοχές γύρω από οπές και τα σημεία όπου αλλάζει το πάχος του τοιχώματος. Ειδικά για τα δοχεία πίεσης, οι περιοχές αυτές είναι τα περιστόμια όπου συνδέονται οι σωληνώσεις και χαρακτηρίζονται από έναν υψηλό συντελεστή συσσώρευσης τάσεων (Σχήμα 2.3), καθώς επίσης και οι ραφές συγκολλήσεις οι οποίες συνήθως περιέχουν κατασκευαστικά σφάλματα (πόροι, στερεά εγκλείσματα, κ.ά.). Οι δύο αυτές ζώνες είναι οι πιο κρίσιμες για την αξιοπιστία σε κόπωση ενός δοχείου πίεσης.



ΣΧΗΜΑ 2.1: Η διάταξη ενός αντιδραστήρα BWR της General Electric.

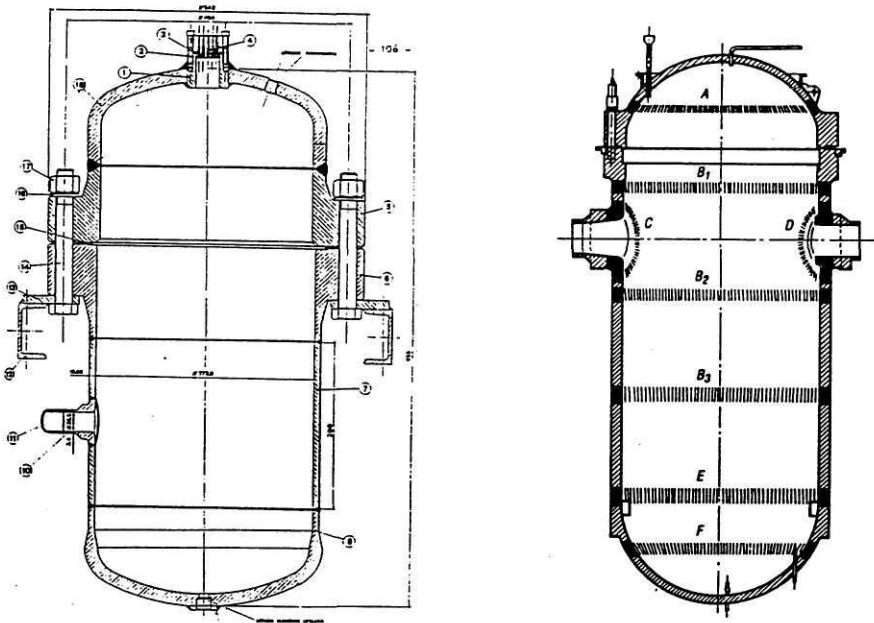


ΣΧΗΜΑ 2.2: Τομή ενός περιστομίου.



ΣΧΗΜΑ 2.3: Μεταβολή του συντελεστή συσσώρευσης τάσεων (K) κατά μήκος της επιφάνειας του στομίου.

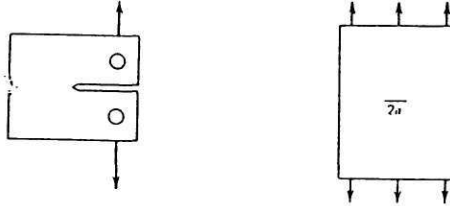
Για τη μελέτη της συμπεριφοράς των δοχείων πίεσης χρησιμοποιούνται αντίγραφα υπό κλίμακα (1:8, 1:15, κ.ά.) που υποβάλλονται σε κόπωση μέχρι τα όρια της θραύσης. Τα δοκίμια αυτά εξετάζονται κατά περιόδους και διεξοδικά με τη χρήση μεθόδων μη καταστρεπτικού ελέγχου (NDE) για τον εντοπισμό και την παρακολούθηση των ελαττωμάτων τους [16,17,18]. Συχνά δημιουργούνται σκόπιμα ελαττώματα σε επιλεγμένα σημεία του δοκιμίου με σκοπό την παρακολούθηση της διάδοσης τους μέσα στο υλικό. Δύο τέτοια δοκίμια παρουσιάζονται στο Σχήμα 2.4.



ΣΧΗΜΑ 2.4: Εργαστηριακά δοκίμια δοχείων πίεσης υπό κλίμακα.

Μία άλλη κατηγορία δοκιμών με πιο πλατύ πεδίο εφαρμογής είναι τα δοκίμια τύπου Compact-Tension (CT) και τα δοκίμια κεντρικής σχισμής (centre cracked). Τα δοκίμια αυτά αποτελούνται από το ίδιο υλικό των δοχείων και οι διαστάσεις τους ακολουθούν την τυποποίηση της ASTM, είναι βέβαια μία κατασκευή πολύ πιο απλή από το υπό κλίμακα μοντέλο αλλά έχει μερικά ανάλογα χαρακτηριστικά λόγω του κοινού υλικού. Στο Σχήμα 2.5 φαίνονται τα σχεδιαγράμματα αυτών των δοκιμών.

Τα δοκίμια αυτά υποβάλλονται σε εργαστηριακές δοκιμές και χρησιμοποιούνται σαν κατασκευές αναφοράς, χάρις στην κατασκευαστική ακρίβεια που τα διακρίνει, την εύκολη επανάληψη τέτοιου είδους πειραμάτων και το ότι, στα δοκίμια αυτά η ρωγμή είναι ορατή και μπορεί να παρακολουθείται καθ' όλη τη διάρκεια του πειράματος με ένα μικροσκόπιο. Έτσι δίνεται η δυνατότητα ρύθμισης άλλων μεθόδων παρακολούθησης της κατάστασης του υλικού, οι οποίες δεν "βλέπουν" τις ρωγμές άμεσα, όπως είναι η περίπτωση της ακουστικής εκπομπής, της θερμικής εκπομπής, της πτώσης δυναμικού, και άλλων.



ΣΧΗΜΑ 2.5: Εργαστηριακά δοκίμια: (α) Compact Tension, (β) Centre Cracked.

Η εργαστηριακή έρευνα γύρω από τα δοχεία πίεσης των αντιδραστήρων χρησιμοποιεί και τις δύο κατηγορίες δοκιμίων. Τα μεν υπό κλίμακα αντίγραφα έχουν συμπεριφορά ανάλογη των πραγματικών δοχείων και έτσι τα αποτελέσματα των πειραμάτων ανάγονται πιο εύκολα σε πραγματικά μεγέθη, τα δε απλά δοκίμια χρησιμοποιούνται κυρίως για τον προσδιορισμό του μοντέλου διάδοσης των ρωγμών στο συγκεκριμένο υλικό, την εύρεση των γενικών μοντέλων των μεθόδων παρακολούθησης των ρωγμών και τον εντοπισμό διαφόρων χαρακτηριστικών του υλικού.

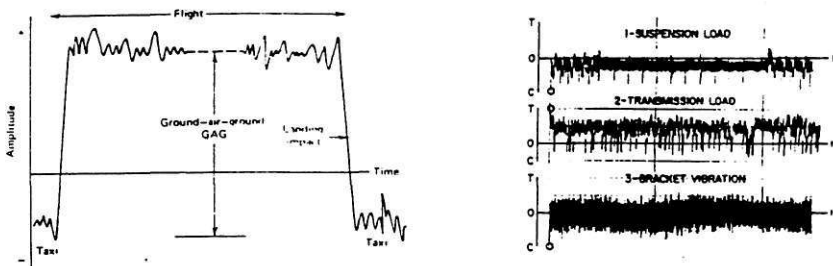
Είναι προφανές ότι τα αποτελέσματα των πειραμάτων με δοκίμια CT ή Centre Cracked είναι βασική προϋπόθεση για τη διεξαγωγή πειραμάτων με δοχεία πίεσης. Πράγματι η ερευνητική διαδικασία αρχίζει με πειράματα επάνω σε τέτοια απλά δοκίμια για τον προσδιορισμό των χαρακτηριστικών του υλικού και των γενικών μοντέλων, και εν συνεχεία, περνά στην κόπωση δοκιμίων δοχείων πίεσης υπό κλίμακα όπου τα μοντέλα και οι μέθοδοι προσαρμόζονται στη συγκεκριμένη κατασκευή για την πρόβλεψη της διάρκειας-ζωής και της αξιοπιστίας της.

2.3 Διάδοση Ρωγμών σε Υλικά Λόγω της Κόπωσης

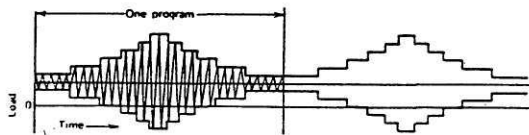
2.3.1 Κόπωση

Όταν λέμε "κόπωση" αναφερόμαστε στη συμπεριφορά των υλικών υπό την επίδραση μεταβαλλόμενων τάσεων. Ο ορισμός της κόπωσης όπως δίνεται από την ASTM είναι: "η διαδικασία της προοδευτικής τοπικής μόνιμης δομικής αλλαγής που συμβαίνει σε

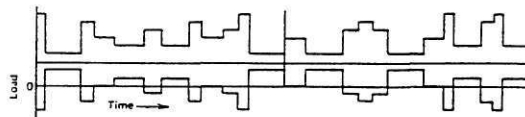
ένα υλικό, το οποίο υπόκειται σε συνθήκες προερχόμενες από μεταβαλλόμενες τάσεις που εφαρμόζονται σε κάποιο ή κάποια σημεία του, και μπορεί να καταλήξει σε ρωγμές ή πλήρη θραύση μετά από ένα ικανοποιητικό αριθμό διακυμάνσεων" [3].



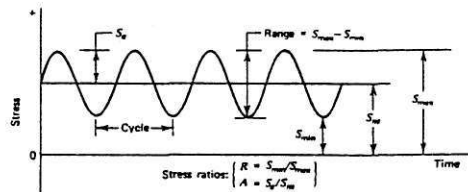
ΣΧΗΜΑ 2.6: Πραγματικές ακολουθίες φορτίων.



(α)



(β)



(γ)

ΣΧΗΜΑ 2.7: Τεχνητές ακολουθίες φορτίων: (α) τεστ με 6 επίπεδα φορτίου, (β) τυχαία σειρά φόρτισης, (γ) κυκλική φόρτιση σταθερού πλάτους.

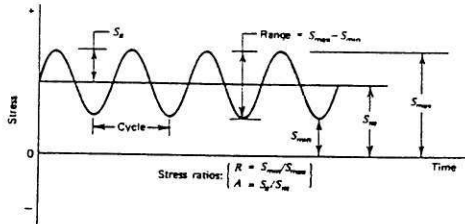
Η διακύμανση των τάσεων μέσα στο υλικό οφείλεται στην επίδραση μεταβαλλόμενων εξωτερικών φορτίων. Τα εξαρτήματα και οι κατασκευές γενικά υποβάλλονται σε πολύ διαφορετικές ακολουθίες φορτίων. Σε μερικές περιπτώσεις τα φορτία αυτά είναι απλά και επαναλαμβανόμενα, ενώ σε άλλες μπορεί να είναι εντελώς τυχαία (Σχήμα 2.6). Παρ' όλη τη τυχαιότητα που διακρίνει τα φορτία αυτά, ένα μεγάλο τμήμα τους μπορεί να καθορισθεί. Στην εργαστηριακή έρευνα χρησιμοποιούνται σχετικά απλοποιημένες ακολουθίες φορτίων που προσπαθούν όμως να αναπαραστήσουν όσο είναι δυνατόν τις πραγματικές συνθήκες (Σχήμα 2.7).

Η ορολογία που χρησιμοποιείται για τέτοια φορτία παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.8 όπου τα διάφορα χαρακτηριστικά των τάσεων (εναλλαγή, μέση, μέγιστη, ελάχιστη, εύρος) ορίζονται από τις παρακάτω αλγεβρικές σχέσεις:

$$S_a = \frac{S_{\max} - S_{\min}}{2}, \quad S_m = \frac{S_{\max} + S_{\min}}{2}, \quad S_{\max} = S_m + S_a, \quad S_{\min} = S_m - S_a \quad (2.1)$$

Το εύρος της τάσης είναι ίσο με το διπλάσιο της εναλλαγής S_a . Επίσης χρησιμοποιούνται και οι λόγοι τάσεων R και A οι οποίοι ορίζονται ως εξής:

$$R = \frac{S_{\max}}{S_{\min}}, \quad A = \frac{S_a}{S_m} \quad (2.2)$$



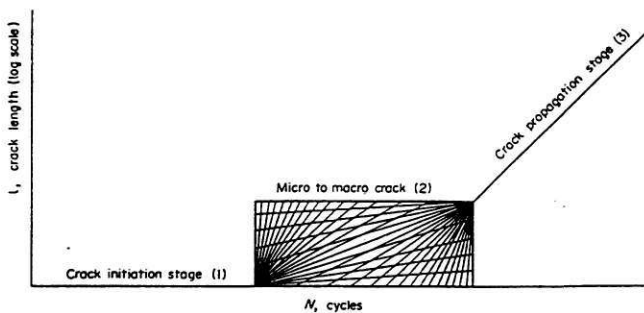
ΣΧΗΜΑ 2.8 : Ορολογία της σταθερής κυκλικής φόρτισης.

Η ζωή ενός εξαρτήματος υπό κόπωση αποτελείται από δύο περιόδους: (α) την δημιουργία μιας ρωγμής, όπου μικρές ατέλειες συσσωρεύονται και τελικά αποκτούν τέτοιο μέγεθος ώστε να αποτελέσουν ελάττωμα (ρωγμή), και, (β) την διάδοση μιας ρωγμής μέσα στο υλικό. Ποιοτικά διακρίνονται τρία στάδια (Σχήμα 2.9) [12,20]:

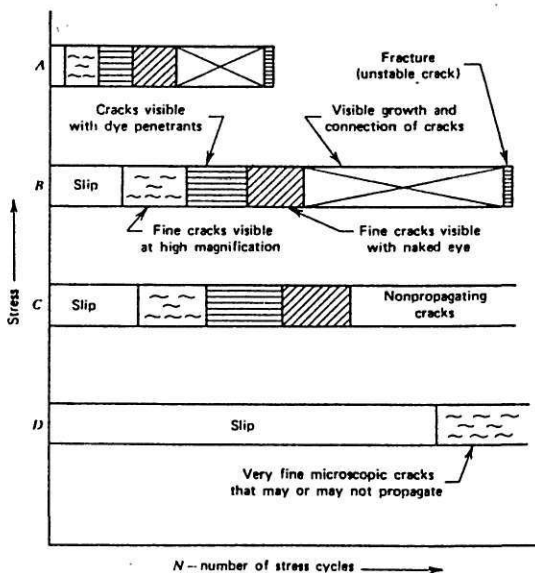
1. Το αρχικό στάδιο συσσώρευσης (Nucleation).
2. Το μεταβατικό στάδιο (Transition).
3. Το στάδιο διάδοσης (Propagation).

Ποσοτικά, αν N_f είναι το πλήθος των κύκλων φόρτισης έως όπου επιτευχθεί θραύση, και, N_0 , N_i , N_c είναι οι αριθμοί των κύκλων για τα στάδια συσσώρευσης, μετάβασης και διάδοσης αντίστοιχα, τότε έχουμε:

$$N_f = N_0 + N_i(N_0) + N_c(N_i) \quad (2.3)$$



ΣΧΗΜΑ 2.9: Τα τρία στάδια της εξέλιξης μίας ρωγμής.



ΣΧΗΜΑ 2.10: Σχηματική αναπαράσταση της διεργασίας της κόπωσης.

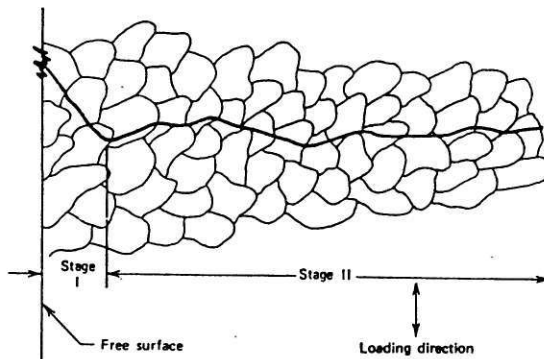
Η διάρκεια καθενός από τα στάδια αυτά εξαρτάται από τον τύπο του εξαρτήματος, τη δομή και τη γεωμετρία του, τις εφαρμοζόμενες τάσεις, κ.ά. (Σχήμα 2.10). Για παράδειγμα, αν το ελάττωμα είναι παρόν από το στάδιο κατασκευής του εξαρτήματος, τότε η ζωή του υλικού υπό κόπωση αποτελείται μόνο από τον χρόνο διάδοσης της ρωγμής ($N_f=N_c$).

Ο τελικός σκοπός είναι να εκτιμηθεί το N_f της (2.3) με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια. Συνήθως δε το ερώτημα τίθεται ως εξής: αν τα δύο πρώτα στάδια δημιούργησαν μία αρχική ρωγμή a_i μετά από N_i κύκλους φόρτισης ($N_i=N_o+N_c$), τότε, ποια είναι η εκτίμηση για το N_c ($N_f=N_c+N_i$) έως την τελική θραύση (a_f), και επίσης, πως μπορεί μία μέθοδος συνεχούς παρακολούθησης να βελτιώσει τις εκτιμήσεις αυτές;

2.3.2 Δημιουργία των Ρωγμών

Όπως είδαμε, σε ένα υλικό υπό κόπωση, κατ' αρχήν δημιουργούνται μικρορωγμές οι οποίες μετά μεγαλώνοντας περνούν στο επίπεδο των μακρορωγμών και αυτές με τη σειρά τους διαδίδονται έως ότου φτάσουν σε θραύση του υλικού. Τα δύο πρώτα στάδια κατά τα οποία σχηματίζεται και αυξάνει η ρωγμή ανήκουν στην περίοδο έναρξης αντίθετα με το τρίτο στάδιο που ανήκει στην περίοδο της διάδοσης.

Η έναρξη των ρωγμών αρχίζει από το ατομικό επίπεδο και εν συνεχεία περνά στη δημιουργία μικρορωγμών σε κρυσταλλικό επίπεδο (Σχήμα 2.11). Οποιαδήποτε ατέλεια στη δομή του υλικού μπορεί να αποτελέσει την αιτία για δημιουργία μικρορωγμών. Όμως πολύ λίγες είναι οι ατέλειες που τελικά θα γίνουν μικρορωγμές και ακόμα λιγότερες είναι αυτές που θα περάσουν το μεταβατικό στάδιο και θα αρχίσουν να διαδίδονται. Μία ατέλεια ή μία μικρορωγμή μπορεί να παραμείνει στο αρχικό της στάδιο καθ' όλη τη διάρκεια-ζωής του εξαρτήματος.



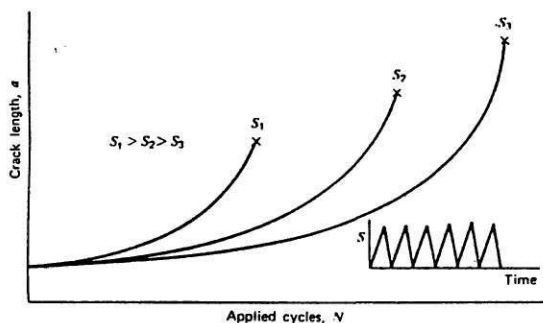
ΣΧΗΜΑ 2.11: Έναρξη μικρορωγμών.



Κατά το στάδιο της έναρξης, η ρωγμή δεν είναι ορατή ή αντιληπτή με τα υπάρχοντα τεχνικά μέσα. Μόνο από τη στιγμή που θα εντοπισθεί με κάποιον τρόπο, μπορεί να γίνει εκτίμηση της σοβαρότητας του ελαττώματος. Αυτό όμως συμβαίνει όταν η ρωγμή είναι πλέον μακροσκοπική και εισέρχεται στο στάδιο διάδοσης. Γι' αυτό, η μελέτη της αξιοπιστίας ενός υλικού ή ενός εξαρτήματος βασίζεται στον εντοπισμό και τη παρακολούθηση των ρωγμών που βρίσκονται στο στάδιο διάδοσης απ' όπου και υπάρχει ο κίνδυνος να προκαλέσουν καταστροφική θραύση.

2.3.3 Διάδοση των Ρωγμών

Από τη στιγμή που μία ρωγμή μπορεί να εντοπιστεί, έχει ξεπεράσει το μεταβατικό στάδιο και διαδίδεται μέσα στο υλικό. Για τη ποσοτική μελέτη του φαινομένου της διάδοσης και της θραύσης θα χρησιμοποιηθούν οι έννοιες της γραμμικής ελαστικής θραυστοδυναμικής (LEFM), η οποία είναι η πλέον πετυχημένη μέθοδος στο θέμα αυτό [3].



ΣΧΗΜΑ 2.12: Καμπύλες μήκους ρωγμής προς κύκλους φόρτισης.

Το Σχήμα 2.12 περιέχει τρεις καμπύλες του μήκους ρωγμής (a) ως προς τους κύκλους φόρτισης (N), για τρία ίδια δοκίμια που υποβλήθηκαν σε διαφορετικά επίπεδα τάσεων $S_1 > S_2 > S_3$ αντίστοιχα. Είναι φανερό ότι με μεγαλύτερες τάσεις ο ρυθμός διάδοσης είναι υψηλότερος, η ζωή του υλικού συντομότερη και το μήκος της ρωγμής στη θραύση (a_f) μικρότερο. Ο τρόπος διάδοσης της ρωγμής και η συνολική ζωή μέχρι τη θραύση εξαρτώνται από το αρχικό μήκος (a_i), το μέγεθος των τάσεων (S , ΔS), και την τελική αντοχή θραύσης του υλικού.

2.3.4 Ο ρόλος του συντελεστή K

Η μέθοδος της Γραμμικής Ελαστικής Θραυστομηχανικής (LEFM) που αναφέραμε χρησιμοποιεί εκτεταμένα τον συντελεστή συσσώρευσης τάσεων K (ή εντατικού συντελεστή τάσης) και ιδιαίτερα το εύρος της μεταβολής του ΔK . Αυτό κάνει απαραίτητη και την λεπτομερέστερη παρουσίαση και ανάλυση του ρόλου του. Ο συντελεστής K ορίζεται σαν :

$$K = S \cdot f(\pi a) \cdot Y \quad (2.4)$$

όπου, S είναι η εφαρμοζόμενη τάση, a το μήκος της ρωγμής, και, Y μία σταθερά (c) ή μια συνάρτηση του a σχετική με την γεωμετρία του δοκιμίου. Η μεταβολή του ΔK ορίζεται σαν :

$$\Delta K = K_{\max} - K_{\min} = S_{\max} \cdot f(\pi a) \cdot Y - S_{\min} \cdot f(\pi a) \cdot Y = \Delta S \cdot f(\pi a) \cdot Y \quad (2.5)$$

Δηλ., το ΔK περιλαμβάνει το εύρος της τάσης (ΔS), το μήκος της ρωγμής (a) καθώς και στοιχεία της γεωμετρίας του εξαρτήματος ή του δοκιμίου. Οι μονάδες του K είναι : MPa·m ή ksi·in, όπου $1 \text{ MPa}\cdot\text{m} = 0.91 \text{ ksi}\cdot\text{in}$. Οι εκφράσεις για το K ποικίλουν από απλές έως πολύ σύνθετες, έχουν δε συνήθως τη γενική μορφή :

$$K = S \sqrt{\pi a} c, \quad \text{ή,} \quad K = S \sqrt{\pi a} f\left(\frac{a}{w}\right), \quad \text{ή,} \quad K = S \sqrt{a} Y \quad (2.6)$$

όπου οι ποσότητες c , Y και $f(\cdot)$ είναι αδιάστατες και εξαρτώνται από τη γεωμετρία της κατασκευής. Π.χ. για την περίπτωση επιφανειών απείρων διαστάσεων ο συντελεστής Y είναι ίσος με μια σταθερά, ενώ, για την περίπτωση των δοκιμίων πεπερασμένου πλάτους με κεντρική ρωγμή (Centre Cracked) (Σχήμα 2.5β) ο συντελεστής Y εξαρτάται από το λόγο του μήκους της ρωγμής a προς το πλάτος του δοκιμίου w , και δίνεται από τον τύπο :

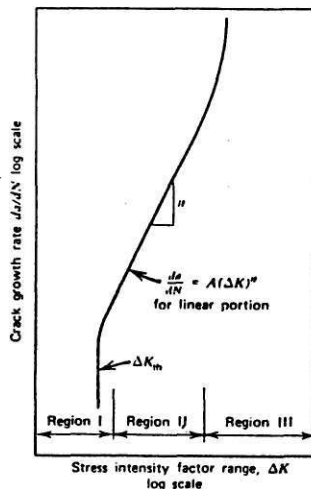
$$Y(a) = \sqrt{1/\cos(\pi a/w)} \quad (2.7)$$

στην περίπτωση δε των δοκιμίων Compact Tension (Σχήμα 2.5α) ο τύπος που δίνει το Y είναι και πάλι συνάρτηση του λόγου (a/w) και έχει την παρακάτω μορφή :

$$Y(a) = f\left(\frac{a}{w}\right) = c_0 + c_1 \frac{a}{w} + c_2 \left(\frac{a}{w}\right)^2 + c_3 \left(\frac{a}{w}\right)^3 + \dots \quad (2.8)$$

όπου, οι τιμές των συντελεστών c_i εξαρτώνται από το εκάστοτε δοκίμιο και την γεωμετρία του.

Ο κύριος λόγος της εφαρμογής του είναι η ευχρηστία των πειραματικών αποτελεσμάτων όταν μετατραπούν σε συνάρτησή του ΔK . Τα δεδομένα που έχουν μορφή $a - N$ μετατρέπονται εύκολα στη μορφή $da/dN - \Delta K$, με τη χρήση γραφικών ή αριθμητικών μεθόδων [4] και απλών υπολογισμών. Το αποτέλεσμα από τη μετατροπή αυτή είναι η σιγμοειδής καμπύλη του Σχήμα 2.13 η οποία είναι ανεξάρτητη του αρχικού μήκους της ρωγμής (a_i) και του μεγέθους των τάσεων (S).



ΣΧΗΜΑ 2.13: Η σιγμοειδής καμπύλη της συμπεριφοράς του ρυθμού διάδοσης της ρωγμής (da/dN) ως προς το εύρος του συντελεστή συσσώρευσης τάσεων (ΔK), (σε log-log κλίμακα).

Η καμπύλη αυτή χωρίζεται σε τρία τμήματα. Η περιοχή I δείχνει την οριακή τιμή ΔK_{th} κάτω από την οποία δεν παρατηρείται διάδοση της ρωγμής. Η περιοχή II δείχνει μια σχεδόν γραμμική σχέση ανάμεσα στον $\log \frac{da}{dN}$ και τον $\log(\Delta K)$ που αντιστοιχεί σε εξίσωση της μορφής :

$$\log \frac{da}{dN} = A + B \cdot \log(\Delta K) \quad (2.9)$$

όπου, B είναι η κλίση της καμπύλης και το A το σημείο που τέμνει τον κατακόρυφο άξονα η προέκτασή της. Στην περιοχή III οι ρυθμοί αύξησης της ρωγμής είναι πολύ υψηλοί και η διάρκεια-ζωής πολύ λίγη, ελέγχεται δε κυρίως από το όριο αντοχής θραύσης K_{Ic} . Η περιοχή αυτή έχει ως επί το πλείστον μικρότερη σπουδαιότητα από τις άλλες δύο.

Το βασικό πλεονέκτημα της καμπύλης 2.13 είναι ότι παραμένει η ίδια για διαφορετικά δοκίμια ή εξαρτήματα τα οποία έχουν κατασκευασθεί από το ίδιο υλικό. Αυτό συμβαίνει διότι το εύρος του συντελεστή συσσώρευσης τάσεων (ΔK) είναι το κύριο στοιχείο που ελέγχει τη διάδοση της ρωγμής. Έτσι είναι δυνατόν δεδομένα που αποκτήθηκαν από σταθερή κυκλική φόρτιση απλών δοκιμίων, να χρησιμοποιηθούν στη μελέτη εξαρτημάτων που δέχονται πιο σύνθετες φορτίσεις.

2.3.5 Πρόβλεψη της Αστοχίας του Υλικού και η Διάρκεια-Ζωής του

Η παρακάτω εξίσωση, που προτάθηκε για την περιγραφή του φαινομένου από τον Paris [5] και που καταλήγει στην γραμμική εξίσωση (2.9) αν λογαριθμιστεί, είναι η πλέον διαδεδομένη σήμερα :

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^n \quad (2.10)$$

Γνωρίζοντας την συμπεριφορά του συντελεστή συσσώρευσης τάσεων (K , ΔK) για συγκεκριμένα υλικά και συνθήκες, μπορούμε να υπολογίσουμε τη διάρκεια-ζωής τους, ολοκληρώνοντας την εξίσωση (2.10) μεταξύ των ορίων των αρχικών και των τελικών διαστάσεων της ρωγμής. Για παράδειγμα, αν η διάδοση της ρωγμής περιγράφεται από τη σχέση:

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^n = C [\Delta S \sqrt{\pi a} c]^n = C (\Delta S)^n (\pi a)^{n/2} c^n \quad (2.11)$$

Ολοκληρώνοντας την (2.11) από την αρχική ρωγμή a_i , με αρχικούς κύκλους φόρτισης $N_i (=0)$, έως την τελική ρωγμή θραύσης a_f , βρίσκουμε τον συνολικό αριθμό των κύκλων φόρτισης N_f :

$$N_f = \frac{a_i^{-n/2+1} - a_f^{-n/2+1}}{(-n/2+1)C (\Delta S)^n \pi^{n/2} c^n} \quad (2.12)$$

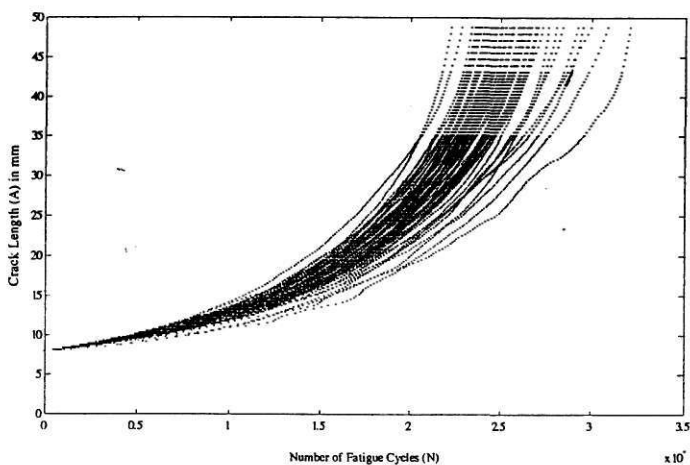
Η εξίσωση (2.12) είναι η γενική ολοκλήρωση της εξίσωσης του Paris όταν το (c) είναι ανεξάρτητο του μήκους της ρωγμής (a), και το (n) διάφορο του 2. Η εξίσωση δεν είναι σωστή όταν ο συντελεστής c είναι συνάρτηση του μήκους a . Στη περίπτωση αυτή, που είναι και η πιο συχνή, δεν μπορούμε πάντοτε να καταλήξουμε σε κλειστούς τύπους για το N_f , όπως αυτός της (2.12).

Καθώς ο κάθε κύκλος φόρτισης έχει μια συγκεκριμένη χρονική διάρκεια είναι εύκολο να μετατραπεί ο αριθμός των κύκλων που απαιτείται για τη θραύση (N_f) σε χρονική ποσότητα. Ο χρόνος αυτός είναι η διάρκεια-ζωής του εξαρτήματος υπό λειτουργία. Οι παραπάνω ποσότητες χρησιμοποιούνται και στον εκ των προτέρων υπολογισμό του

χρονικού διαστήματος που θα παρέλθει πριν γίνει έλεγχος, επίσκευή, ή, αντικατάσταση του εξαρτήματος, ώστε να αποφευχθεί η καταστροφική του θραύση.

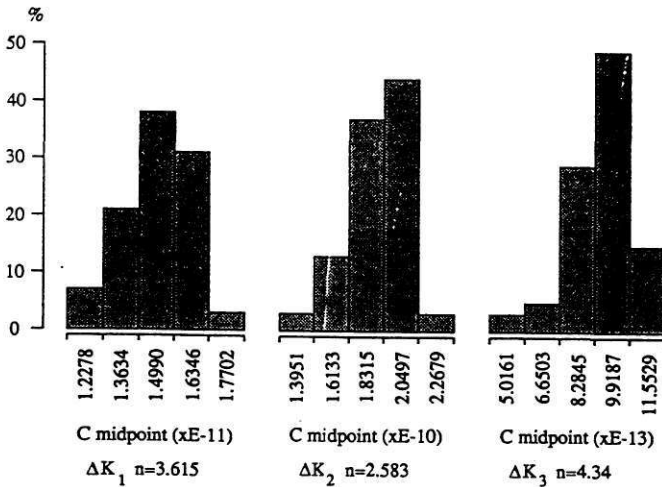
2.3.6 Η Στατιστική Φύση του Προβλήματος

Η εργαστηριακή μελέτη της διάδοσης των ραγμών έδειξε μια έντονη διαφορά στη συμπεριφορά δοκιμίων που προέρχονταν από το ίδιο υλικό, είχαν ίδιες διαστάσεις και είχαν βρεθεί κάτω από τις ίδιες συνθήκες καταπόνησης. Στο Σχήμα 2.14 φαίνονται τα αποτελέσματα του Virkler κ.ά. [6], από ένα πείραμα με 68 όμοια δοκίμια.



ΣΧΗΜΑ 2.14: Πειραματικές καμπύλες από 68 ίδια δοκίμια.

Η στοχαστική αυτή συμπεριφορά οδήγησε στην ανάγκη περιγραφής των παραμέτρων του μοντέλου διάδοσης των ραγμών με κατανομές ή με ιστογράμματα. Χρησιμοποιώντας την εξίσωση του Paris (2.10) για την περιγραφή των αποτελεσμάτων του παραπάνω πειράματος, καταλήγουμε σε ένα σύνολο τιμών για τις παραμέτρους C & n . Καθώς η παράμετρος n δεν μεταβάλλεται αισθητά μπορεί να θεωρηθεί σταθερή για κάθε μία από τις τρεις περιοχές (I, II & III) του διαγράμματος $da/dN - \Delta K$ (βλέπε Σχήμα 2.13). Για κάθε μία από τις περιοχές αυτές οι 68 διαφορετικές τιμές του συντελεστή C συνοψίζονται σε ένα ιστόγραμμα και συνοδεύονται από την αντίστοιχη τιμή του n . Το τελικό αποτέλεσμα [7], φαίνεται στο Σχήμα 2.15.



ΣΧΗΜΑ 2.15: Τιμές και ιστογράμματα των παραμέτρων n & C

Κατά την πρόβλεψη της διάρκειας-ζωής του υλικού, οι παραπάνω κατανομές χρησιμοποιούνται, μέσω καταλλήλων κωδίκων (π.χ. Covastol [8], Relief [9], κ.ά.) για τον υπολογισμό:

1. της κατανομής του μήκους των ρωγμών μετά από ένα ορισμένο αριθμό κύκλων φόρτισης, ή,
2. της κατανομής του αριθμού των απαιτούμενων κύκλων φόρτισης για να επιτευχθεί ένα ορισμένο μήκος ρωγμής. Οι κατανομές αυτές αποτελούν απαραίτητα δεδομένα για τη μελετητής δομικής αξιοπιστίας των εξαρτημάτων και των κατασκευών [22].

Στην προσπάθεια για πληρέστερη περιγραφή του φαινομένου της διάδοσης των ρωγμών έχουν μελετηθεί και προταθεί πολλές επεκτάσεις του νόμου του Paris, πιθανοτικές διατυπώσεις της εξίσωσης (2.10), καθώς και νέα στοχαστικά και μη μοντέλα [12,21], τα σημαντικότερα των οποίων θα αναλυθούν στα επόμενα κεφάλαια.

2.4 Μέθοδοι Πιστοποίησης της Κατάστασης των Υλικών

Διακρίνουμε δύο είδη μεθόδων ελέγχου της κατάστασης ενός υλικού ή εξαρτήματος, τις καταστρεπτικές και τις μη καταστρεπτικές μεθόδους. Οι καταστρεπτικές μέθοδοι είναι εκείνες οι οποίες υποβάλλουν το υλικό ή το εξάρτημα σε μηχανικές δοκιμασίες, καταστροφή ή τεμαχισμό και εξάγουν ακριβή συμπεράσματα για τη κατάσταση του. Το μειονέκτημα τους είναι ότι το εξάρτημα δεν είναι πλέον χρησιμοποιήσιμο. Οι μέθοδοι αυτές είναι εφαρμόσιμες όταν πρόκειται για ένα μεγάλο σύνολο αντιγράφων κάποιου εξαρτήματος, από το οποίο λαμβάνονται δείγματα και εξάγονται στατιστικά συμπεράσματα. Καθώς αυτό είναι αδύνατο για τη περίπτωση των πυρηνικών εγκαταστάσεων, όλο το ερευνητικό ενδιαφέρον συγκεντρώνεται στην ανάπτυξη και εφαρμογή των μεθόδων μη καταστρεπτικού ελέγχου.

2.4.1 Μέθοδοι Μη-Καταστρεπτικού Ελέγχου και Επίβλεψης

Όπως αναφέρθηκε και στην αρχή του κεφαλαίου, κάθε εξάρτημα πριν τεθεί σε λειτουργία υφίσταται έναν αρχικό έλεγχο καταλληλότητας. Ο έλεγχος αυτός γίνεται στο τέλος του σταδίου κατασκευής και έχει σαν σκοπό να αποτρέψει την χρησιμοποίηση ελαττωματικών εξαρτημάτων. Κατά τον έλεγχο αυτό εντοπίζονται τυχόν σφάλματα στην κατασκευή ή ατέλειες μέσα στο υλικό, και εκτιμάται η δυνατότητα να λειτουργήσει με ασφάλεια κάτω από τις προβλεπόμενες συνθήκες και φορτία. Ο αρχικός αυτός έλεγχος και η αξιολόγηση του εξαρτήματος μπορεί να θεωρηθεί και σαν η πρώτη εξέταση του περιοδικού ελέγχου, στον οποίο υποβάλλεται εν συνεχεία το εξάρτημα κατά τη διάρκεια της λειτουργίας του. Κατά την περιοδική αυτή αξιολόγηση, το εξάρτημα τίθεται εκτός λειτουργίας, αποσυνδέεται και εξετάζεται διεξοδικά για την παρουσία νέων ή τη διόγκωση παλαιών ατελειών. Σε ορισμένες περιπτώσεις ο περιοδικός έλεγχος δεν επαρκεί και απαιτείται πιο συχνή παρακολούθηση του εξαρτήματος. Συνήθως τέτοιες απαιτήσεις υπάρχουν κατά την εκτέλεση εργαστηριακών πειραμάτων. Τότε εφαρμόζεται συνεχής επίβλεψη του εξαρτήματος ή του δοκιμίου κατά τη διάρκεια της καταπόνησης.

Το βασικό στοιχείο του αρχικού, του περιοδικού και του συνεχούς ελέγχου είναι ότι χρησιμοποιούν μεθόδους μη καταστρεπτικού ελέγχου (NDT: Non Destructive Testing). Οι μέθοδοι αυτές χρησιμοποιούνται για τον καθορισμό της χρησιμότητας, της λειτουργικότητας, ή της ποιότητας των υλικών και των εξαρτημάτων, χωρίς όμως να επηρεάζουν κανένα από αυτά τα χαρακτηριστικά.

Οι κυριότερες κατηγορίες μεθόδων μη καταστρεπτικού ελέγχου είναι [1,11]:

- Οπτικός έλεγχος.
- Ραδιογραφικός έλεγχος με ακτίνες- α , γ , ή β .
- Έλεγχος με διεισδυτικά υγρά.
- Έλεγχος με υπερήχους (0.1 - 25 MHz).
- Έλεγχος με μαγνητικά ρινίδια ή μαγνητικά πεδία.
- Έλεγχος με μικροκύματα (300 MHz - 300 GHz).
- Έλεγχος με υπέρυθρη ακτινοβολία.
- Ολογραφία (Interferometry).
- Έλεγχος με ηλεκτρικό ρεύμα (Eddy, πτώση δυναμικού).
- Έλεγχος ακουστικής εκπομπής.
- Έλεγχος θερμικής εκπομπής.

Οι παραπάνω μέθοδοι μπορούν να χωριστούν σε δύο ομάδες, σε αυτές που προϋποθέτουν την αποσύνδεση του εξαρτήματος από την εγκατάσταση για να πραγματοποιηθεί ο έλεγχος, και σε εκείνες των οποίων η εφαρμογή απαιτεί το εξάρτημα να βρίσκεται σε λειτουργία. Οι μέθοδοι της πρώτης ομάδας χρησιμοποιούνται στον αρχικό και στον περιοδικό έλεγχο, ενώ οι της δεύτερης χρησιμοποιούνται για τη συνεχή επίβλεψη του εξαρτήματος κατά τη διάρκεια της λειτουργίας του.

Οι μέθοδοι συνεχούς επίβλεψης παρουσιάζουν ιδιαίτερο ενδιαφέρον, καθώς παρέχουν άμεση πληροφόρηση για τη συμπεριφορά των ρωγμών. Στα επόμενα τμήματα περιγράφονται πιο αναλυτικά ορισμένες από αυτές τις μεθόδους, με ιδιαίτερη έμφαση στη μέθοδο των ακουστικών εκπομπών.

2.4.2 Οπτικός Έλεγχος Με Μικροσκόπιο

Ο συνεχής έλεγχος του μήκους μιας ρωγμής οπτικά, είναι δυνατός μόνο σε ορισμένες περιπτώσεις. Τα δοκίμια του Σχήμα 2.5 είναι έτσι κατασκευασμένα ώστε η ρωγμή να είναι ορατή από την επιφάνεια και με τη χρήση μεγεθυντικών συσκευών να μετριέται το μήκος της.

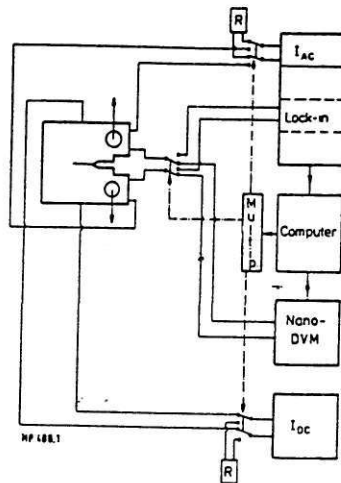
Η μέθοδος λειτουργεί ως εξής: Η άκρη της ρωγμής παρακολουθείται συνεχώς από ένα μικροσκόπιο, το οποίο μετακινείται έτσι ώστε η άκρη της ρωγμής να εστιάζεται πάντοτε στο κέντρο του. Η μετακίνηση του μικροσκοπίου γίνεται από stepper-motor το οποίο συνδέεται με τον υπολογιστή που παρακολουθεί την φόρτιση του δοκιμίου. Οι μετρήσεις αυτές μετατρέπονται εύκολα σε δεδομένα μήκους ρωγμής προς αριθμούς

κύκλων ($\alpha - N$). Τυχόν σφάλμα της μεθόδου οφείλεται μόνο στα σφάλματα του μικροσκοπίου και συστήματος μετακίνησης τα οποία είναι ελάχιστα.

Ο οπτικός έλεγχος με μικροσκόπιο, χάρις στην ακρίβεια του, είναι απαραίτητος και σαν μέθοδος αναφοράς για τη ρύθμιση των υπολοίπων μεθόδων ελέγχου, η χρήση του δε, εντοπίζεται κυρίως στο επίπεδο των εργαστηριακών πειραμάτων.

2.4.3 Μέθοδος της Πτώσης Δυναμικού

Η μέθοδος λειτουργεί με τη μέτρηση της τάσης στην επιφάνεια του μετάλλου, το οποίο διαρέεται από σταθερό DC ή εναλλασσόμενο AC ρεύμα. Η παρουσία ρωγμών, ή άλλων ατελειών, προκαλεί μεταβολές στη αγωγιμότητα του υλικού και αντίστοιχα στη μετρούμενη τάση. Η ίδια συσκευή που χρησιμοποιείται για την παροχή του ρεύματος και τη μέτρησή της τάσης μπορεί να μετατρέπει τις μεταβολές της πτώσης δυναμικού σε μεταβολές του μήκους της ρωγμής, εφόσον φυσικά έχει προηγηθεί η κατάλληλη ρύθμιση.



ΣΧΗΜΑ 2.16: Χοντρικό διάγραμμα συνδεσμολογίας της μεθόδου πτώσης δυναμικού

Η χρήση DC ρεύματος προσφέρει ευκολότερη τοποθέτηση και ρύθμιση, καθώς και μεγαλύτερη συσχέτιση τάσης και μήκους ρωγμής. Από την άλλη η χρήση AC ρεύματος απαιτεί πολύ μικρότερη ισχύ, διότι χάρις στο επιδερμικό φαινόμενο το ρεύμα κυκλοφορεί μόνο στην επιφάνεια του μετάλλου, έτσι δεν επηρεάζει την θερμοκρασία

του δοκιμίου και επιπλέον επιτρέπει τη χρήση μιας πληθώρας τεχνικών για τη μείωση του θορύβου.

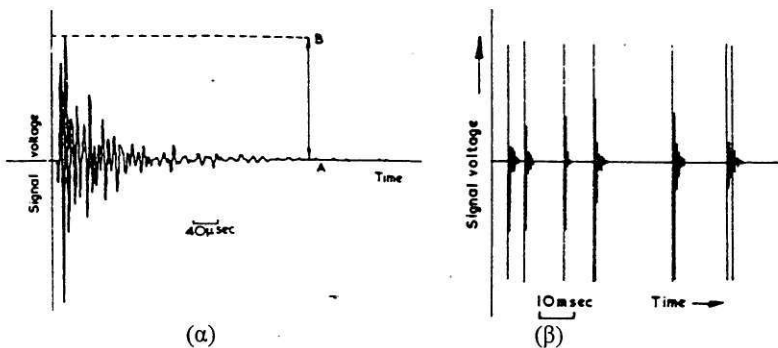
Οι δύο τεχνικές των DC και AC ρευμάτων μπορούν επίσης να εφαρμοστούν ταυτόχρονα ώστε να συνδυάζονται τα προτερήματά τους και να βελτιώνονται τα αποτελέσματα (Σχήμα 2.16) [10].

2.4.4 Μέθοδος της Ακουστικής Εκπομπής

Όταν σε ένα υλικό λαμβάνουν χώρα διεργασίες παραμόρφωσης απελευθερώνεται ενέργεια υπό μορφή ταλαντώσεων ή κυμάτων τάσης. Με τη χρήση των τεχνικών ακουστικής εκπομπής (ΑΕ) είναι δυνατόν να εντοπισθούν τα κύματα που εκπέμπονται από τέτοιες, πολύ χαμηλής ενέργειας, πηγές.

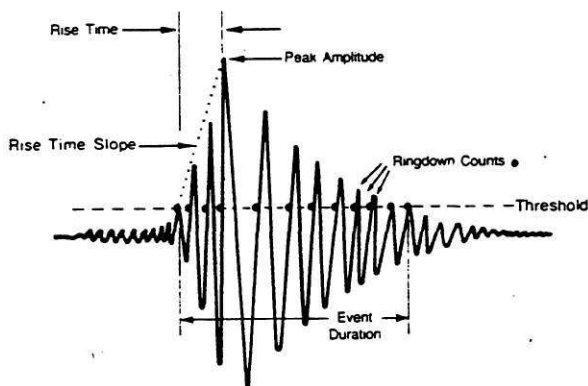
2.4.4.1 Εντοπισμός των Σημάτων Ακουστικής Εκπομπής

Στην επιφάνεια του υλικού τοποθετούνται ειδικοί αισθητήρες-μετατροπείς για τη συλλογή των κυμάτων και την μετατροπή τους σε ηλεκτρικό ρεύμα. Οι αισθητήρες αυτοί κατατάσσονται σε δύο κατηγορίες, τους μη-συντονιζόμενους ηλεκτρομαγνητικούς και χωρητικούς, και τους συντονιζόμενους πιεζοηλεκτρικούς. Οι πρώτοι μπορούν να εντοπίσουν κύματα συχνοτήτων DC έως 20 MHz, ενώ οι δεύτεροι παρέχουν υψηλότερη ευαισθησία αλλά σε ορισμένο εύρος ζώνης π.χ. 100-300 kHz. Οι πιεζοηλεκτρικοί μετατροπείς χαρακτηρίζονται για την υψηλή ευαισθησία, την αντοχή τους, και τον χαμηλό επηρεασμό από μηχανικό θόρυβο [19].

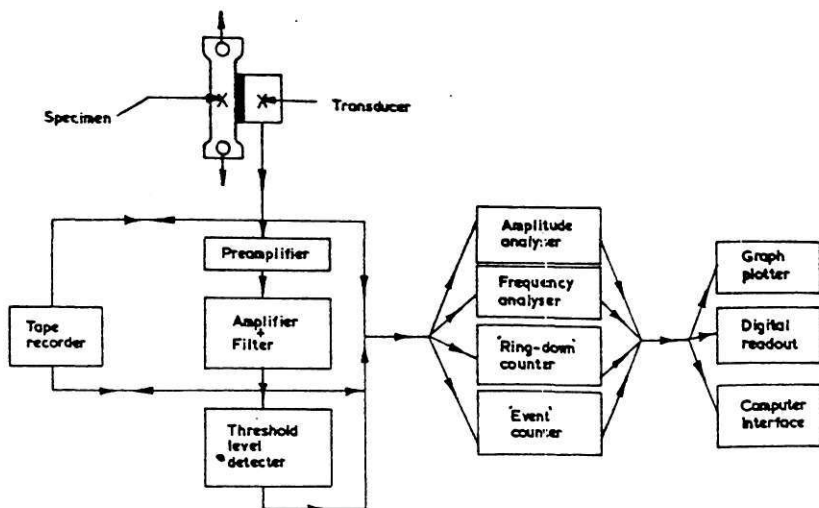


ΣΧΗΜΑ 2.17: (α) Σήμα ακουστικής εκπομπής, (β) Ριπή σημάτων.

Το σήμα του μετατροπέα, (Σχήμα 2.17α), οδηγείται σε έναν προ-ενισχυτή όπου φιλτράρονται οι ανεπιθύμητες συχνότητες, συνήθως οι κάτω των 100 kHz. Η ακουστική εκπομπή στο σύνολο της αποτελείται από χιλιάδες τέτοια σήματα που εκπέμπονται υπό μορφή ριτών σε ακανόνιστα χρονικά διαστήματα (Σχήμα 2.17β). Εν συνεχεία το σήμα διοχετεύεται σε συσκευές που εντοπίζουν και καταγράφουν τα χαρακτηριστικά του όπως είναι το μέγιστο πλάτος, η διάρκεια, ο χρόνος ανόδου, συχνότητα, ενέργεια κ.ά. (Σχήμα 2.18). Το σχηματικό διάγραμμα μιας συνδεσμολογίας για τη συλλογή συγκεκριμένων πληροφοριών από σήματα ΑΕ παρουσιάζεται στο Σχήμα 2.19.

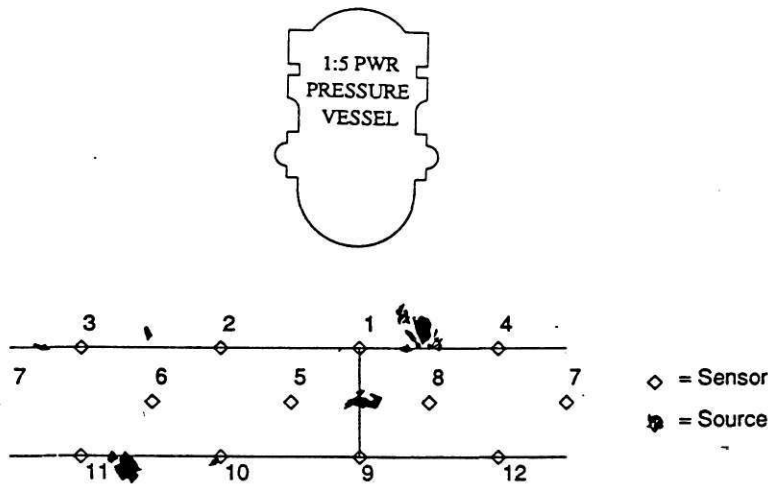


ΣΧΗΜΑ 2.18: Παράμετροι ενός σήματος ΑΕ.



ΣΧΗΜΑ 2.19: Συνδεσμολογία για τη συλλογή και επεξεργασία σημάτων ΑΕ.

Η χρήση πολλών αισθητήρων σε ένα εξάρτημα προσφέρει τη δυνατότητα του εντοπισμού της θέσης μιας διαδιδόμενης ρωγμής. Αυτό γίνεται με μεθόδους τριγωνισμού και βασίζεται στον διαφορετικό χρόνο άφιξης ενός σήματος στους αισθητήρες. Ο τρόπος αυτός για τον εντοπισμό των ρωγμών χρησιμοποιείται σε πολλές κατασκευές και ιδιαίτερα στα δοχεία πίεσης πυρηνικών αντιδραστήρων (Σχήμα 2.20) [16,23,24].

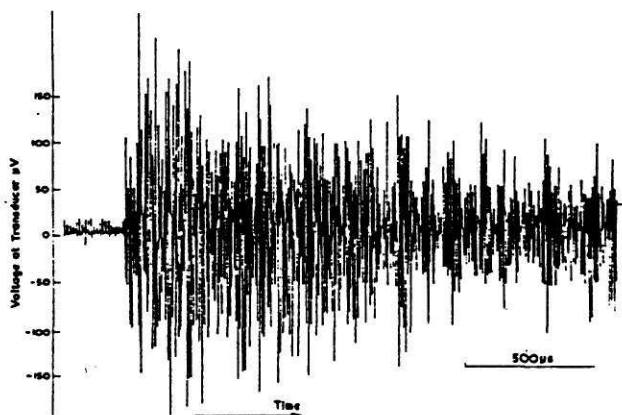


ΣΧΗΜΑ 2.20: Επίβλεψη δοχείου πίεσης με δίκτυο αισθητήρων ΑΕ.

2.4.4.2 Μορφή των Σημάτων Ακουστικής Εκπομπής

Η μορφή και η ένταση των σημάτων ΑΕ εξαρτάται αφ' ενός από τον τύπο του υλικού που εξετάζεται, αφ' ετέρου από το είδος της παραμόρφωσης που συμβαίνει. Έχει βρεθεί ότι τα σήματα αυτά εμπίπτουν σε δύο γενικές κατηγορίες. Η εκπομπή κατά ριπές περιέχει σήματα με μεγάλο πλάτος, που προέρχονται από πηγές υψηλότερης ενέργειας όπως είναι η διάδοση μιας ρωγμής. Η συνεχής εκπομπή (Σχήμα 2.21) περιέχει σήματα που δεν διαχωρίζονται, έχουν πολύ μικρό πλάτος και οφείλονται σε πλαστικές παραμορφώσεις μέσα στο υλικό. Ο διαχωρισμός μεταξύ των δύο τύπων σημάτων δεν είναι απόλυτος και γίνεται περισσότερο για πρακτικούς λόγους όπως τη καλύτερη ταξινόμηση και μελέτη των αποτελεσμάτων.

Τέλος, και οι συνθήκες κάτω από τις οποίες γίνεται ένα τεστ είναι ιδιαίτερα σημαντικές. Οι διαστάσεις του δοκιμίου και το περιβάλλον στο οποίο βρίσκεται επηρεάζουν την μορφή της ΑΕ. Επίσης, τυχόν προηγηθείσα θερμική και μηχανική κατεργασία του δοκιμίου πρέπει να ληφθεί υπ' όψιν, καθώς αλλαγές στη δομή του υλικού επηρεάζουν σημαντικά τα χαρακτηριστικά της ΑΕ [19].



ΣΧΗΜΑ 2.21: Σήμα συνεχούς ΑΕ.

2.5 Συμπεράσματα

Στο Κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκε το πρόβλημα της κόπωσης και γήρανσης των υλικών, η δημιουργία του, η επίδρασή του στην αξιοπιστία των αντιδραστήρων και οι μέθοδοι παρακολούθησής του. Η σημασία του δηλώνεται έντονα από τις επιπτώσεις των ατυχημάτων των χημικών και πυρηνικών εργοστασίων ανά τον κόσμο. Είδαμε επίσης ότι ενώ το φαινόμενο είναι στοχαστικό, οι τυποποιημένες αναλύσεις γίνονται εκ των προτέρων και είναι στατικές. Οι σημαντικότερες προσπάθειες για στατιστική ανάλυση του φαινομένου βασίζονται στη "τυχαιοποίηση" ορισμένων παραμέτρων, και μελετώνται στο επόμενο κεφάλαιο.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 : ΜΟΝΤΕΛΑ & ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ ΤΗΣ ΔΙΑΡΚΕΙΑΣ-ΖΩΗΣ ΕΝΟΣ ΥΛΙΚΟΥ ΛΟΓΩ ΤΗΣ ΚΟΠΩΣΗΣ

3.1 Εισαγωγή

Η ανάγκη για μια πληρέστερη περιγραφή του φαινομένου της αύξησης του μήκους των ρωγμών σαν συνάρτηση της καταπόνησης, οδήγησε στην διατύπωση μιας πληθώρας εξισώσεων και μοντέλων. Στην πλειοψηφία τους τα μοντέλα αυτά είναι εμπειρικά και ντετερμινιστικά. Την τελευταία δεκαετία έχει αρχίσει μια προσπάθεια διατύπωσης στοχαστικών μοντέλων είτε με την τυχαιοποίηση των ήδη υπαρχόντων, είτε με την δημιουργία νέων. Στην κατεύθυνση αυτή οδήγησε η διαπίστωση της στατιστική φύσης του φαινομένου της διάδοσης των ρωγμών, καθώς και η ανάπτυξη των μεθόδων χειρισμού στοχαστικών μοντέλων.

Τα σημαντικότερα από τα υπάρχοντα μοντέλα στοχαστικά και ντετερμινιστικά, καθώς και οι προτεινόμενες επεκτάσεις ή νέα μοντέλα, παρουσιάζονται και αναλύονται στο παρόν κεφάλαιο.

3.2 Κριτήρια Σχεδιασμού Εξαρτημάτων υπό Κόπωση

Κατά τον σχεδιασμό ενός εξαρτήματος λαμβάνονται υπ' όψιν παράγοντες όπως οι συνθήκες λειτουργίας και οι καταπονήσεις, η απαιτούμενη διάρκεια καλής λειτουργίας, η ασφάλεια, και φυσικά οικονομικοί παράγοντες.

Ο σχεδιαστής βασίζεται στη εκτίμηση που έχει για τις καταπονήσεις τις οποίες θα υποστεί το εξάρτημα κατά τη διάρκεια της χρήσης του. Εν συνεχεία, κάνει χρήση των καμπυλών $S - N$ του υλικού, οι οποίες έχουν προέλθει από πειραματικές δοκιμές και διατίθενται σε πίνακες. Τέλος εφαρμόζει τον κανόνα του Miner και τους απαραίτητους συντελεστές ασφαλείας.

3.2.1 Ο Κανόνας του Miner

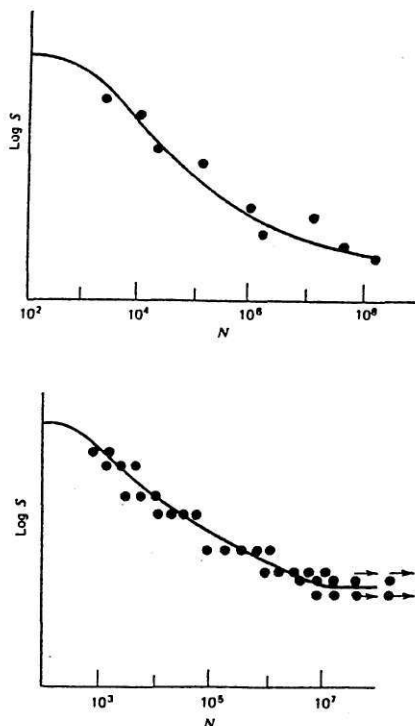
Ο κανόνας του Miner [1] είναι η πιο διαδεδομένη μέθοδος σχεδιασμού υπό κόπωση. Σχεδόν όλα τα αεροσκάφη που πετούν σήμερα έχουν σχεδιαστεί χρησιμοποιώντας αυτόν τον κανόνα. Το κριτήριο των κανονισμών ASME για τη σχεδίαση εξαρτημάτων

υπό κόπωση, χρησιμοποιεί επίσης τον κανόνα του Miner που περιγράφεται από την σχέση:

$$\sum_i \frac{n_i}{N_i} = 1.0 \quad (3.1)$$

3.2.1.1 Χρήση του Κανόνα του Miner στη Βιομηχανία

Η μέθοδος αυτή κάνει χρήση των καμπυλών κόπωσης S-N (μέγιστης τάσης S προς επιτρεπόμενο αριθμό κύκλων N), που είναι του τύπου του Σχήματος 3.1. Οι καμπύλες αυτές προκύπτουν από τα αποτελέσματα των τεστ κόπωσης που έχουν γίνει πάνω σε δοκίμια του αντίστοιχου υλικού. Από το διάγραμμα S-N μπορεί να βρεθεί, για κάποια τάση S_j , ποιος είναι ο επιτρεπόμενος αριθμός κύκλων φόρτισης N_j , ώστε να μη έχουμε αστοχία του υλικού. Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.1, είναι ακόμη δυνατόν να βρεθεί μια ελάχιστη τάση για ένα υλικό, τέτοια ώστε να μην προκληθεί ποτέ αστοχία, ανεξάρτητα από τον αριθμό των εφαρμοζομένων κύκλων κόπωσης.



ΣΧΗΜΑ 3.1: Διάγραμμα S-N καμπυλών για διάφορα υλικά.

Έστω ότι n_1, n_2, n_3, \dots είναι οι προβλεπόμενοι αριθμοί κύκλων για αντίστοιχους τύπους φορτίων 1, 2, 3, ... και ότι N_1, N_2, N_3, \dots είναι αντίστοιχα οι επιτρεπόμενοι αριθμοί κύκλων που προκύπτουν από τα διαγράμματα $S-N$. Τότε ορίζεται σαν συντελεστής χρήσης U_i για το φορτίο i ο λόγος:

$$U_i = \frac{n_i}{N_i} \quad (3.2)$$

και σαν συνολικός συντελεστής χρήσης U ορίζεται το άθροισμα $\sum(U_i)$. Το κριτήριο του σχεδιασμού υπό κόπωση (κανονισμοί ASME) βασίζεται στην οριοθέτηση του συνολικού συντελεστή χρήσης U , και είναι συνήθως ≤ 1 :

$$U = \sum_i U_i = \sum_i \frac{n_i}{N_i} \leq 1.0 \quad (3.3)$$

Κατά την εφαρμογή της μεθόδου γίνονται πολλές υποθέσεις [2] μεταξύ των οποίων είναι ότι :

- i. Οι καμπύλες $S-N$ του υπό εξέταση εξαρτήματος και του δοκιμίου που χρησιμοποιήθηκε είναι ταυτόσημες.
- ii. Το φάσμα φόρτισης ($i=1,2,3, \dots$) που επιλέχθηκε για τον υπολογισμό είναι ακριβές.
- iii. Η τιμή που δίνεται στον συντελεστή U (π.χ. $U=1.0$) είναι σωστή.

Αν οι παραπάνω υποθέσεις είναι σωστές και οι καμπύλες $S-N$ που χρησιμοποιήθηκαν είναι πράγματι οι μέσες καμπύλες, τότε η υπολογισμένη διάρκεια-ζωής έχει πιθανότητα πραγματοποίησης μόνο 50%. Με τη χρήση όμως ενός συντελεστή ασφαλείας της τάξης του 4 (για μια τυπική απόκλιση $s = 0.20$), η πιθανότητα γίνεται $P_s = 99.9\%$.

3.2.1.2 Ακρίβεια του Κανόνα του Miner

Εκπληκτικά λίγες είναι οι έγκυρες προσπάθειες ελέγχου της ακρίβειας του κανόνα του Miner που βρίσκονται στη βιβλιογραφία. Η κύριες αιτίες είναι το τεράστιο κόστος τέτοιων προγραμμάτων και η δυσκολία αναπαράστασης πραγματικών φορτίων και συνθηκών καταπόνησης. Οι πρώτες σημαντικές προσπάθειες αρχίζουν από την Lockheed το 1962 [3]. Το συμπέρασμα ήταν ότι ο κανόνας του Miner δεν ήταν χειρότερος και ήταν απλούστερος από τις τότε διαθέσιμες μεθόδους.

Κατά τη δεκαετία του εβδομήντα πραγματοποιήθηκαν και άλλα εργαστηριακά προγράμματα από τους Schijve, Jacoby, Schutz, την NASA, την LBF και την Διαδακτορική Διατριβή - Βασίλειος. Χ. Μούσας

Messerschmitt-Bolkow-Blohm [2]. Στα πειράματα αυτά διαπιστώθηκε ότι ενώ συχνά το $U = \sum(n_i/N_i) = 1.0$ ήταν σωστό για τον μέσο όρο των δοκιμών, η διασπορά ήταν μεγάλη και οι τιμές για τα ανεξάρτητα τεστ κυμαίνονταν από 0.1 έως και 3.0. Τα αποτελέσματα αυτά έδειξαν ότι ο κανόνας του Miner παρουσιάζει μειονεκτήματα, το κυριότερο δε από αυτά είναι ότι: σε οποιαδήποτε πραγματική περίπτωση είναι γενικά αδύνατο να εκτιμηθεί αν η πρόβλεψη του κανόνα του Miner θα είναι στη μη συντηρητική ή στη συντηρητική πλευρά, καθώς οι παράμετροι που επηρεάζουν την πρόβλεψη αυτή είναι άγνωστες.

Η ευρεία χρήση του κανόνα οφείλεται σε δύο κυρίως λόγους :

1. την απλότητα της εφαρμογής του, και,
2. τις μικρές απαιτήσεις σε πειραματικές δοκιμές, όταν το υλικό δεν είναι τυποποιημένο, για την εύρεση των καμπυλών $S-N$.

Η απλότητα όμως του νόμου, μαζί με την υπόθεση ότι η συσσώρευση των ζημιών λόγω κόπωσης είναι γραμμική, δεν επιτρέπουν την σωστή περιγραφή του φαινομένου της διάδοσης των ρωγμών καθώς έρχονται σε αντίθεση με την φυσική πραγματικότητα του φαινομένου.

Η υπόθεση της γραμμικής συσσώρευσης της ζημιάς ισοδυναμεί με το να υποθέσουμε μια εκθετική κατανομή για την στατιστική μεταβλητή n_i , το πλήθος των κύκλων για θραύση κάτω από κυκλική φόρτιση S_i , όντας N_i^μ η μέση τιμή, δηλ. :

$$P(n_i) = \exp\left(-\frac{n_i}{N_i^\mu}\right) \quad (3.4)$$

οπότε για το σύνολο των φορτίσεων N ($=\sum(n_i)$, $i=1,2,..$) η συνολική πιθανότητα επιβίωσης θα είναι :

$$R(N) = \prod_i P(n_i) = \exp\left(-\sum_i \frac{n_i}{N_i^\mu}\right) \quad (3.5)$$

απ' όπου :

$$\ln \frac{1}{R(N)} = \sum_i \frac{n_i}{N_i^\mu} = \text{const.} \quad (3.6)$$

η οποία και εκφράζει την υπόθεση της γραμμική συσσώρευσης των ζημιών ανεξάρτητα από την ακολουθία φόρτισης. Από την άλλη πλευρά η κατανομή (3.4) χαρακτηρίζεται από ένα ρυθμό αύξησης της ρωγμής σταθερό :

$$h(n_i) = - \frac{P'(n_i)}{P(n_i)} = \frac{1}{N_i} = \text{const.} \quad (3.7)$$

Το τελευταίο, έρχεται σε αντίθεση με τα πειραματικά δεδομένα όπου ο ρυθμός αύξησης της ρωγμής είναι πάντα αυξανόμενος.

Συμπερασματικά, ο κανόνας του Miner, παρόλο που συχνά χρησιμοποιείται για τη πρόβλεψη ολόκληρης της διάρκειας-ζωής υπό κόπωση (έναρξη και διάδοση της ρωγμής), πρέπει κανονικά να χρησιμοποιείται μόνο για την πρόβλεψη της διάρκειας της έναρξης της ρωγμής [2]. Η πρόβλεψη της διάρκειας της διάδοσης μιας ρωγμής γίνεται ακριβέστερα με τη χρήση μεθόδων της θραυστομηχανικής, όπως θα δούμε παρακάτω.

3.3 Ημιεμπειρικά Μοντέλα Διάδοσης Ρωγμών

Κατά την παρουσίαση του προβλήματος της διάδοσης των ρωγμών, στο κεφάλαιο 2, αναφέρθηκε η εξίσωση του Paris η οποία εξέφραζε μια σχέση μεταξύ της αύξησης των διαστάσεων του ελαττώματος, του αριθμού των κύκλων φόρτισης και του πλάτους της εφαρμοζόμενης τάσης. Η εξίσωση αυτή είναι μία από τις δεκάδες εκφράσεις έχουν κατά καιρούς προταθεί για την περιγραφή της διάδοσης των ρωγμών λόγω κόπωσης [6]. Οι εκφράσεις αυτές έχουν ημιεμπειρική προέλευση και αναπτύχθηκαν κυρίως σαν μοντέλα επεξήγησης των πειραματικών αποτελεσμάτων.

Τα μοντέλα διάδοσης ρωγμών που ποικίλουν από πολύ απλά έως πολύ σύνθετα, συνοψίζονται, ανάλογα με τη μορφή της εξίσωσης, σε τρεις βασικές κατηγορίες :

$$(α) \quad da/dN = C_1 \cdot a^n \quad (3.8)$$

$$(β) \quad da/dN = C_2 \cdot \Delta S \cdot a^n \quad (3.9)$$

$$(γ) \quad da/dN = C_3 \cdot f(\Delta K) \quad (3.10)$$

όπου, τα C_1 , C_2 , C_3 & n είναι χαρακτηριστικές σταθερές του υλικού, ΔS η μεταβολή της κυκλικής τάσης, και, ΔK η αντίστοιχη μεταβολή του συντελεστή συσσώρευσης τάσεων. Οι εκφράσεις που ανήκουν στην τρίτη κατηγορία (3.10), είναι και οι ευρύτερα χρησιμοποιούμενες, παρόλο που είναι πιο περίπλοκες, διότι συνήθως δίνουν και τα πιο ικανοποιητικά αποτελέσματα. Στο παράρτημα μπορεί κανείς να βρει έναν κατάλογο με

τις σημαντικότερες ημιεμπειρικές σχέσεις που έχουν προταθεί μέχρι σήμερα για την περιγραφή του φαινομένου.

Ορίζοντας ένα διάνυσμα β που να περιέχει όλες παραμέτρους του υλικού, η εξίσωση (3.10) μπορεί να διατυπωθεί πιο γενικά σαν :

$$da/dN = f(\Delta K, \beta) \quad (3.11)$$

Αντίστοιχα η ολοκληρωμένες και αναδρομικές μορφές των μοντέλων αυτών θα είναι :

$$\alpha = g_1(N, \beta), \quad \text{ή,} \quad \alpha_{k+1} = g_2(\alpha_k, \Delta K, N_k, \Delta N, \beta) \quad (3.12)$$

$$N = g_3(\alpha, \Delta K, \beta), \quad \text{ή,} \quad N_{k+1} = g_4(\alpha_k, \Delta \alpha, \Delta K, N_k, \beta) \quad (3.13)$$

Η σωστή εκτίμηση της τιμής του διανύσματος β για τα διάφορα υλικά και συνθήκες είναι η κυριότερη προϋπόθεση για την σωστή πρόβλεψη της ζωής ενός εξαρτήματος.

3.3.1 Ο Νόμος του Paris

Στις εκφράσεις που ανήκουν στην τρίτη κατηγορία περιλαμβάνονται και ο νόμος του Paris [5] με τις επεκτάσεις του. Είναι ο πλέον χρησιμοποιούμενος νόμος καθώς συνδυάζει την σχετικά απλή μορφή της εξίσωσης με την καλή προσαρμογή σε πειραματικά δεδομένα.

Η εξίσωση του νόμου του Paris έχει την παρακάτω μορφή :

$$da/dN = C \cdot (\Delta K)^n \quad (3.14)$$

Παίρνοντας λογαρίθμους η εξίσωση (3.14) γίνεται μια γραμμική σχέση με συντελεστή το n και σταθερό όρο το $\log C$:

$$\log(da/dN) = \log C + n \cdot \log(\Delta K) \quad (3.15)$$

Αυτή είναι και η αρχική της μορφή, καθώς είναι μια ημιεμπειρική εξίσωση που σχεδιάστηκε για να περιγράψει τη γραμμική σχέση που παρατηρείται μεταξύ των ποσοτήτων $\log(da/dN)$ και $\log(\Delta K)$. Οι ποσότητες αυτές προκύπτουν από τις τιμές των πειραματικών δεδομένων $a - N$, όπως περιγράφηκε στο Τμήμα 2.3.3.

Συγκεκριμένα στον νόμο του Paris, οι παράμετροι C και n είναι οι σταθερές του υλικού που πρέπει να εκτιμηθούν, και η μεταβολή του συντελεστή συσσώρευσης τάσεων ΔK δίνεται από την σχέση :

$$\Delta K = \Delta S Y \sqrt{\pi a} \quad (3.16)$$

όπου, ΔS είναι το εύρος της τάσης, και Y είναι διορθωτικός συντελεστής της γεωμετρίας του δοκιμίου (βλ. Κεφ. 2).

3.3.1.1 Χρήση του νόμου του Paris - Εφαρμογή κατά ASME

Στο παράρτημα Α του τμήματος ΧΙ του κώδικα ASME [4] καθορίζονται τα κριτήρια αποδοχής ελαττωμάτων στα εξαρτήματα πυρηνικών εγκαταστάσεων. Η ανάλυση της διάδοσης αυτών των ελαττωμάτων χρησιμοποιεί εκτεταμένα την μεταβολή του συντελεστή συσσώρευσης τάσεων ΔK , και πραγματοποιείται με την βοήθεια της εξίσωσης του Paris.

Οι οδηγίες που περιέχονται στον κώδικα, προτείνουν τον ακόλουθο τρόπο εφαρμογής.

1. Για κάθε μήκος ρωγμής a υπολογίζεται η αντίστοιχη τιμή του $\log(\Delta K)$, βάσει του τύπου (3.16) και της έκφρασης για το Y που αντιστοιχεί στο δοκίμιο.
2. Για κάθε ζεύγος τιμών $a - N$, υπολογίζεται η παράγωγος da/dN και εν συνεχεία ο λογάριθμός της $\log(da/dN)$. Από τις διάφορες μεθόδους υπολογισμού της παραγώγου (graphical procedure, secant method, modified difference method, incremental polynomial method, total polynomial method, κ.ά.) συνίσταται η incremental polynomial, αλλά πολύ συχνά χρησιμοποιείται και η μέθοδος secant.
3. Στα μετασχηματισμένα δεδομένα $\log(da/dN) - \log(\Delta K)$ εφαρμόζεται η μέθοδος των γραμμικών ελαχίστων τετραγώνων και ευρίσκεται η εξίσωση της ευθείας που προσεγγίζει τα δεδομένα. Η κλίση της ευθείας είναι ο συντελεστής n και ο σταθερός όρος είναι ο λογάριθμος του συντελεστή C .
4. Κρατώντας σταθερή την τιμή του συντελεστή n , υπολογίζουμε τις τιμές του C για κάθε ένα από τα σημεία. Το αποτέλεσμα μας δίνουν μία κατανομή των τιμών του C , απαραίτητη για την στατιστική μελέτη του φαινομένου.

Η παραπάνω διαδικασία θα δώσει σαν αποτέλεσμα εκτιμήσεις των μέσων όρων ή των κατανομών των τιμών των παραμέτρων n και C οι οποίες θα χρησιμοποιηθούν στην πρόβλεψη του φαινομένου. Αυτό γίνεται πάλι με την χρήση του νόμου του Paris (σε ολοκληρωμένη μορφή) και τον υπολογισμό των απαιτούμενων κύκλων N_f για την δημιουργία ρωγμής μήκους a_f αρχίζοντας από ένα μήκος a_i . Χρησιμοποιώντας για την παράμετρο C την κατανομή του βήματος 4, μπορούμε να πάρουμε μια αντίστοιχη κατανομή για την διάρκεια-ζωής N_f του εξαρτήματος.

3.3.1.2 Ολοκλήρωση του Νόμου του Paris

Η ολοκληρωμένη μορφή του νόμου του Paris εξαρτάται από την μορφή της εξίσωσης (3.16) και ειδικότερα από την έκφραση για το Y (Κεφ. 2). Για μια επιφάνεια απείρων διαστάσεων όπου το Y είναι σταθερά θα έχουμε :

$$N_f = \int_0^{N_f} dN = \int_{\alpha_i}^{\alpha_f} \frac{d\alpha}{C (\Delta S)^n (\pi \alpha)^{n/2} \gamma^n} = \frac{1}{C (\Delta S)^n (\pi)^{n/2} \gamma^n} \int_{\alpha_i}^{\alpha_f} \frac{d\alpha}{\alpha^{n/2}} \quad (3.17)$$

όπου, N_f είναι ο συνολικός αριθμός κύκλων φόρτισης που απαιτούνται για να φτάσει μία ρωγή το τελικό μήκος α_f ξεκινώντας από το αρχικό μήκος α_i .

Αν $n \neq 2$

$$\int_{\alpha_i}^{\alpha_f} \frac{d\alpha}{\alpha^{n/2}} = \frac{\alpha^{-n/2+1}}{-n/2+1} \Big|_{\alpha_i}^{\alpha_f} = \frac{\alpha_f^{-n/2+1} - \alpha_i^{-n/2+1}}{-n/2+1} \quad (3.18)$$

και συνεπώς,

$$N_f = \frac{\alpha_f^{-n/2+1} - \alpha_i^{-n/2+1}}{(-n/2+1)C (\Delta S)^n (\pi)^{n/2} \gamma^n} \quad (3.19)$$

Η εξίσωση (3.19) αποτελεί την γενική ολοκλήρωση του νόμου του Paris όταν το Y είναι ανεξάρτητο του μήκους της ρωγής a και το n διάφορο του 2. Η εξίσωση δεν είναι σωστή όταν το Y είναι συνάρτηση του a , που είναι και το πιο συνηθισμένο, οπότε το ολοκλήρωμα πρέπει να ξανα-υπολογισθεί περιλαμβάνοντας την $Y(\alpha)$. Σε τέτοιες περιπτώσεις συχνά απαιτείται αριθμητική ολοκλήρωση με υπολογιστή.

Το ολοκλήρωμα μπορεί να γραφτεί και ως προς N & α_i ώστε να υπολογίζει το α_f για δεδομένο αριθμό κύκλων. Στην περίπτωση αυτή, η εξίσωση πρέπει να χρησιμοποιείται επαναληπτικά με πολλά βήματα, μέχρις ότου καλυφθεί όλο το διάστημα $[\alpha_i \dots \alpha_f]$. Η αναδρομική μορφή της (για $i = k$ & $f = k+1$) είναι :

$$\alpha_{k+1} = \left(\alpha_k^{\frac{2-n}{2}} + \frac{2-n}{2} C C_A^n \Delta N \right)^{\frac{2}{2-n}} \quad (3.20)$$

όπου, $\Delta N = N_{k+1} - N_k$, και $C_A = Y \cdot \Delta S$.

3.3.1.3 Πρόβλεψη της Διάρκειας-Ζωής

Έχοντας εκτιμήσει τις τιμές των παραμέτρων ενός υλικού, γνωρίζοντας την γεωμετρία του εξαρτήματος, και, έχοντας στην διάθεσή μας την σωστή μορφή της εξίσωσης (3.19), μπορούμε να υπολογίσουμε τους απαιτούμενους κύκλους φόρτισης ώστε από το αρχικό μήκος ρωγμής a_i να φθάσουμε στο τελικό μήκος a_f . Οι ποσότητες που θα πρέπει να είναι γνωστές για να προχωρήσουμε στην πρόβλεψη ζωής είναι :

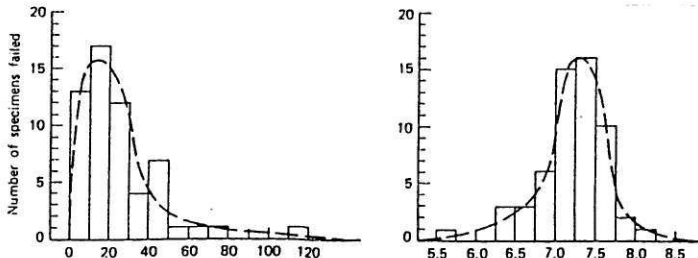
- Ο συντελεστής συσσώρευσης τάσεων, K_I .
- Η σκληρότητα θραύσης, K_c .
- Η εξίσωση / νόμος που περιγράφει την αύξηση της ρωγμής.
- Το αρχικό μέγεθος της ρωγμής, a_i .
- Το τελικό ή κρίσιμο μέγεθος της ρωγμής, a_f (a_c).

Ο συντελεστής συσσώρευσης τάσεων K_I περιγράφεται από συγκεκριμένες εξισώσεις ανάλογα με την γεωμετρία του δοκιμίου (Κεφ. 2). Η σκληρότητα θραύσης, K_c εξαρτάται από το υλικό και τη διατομή και δίνεται ή καθορίζεται πειραματικά. Το τελικό μήκος a_f (ή κρίσιμο μήκος a_c όπως συχνά συναντάται) ορίζεται ή υπολογίζεται από την εξίσωση του K_I , λύνοντας ως προς a/w αφού θέσουμε το K ίσο με K_c . Αν π.χ. η εξίσωση είναι η (3.16), θα έχουμε:

$$K_c = S_{\max} Y \sqrt{\pi a_f} \Leftrightarrow a_f = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_c}{S_{\max} Y} \right)^2 \quad (3.21)$$

Η εξίσωση που υπολογίζει τον χρόνο-ζωής θα είναι η ολοκληρωμένη μορφή ενός από τους νόμους διάδοσης της ρωγμής (π.χ. Paris), και το αρχικό μέγεθος της ρωγμής, a_i προκύπτει από μετρήσεις ή έχει χαραχθεί κατά την κατασκευή των δοκιμίων. Οι προβλέψεις που γίνονται με τον τρόπο αυτό, είναι κατ' αρχήν ντετερμινιστικές.

Η στατιστική φύση του προβλήματος προκύπτει από το ότι, οι παραπάνω ποσότητες δεν είναι σταθερές, αλλά, τυχαίες μεταβλητές που περιγράφονται συνήθως από Κανονικές (Gaussian) ή Log-Normal κατανομές.



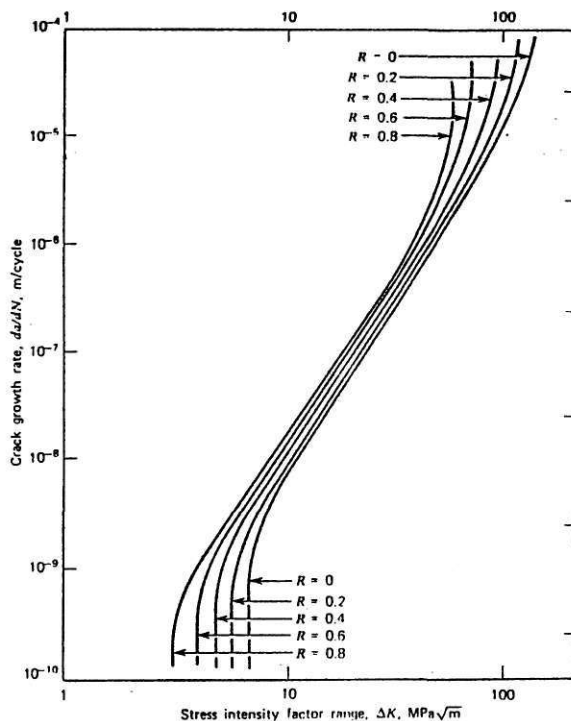
ΣΧΗΜΑ 3.2: Αριθμός δοκιμίων προς Διάρκεια (σε εκατομ. κύκλους N , και, $\log N$).

3.3.2 Άλλοι Νόμοι Διάδοσης των Ρωγμών

3.3.2.1 Η Εξίσωση Forman

Η εμπειρία έχει δείξει μια σημαντική επίδραση της μέσης τάσης κόπωσης στη συμπεριφορά μιας ρωγμής, όπως φαίνεται και στο Σχήμα 3.3. Για να υπολογισθεί η επίδραση αυτή, εισάγεται στην εξίσωση διάδοσης σαν παράμετρος ο λόγος των τάσεων $R = S_{\min}/S_{\max}$. Αύξηση του R (που ισοδυναμεί με αύξηση της μέσης τάσης), προκαλεί αύξηση του ρυθμού διάδοσης της ρωγμής. Η επίδραση της μέσης τάσης είναι μικρότερη στην περιοχή II της σιγμοειδούς, αλλά είναι πιο έντονη στην περιοχή III η οποία και διέπεται από τη (σκληρύνωση θραύσης) K_c ή K_{Ic} . Η σχέση που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό των επιδράσεων αυτών, είναι η εξίσωση Forman [7] και έχει την παρακάτω μορφή :

$$\frac{da}{dN} = \frac{C \cdot (\Delta K)^n}{(1-R)K_c - \Delta K} \quad \text{όπου, } R = S_{\min}/S_{\max} = K_{\min}/K_{\max} \quad (3.22)$$



ΣΧΗΜΑ 3.3: Επίδραση της μέσης τάσης κόπωσης στην ρυθμό αύξησης της ρωγμής.

3.3.2.2 Η εξίσωση Larsen

Η μη-γραμμική εξίσωση του Larsen χρησιμοποιεί το υπερβολικό ημίτονο και αναπτύχθηκε στην Pratt & Whitney Aircraft [8]. Το μοντέλο προϋποθέτει μεν τους ίδιους μετασχηματισμούς και λογαριθμίσεις των δεδομένων $\alpha - N$ όπως ο νόμος του Paris, αλλά είναι μη-γραμμικό και διαθέτει μεγαλύτερη ευελιξία προσαρμογής στα δεδομένα χάρις στο μεγαλύτερο πλήθος παραμέτρων που διαθέτει.

Η εξίσωση του μοντέλου είναι :

$$\frac{d\alpha}{dN} = (10)^{C_1 \sinh(C_2 \log(\Delta K) + C_3)} + C_4 \quad (3.23)$$

ή, παίρνοντας λογαρίθμους :

$$\log(da/dN) = C_1 \sinh(C_2 \log(\Delta K) + C_3) + C_4 \quad (3.24)$$

Η παράμετρος C_1 είναι σταθερά του υλικού, και οι C_2 , C_3 και C_4 είναι συναρτήσεις της θερμοκρασίας (T), της συχνότητας φόρτισης (ν), του λόγου των τάσεων (R), και άλλων συνθηκών.

3.3.3 Μοντέλα Καθυστέρησης της Διάδοσης της Ρωγμής

Τα μοντέλα αυτά χρησιμοποιούνται για την πρόβλεψη του χρόνου-ζωής και εφαρμόζουν μια παραλλαγή της βασικής σχέσης, που μπορεί να είναι η εξίσωση Paris ή η εξίσωση Forman. Σκοπός τους είναι να διορθώσουν τις προβλέψεις των παραπάνω εξισώσεων για τις περιπτώσεις καθυστέρησης της διάδοσης της ρωγμής. Σαν αιτία αυτής της καθυστέρησης θεωρείται η δημιουργία πλαστικής ζώνης που μειώνει την τελικά εφαρμοζόμενη τάση επάνω στη ρωγμή.

3.3.3.1 Το Μοντέλο του Wheeler

Το μοντέλο του Wheeler [7] τροποποιεί το παρακάτω βασικό άθροισμα, με το οποίο υπολογίζεται το μήκος της ρωγμής μετά N φορτίσεις :

$$\alpha_N = \alpha_0 + \sum_{i=0}^N \Delta \alpha_i = \alpha_0 + \sum_{i=0}^N f(\Delta K_i) \quad (3.25)$$

Η εξίσωση αυτή δεν λαμβάνει υπ' όψιν την επίδραση των γειτονικών αυξήσεων των ρωγμών μεταξύ τους, αλλά τις αθροίζει όλες σαν ανεξάρτητα γεγονότα. Η τροποποίησή της γίνεται με την εισαγωγή της παραμέτρου καθυστέρησης C_i που μειώνει τον ρυθμό

αύξησης της ρωγμής μετά από ένα υψηλό φορτίο. Η καθυστέρηση αυτή οφείλεται όπως είπαμε στη δημιουργία πλαστικής ζώνης γύρω από τη ρωγμή λόγω του υψηλού φορτίου. Η επίδραση της πλαστικής ζώνης παύει όταν η ρωγμή την διαπεράσει (Σχήμα 3.4). Έτσι, ο προηγούμενος τύπος γίνεται :

$$\alpha_N = \alpha_0 + \sum_{i=0}^N C_i f(\Delta K_i) \quad (3.26)$$

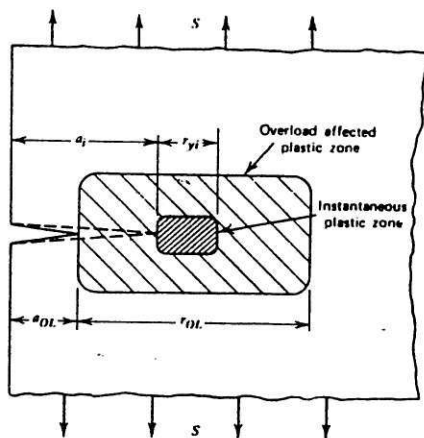
όπου, η παράμετρος C_i παίρνει τις τιμές:

$$C_i = \left[\frac{r_{yi}}{(\alpha_{0L} + r_{0L}) - a_i} \right]^m, \quad \text{εφόσον,} \quad a_i + r_{yi} < \alpha_{0L} + r_{0L} \quad (3.27)$$

$$C_i = 1 \quad (\text{ή } m = 0), \quad \text{όταν,} \quad a_i + r_{yi} \geq \alpha_{0L} + r_{0L} \quad (3.28)$$

Ο εκθέτης m καθορίζεται από πειραματικά δεδομένα ενώ τα r_{yi} και r_{0L} δίνονται από τους τύπους:

$$r_{yi} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_{\max i}}{S_y} \right)^2, \quad \text{και,} \quad r_{0L} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_{0L}}{S_y} \right)^2 \quad (3.29)$$



ΣΧΗΜΑ 3.4: Πλαστικές ζώνες στη περιοχή της ρωγμής.

3.3.3.2 Το Μοντέλο του Willenborg

Το μοντέλο του Willenborg [7] αντιμετωπίζει το ίδιο πρόβλημα, της καθυστέρησης της διάδοσης των ρωγμών, με τη χρήση της έννοιας της αποτελεσματικής τάσης (effective) για τη μείωση των τάσεων και των συντελεστών. Σύμφωνα με αυτή, ένα πολύ υψηλό φορτίο ακολουθείται πάντα από μια αυτο-συμπιεστική τάση S_{self} στην άκρη της ρωγμής. Έτσι η τάση που εν συνεχεία δρα στη ρωγμή S_{eff} θα είναι ίση με την εφαρμοζόμενη την στιγμή εκείνη S_i μειωμένη κατά S_{self} . Η S_{self} βρίσκεται από την απαιτούμενη για να ξεπεραστεί η καθυστέρηση τάση S_{req} , και συνεπώς έχουμε :

$$S_{eff} = S_{req} - S_{max i} , \quad S_{self} = S_{req} - S_{max i} , \quad \text{και} , \quad S_{req} = \frac{2S_y}{a} \sqrt{\frac{\alpha_p - \alpha_i}{\alpha_i}} \quad (3.30)$$

Χρησιμοποιώντας την S_{eff} στη θέση της S_i στην εξίσωση Forman, για παράδειγμα, θα έχουμε :

$$\frac{da}{dN} = \frac{C \cdot (\Delta K_{eff})^n}{(1 - R_{eff})K_c - \Delta K_{eff}} \quad (3.31)$$

όπου, $\Delta K_{eff} = \Delta S_{eff} Y \sqrt{\pi a}$, και, $R_{eff} = K_{min eff} / K_{max eff}$.

3.3.3.3 Το Μοντέλο του Elber

Τέλος το μοντέλο κλεισίματος της ρωγμής του Elber [7] είναι ένα εμπειρικό μοντέλο που χρησιμοποιεί την έννοια του αποτελεσματικού εύρους τάσης και του συντελεστή κλεισίματος C_i , τα οποία ορίζει σαν :

$$\Delta S_{eff} = S_{max} - S_{Op} , \quad C_i = S_{Op} / S_{max} , \quad \text{ή} , \quad \Delta S_{eff} = S_{max} (1 - C_i) \quad (3.32)$$

Η τάση S_{Op} είναι η τάση ανοίγματος, κάτω από την τιμή της οποίας η ρωγμή κλείνει. Εφαρμόζοντας τα παραπάνω στην εξίσωση π.χ. του Paris θα έχουμε :

$$\frac{da}{dN} = C \cdot (\Delta K_{eff})^n = C \cdot (\Delta S_{eff} Y \sqrt{\pi a})^n = C \cdot [S_{max} (1 - C_i) Y \sqrt{\pi a}]^n \quad (3.33)$$

3.3.4 Τυχαιοποιημένα Μοντέλα των Νόμων Διάδοσης ρωγμών

3.3.4.1 Η Μέθοδος των Yang, Donath & Salivar

Το μοντέλο αυτό [9] διατυπώνεται, με τη χρήση του νόμου του Paris, ως εξής :

$$da/dN = C \cdot (\Delta K)^b = X \cdot Q \cdot (\Delta K)^b \quad (3.34)$$

Η τυχαιοποίηση της εξίσωσης (3.34) γίνεται θεωρώντας την παράμετρο C τυχαία μεταβλητή, η οποία μπορεί να διατυπωθεί σαν το γινόμενο μιας παραμέτρου Q και μιας μεταβλητής X που έχει κατανομή *log-normal* και μοναδιαία μέση τιμή.

Η διασπορά των πειραματικών αποτελεσμάτων χρησιμοποιείται για τον καθορισμό των παραμέτρων b , Q , και, τη διασπορά της μεταβλητής $Z = \log X$. Έτσι καθορίζονται, και το μοντέλο διάδοσης, και η εμπειροχόμηνη τυχαιότητά του. Αυτό κάνει δυνατή πλέον την ολοκλήρωση και τον καθορισμό μιας συγκεκριμένης συνάρτησης $a(N)$. Το τελευταίο βήμα είναι ο καθορισμός των κατανομών $F_a(N)$ (κατανομή αρ. κύκλων N για ορισμένο μήκος ρωγμής a) και $f_N(a)$ (κατανομή των μηκών a για ορισμένο αρ. κύκλων N).

3.3.4.2 Η Μέθοδος του Madsen

Η μέθοδος που προτείνεται από τον Madsen [10] βασίζεται στην τυχαιοποίηση της εξίσωσης του Paris (3.14) ή του Forman (3.22). Ο συντελεστής C θεωρείται τυχαία μεταβλητή και παίρνει την παρακάτω μορφή για κάθε κύκλο (i) :

$$C_i = C_1 + C_{2i}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (3.35)$$

όπου, η C_1 είναι τυχαία μεταβλητή με κανονική κατανομή, ανεξάρτητη του αριθμού των κύκλων i , και εκφράζει τις τυχαίες αποκλίσεις των μέσων τιμών των διαφόρων δοκιμών, ενώ, η C_{2i} , $i=1,2,\dots,N$ είναι σειρά συσχετιζόμενων τυχαίων μεταβλητών κανονικής κατανομής, και εκφράζει για κάθε κύκλο τις αποκλίσεις από τη μέση τιμή για το ίδιο δοκίμιο. Η συνδιασπορά των C_{2i} έχει την γενική μορφή :

$$\text{Cov} [C_{2i}, C_{2j}] = \begin{cases} \text{Var } C_2 & (i = j) \\ \rho^{i \cdot j} \text{Var } C_2 & (i \neq j) \end{cases} \quad (3.36)$$

Ο καθορισμός του πίνακα διασποράς είναι από τα κρίσιμα σημεία του μοντέλου, καθώς και η τιμή του λόγου $\text{Var}[C_2]/\text{Var}[C_1]$ η οποία καθορίζει την πιθανότητα εμφάνισης

αρνητικών (μη-αποδεκτών) τιμών στο C (π.χ. για τιμή ίση με 5, η πιθανότητα αρνητικής τιμής του C είναι 10^{-6}).

3.3.4.3 Η Μέθοδος των Dufresne & Lucia - Κώδικας Covastol

Και εδώ [11] η διάδοση της ρωγμής περιγράφεται από τον νόμο του Paris, αλλά η ανάλυση της διάδοσης γίνεται σε δύο διαστάσεις :

$$da/dN = C \cdot (\Delta K_a)^n, \quad d\beta/dN = C \cdot (\Delta K_\beta)^n \quad (3.37)$$

Η τυχαιοποίηση του μοντέλου συγκεντρώνεται στην παράμετρο C , η οποία αναπαρίσταται με ιστογράμματα που προκύπτουν από την ανάλυση των πειραματικών αποτελεσμάτων. Η μέθοδος έχει τυποποιηθεί και περιλαμβάνεται στον κώδικα COVASTOL. Το συγκεκριμένο πρόγραμμα υπολογισμού λαμβάνει υπ' όψιν επί πλέον παραμέτρους, όπως η παρουσία υγρού και οι ακτινοβολίες, και χρησιμοποιείται για τη μελέτη ρωγμών που δημιουργούνται σε δοχεία πίεσης πυρηνικών αντιδραστήρων.

Η εξίσωση (3.20) χρησιμοποιείται για την σταδιακή μετάβαση από το αρχικό στο τελικό μήκος της ρωγμής.

$$\alpha_1 = \left(\alpha_0^{\frac{2-n}{2}} + \frac{2-n}{2} C \cdot C_A^n \cdot \Delta N \right)^{\frac{2}{2-n}} \quad (3.38)$$

Χρησιμοποιώντας π.χ. ένα ιστόγραμμα 5 τιμών του C , θα προκύψει ένα αντίστοιχο ιστόγραμμα 5 τιμών για το α_1 ξεκινώντας από το ίδιο α_0 . Η διάδοση εν συνεχεία υπολογίζεται εφαρμόζοντας την (3.38) για κάθε τιμή του ιστογράμματος.

3.3.4.4 Η Μέθοδος των Yang, Salivar & Annis

Το μοντέλο αυτό [12] κάνει χρήση της εξίσωσης του Larsen (3.23) και πραγματοποιεί την τυχαιοποίησή της με δύο τρόπους :

α) Στην λογαριθμισμένη μορφή της εξίσωσης (3.24) προστίθεται ο τυχαίος όρος Z ως εξής :

$$\log(da/dN) = C_1 \sinh(C_2 (\log(\Delta K) + C_3) + C_4 + Z), \quad (3.39)$$

$$\text{ή,} \quad Y = C_1 \sinh(C_2 (X + C_3) + C_4 + Z(X)), \quad (3.40)$$

όπου, $Y = \log(da/dN)$, $X = \log(\Delta K)$, και Z συνάρτηση του X της οποίας η μορφή της κυμαίνεται μεταξύ δύο ακραίων περιπτώσεων:

Στο ένα άκρο θα πρόκειται για λευκό Gaussian θόρυβο. Στην περίπτωση αυτή, η τελική κατανομή των κύκλων για ορισμένο μήκος ρωγμής, θα παρουσιάζει την μικρότερη δυνατή διασπορά και οι προβλέψεις θα είναι μη-συντηρητικές.

Στο άλλο άκρο θα είναι μια Gaussian τυχαία μεταβλητή, οπότε οι ιδιότητες της θα διατηρούνται καθ' όλη τη διάρκεια της διάδοσης, με επακόλουθο όποια ρωγμή ξεκίνησε νωρίτερα να τελειώσει και νωρίτερα. Αποτέλεσμα είναι η τελική διασπορά να είναι η μεγαλύτερη δυνατή, και οι προβλέψεις συχνά υπερ-συντηρητικές.

Η πραγματικότητα, όπως δείχνει και η εμπειρία, βρίσκεται κάπου μεταξύ αυτών των δύο άκρων.

β) Στη ίδια εξίσωση η παράμετρος C_1 θεωρείται σταθερή ενώ όλες οι άλλες τυχαίες μεταβλητές που διαφέρουν από δοκίμιο σε δοκίμιο. Από την ανάλυσή τους προκύπτει ότι η C_2 είναι ανεξάρτητη ως προς τις C_3 & C_4 οι οποίες είναι γραμμικά συσχετισμένες μεταξύ τους.

Και τα δύο αυτά μοντέλα συμπεριφέρονται καλά, εφόσον οι κατανομές και οι τιμές των παραμέτρων είναι σωστές. Οι συγγραφείς προτείνουν τη πρώτη μορφή λόγω της απλότητάς της και του γεγονότος ότι προσφέρει πιο συντηρητικές εκτιμήσεις.

3.3.5 Γενικότερα Πιθανοτικά Μοντέλα

3.3.5.1 Η Markovian Μέθοδος των Bogdanov & Kozin - Κώδικας Relief

Σύμφωνα με την μέθοδο [13] η διαδικασία της διάδοσης της ρωγμής αντιμετωπίζεται σαν μια διακριτή διαδικασία μετάβασης από ένα στάδιο ζημιών σε υψηλότερο. Κάθε στάδιο i περιγράφεται από την πιθανότητα παραμονής p_i (μη-διάδοση της ρωγμής), και την πιθανότητα μετάβασης q_i στο επόμενο στάδιο (αύξηση της ρωγμής κατά Δa), και όπου ισχύει : $p_i + q_i = 1$. Η μέθοδος προϋποθέτει ότι ο μηχανισμός της συσσώρευσης ζημιών κινείται πάντα θετικά, και ότι η μετάβαση στο τέλος κάθε κύκλου εξαρτάται μόνο από την κατάσταση της ζημιάς κατά την έναρξή του, και γίνεται μόνο στο επόμενο στάδιο.

Το μοντέλο αυτό είναι ένα μοντέλο Markov, και, αν υποθέσουμε ότι υπάρχουν c στάδια συσσώρευσης ζημιάς (1, 2, ..., $c-1$, c), τότε η όλη διαδικασία περιγράφεται από το μητρώο μεταφοράς P_x :

$$P_x = \begin{bmatrix} p_1 & q_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_2 & q_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & p_{c-1} & q_{c-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}, p_i, q_i > 0, p_i + q_i = 1, \quad (3.41)$$

Η αρχική κατάσταση περιγράφεται από το διάνυσμα p_0 :

$$p_0 = [\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_i, \dots, \pi_c] \quad , \quad \sum_{i=1}^c \pi_i = 1 \quad (3.42)$$

όπου, π_i είναι η πιθανότητα να ξεκινάει η ζημιά από το επίπεδο i .

Η κατάσταση της ζημιάς μετά από x κύκλους αντίστοιχα θα περιγράφεται από το :

$$p_x = [p_x(1), p_x(2), \dots, p_x(i), \dots, p_x(c)] \quad , \quad \sum_{i=1}^c p_x(i) = 1 \quad (3.43)$$

όπου $p_x(i)$ η πιθανότητα να βρίσκεται η ζημιά στο στάδιο i , μετά από x κύκλους. Το διάνυσμα p_x συνδέεται με την κατάσταση στους προηγούμενους κύκλους, μέσω του μητρώου μεταφοράς P_x ως εξής :

$$p_x = p_{x-1} \cdot P_x \quad \Rightarrow \quad p_x = p_0 \cdot \prod_{k=1}^x P_k \quad (3.44)$$

και, αν σε κάθε κύκλο το μητρώο P_k παραμένει σταθερό, έστω P , θα έχουμε :

$$p_x = p_0 \cdot (P)^x \quad (3.45)$$

Οι παραπάνω σχέσεις αποτελούν τη μαθηματική βάση μιας διαδικασίας Markov, και από αυτές εύκολα υπολογίζονται οι πιθανοτικές κατανομές της ζωής του υλικού ή της συσσωρευμένης ζημιάς.

3.3.5.2 Η Μέθοδος CLP του Caldarola

Το πρόβλημα αντιμετωπίζεται γενικότερα σαν ανάλυση της αξιοπιστίας ενός εξαρτήματος κατά την λειτουργία του [14]. Έστω Y , η αρχική ή προσχεδιασμένη αντοχή του, $X(t)$ το φορτίο στο οποίο υποβάλλεται κατά την διάρκεια λειτουργίας του, και, $L(t)$ η απώλεια της αντοχής του λόγω της καταπόνησης. Τότε το υπολειπόμενο περιθώριο αντοχής $Z(t)$ κατά το χρόνο t δίνεται από τη σχέση :

$$Z(t) = Y - L(t) - X(t) \quad (3.46)$$

Η μεταβλητή Y χαρακτηρίζεται από μια συνάρτηση π.π. $\Phi(y)$ που καθορίζεται από εργαστηριακές δοκιμές σε νέα εξαρτήματα. Οι $X(t)$, $L(t)$ και $Z(t)$ είναι στοχαστικές διαδικασίες. Η συνθήκη $Z(t) = 0$ καθορίζει την εξίσωση της οποίας η λύση t_f είναι και ο χρόνος ζωής του εξαρτήματος. Η κατανομή της t_f καθορίζεται και με στατιστικές μεθόδους τύπου Monte-Carlo, όταν υπάρχει πλήθος υλοποιήσεων για τις $L(t)$ & $X(t)$.

Δοθείσης της κατανομής t_f , η αξιοπιστία του εξαρτήματος στο χρόνο t δίνεται από τη σχέση:

$$R(t) = P(t_f > t) = P(Z(t) > 0) \quad (3.47)$$

και επομένως ο ρυθμός γήρανσης θα δίνεται από την :

$$h(t) = - \frac{dR(t)/dt}{R(t)} \quad (3.48)$$

Ο τυποποιημένος πιθανοτικός σχεδιασμός ενός εξαρτήματος συνίσταται συνήθως στον προκαθορισμό της ζωής του βάσει ενός προσδιορισμένου ρυθμού γήρανσης. Οι υπολογισμοί αυτοί γίνονται πριν το εξάρτημα τεθεί σε λειτουργία και βάσει εκτιμήσεων ή προηγούμενης εμπειρίας για τα $L(t)$ & $X(t)$. Έτσι όμως δεν υπολογίζονται στον καθορισμό του ρυθμού γήρανσης οι υλοποιήσεις $x(t)$ & $l(t)$ που πραγματικά δέχεται το εξάρτημα με αποτέλεσμα την αδυναμία βελτίωσης των υπολογισμών και της ακρίβειας του προβλεπόμενου χρόνου ζωής.

Η μέθοδος CLP (Continuous Lifetime Prediction: Συνεχής Πρόβλεψη Χρόνου-Ζωής) αντιμετωπίζει το πρόβλημα με συνεχή καταγραφή των συνθηκών λειτουργίας του εξαρτήματος (δηλ. της ιστορίας χρήσης του), άρα, ενημέρωση και πληρέστερη αναπαράσταση των παραπάνω στοχαστικών διαδικασιών. Αποτέλεσμα της μεθόδου είναι, η εκτίμηση του χρόνου ζωής να γίνεται με μεγαλύτερη βεβαιότητα, και η χρήση των εξαρτημάτων να είναι ασφαλέστερη και πιο οικονομική.

3.4 Συμπεράσματα

Τα μοντέλα και οι μέθοδοι που εξετάστηκαν καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα. από τον απλό κανόνα του Miner, στον οποίο παρά τις αδυναμίες του βασίζονται τα σημερινά κριτήρια σχεδίασης, έως τα πολύπλοκα πιθανοτικά μοντέλα αναπαράστασης στοχαστικών διαδικασιών.

Ο μόνος τρόπος αντιμετώπισης των ανακριβειών, των αβεβαιοτήτων και της έλλειψης πληροφοριών που συνοδεύουν κάθε προσπάθεια υπολογισμού της αξιοπιστίας, είναι η εκμετάλλευση νέων δεδομένων και πληροφοριών που συλλέγονται κατά τη διάρκεια της λειτουργίας των συσκευών. Τα δεδομένα αυτά συλλέγονται είτε με περιοδικούς ελέγχους είτε με συνεχή παρακολούθηση.

Μία γενικότερη και ενοποιημένη λύση δεν θα αρκестεί στην ανάπτυξη μόνο περιγραφικών μοντέλων αλλά και στην δημιουργία μοντέλων πρόβλεψης τα οποία θα τροφοδοτούνται με τις ανανεούμενες πληροφορίες και θα βελτιώνουν τις τελικές τους εκτιμήσεις.

Επομένως, ένας βασικός διαχωρισμός που πρέπει να γίνει είναι μεταξύ, των μεθόδων που υλοποιούν ή έστω επιτρέπουν την ανανέωση των εκτιμήσεων τους με τη πάροδο του χρόνου, και των υπολοίπων.

Τέτοιες ολοκληρωμένες λύσεις θα χρησιμοποιούν κάποια από τα προαναφερθέντα μοντέλα αλλά πρέπει να συνοδεύονται από εξελιγμένες μεθόδους παρατήρησης, καθώς και από προηγμένους αλγόριθμους εκτίμησης οι οποίοι να παρέχουν ακρίβεια και ευελιξία.

Με τα δύο αυτά απαραίτητα στοιχεία (δεδομένα και αλγόριθμους) θα ασχοληθούμε στα επόμενα δύο κεφάλαια.

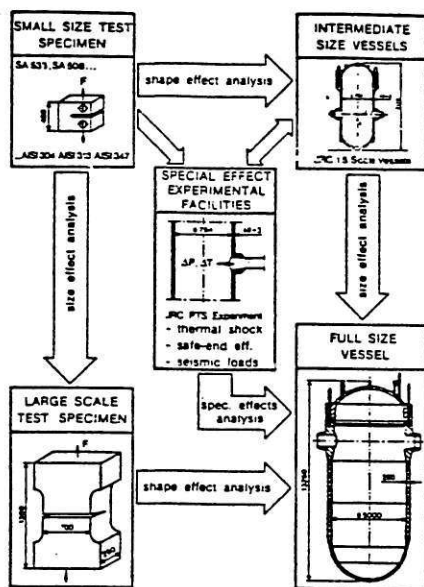


ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 : ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΚΟΠΩΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΠΡΟΤΥΠΩΝ ΤΩΝ ΑΚΟΥΣΤΙΚΩΝ ΕΚΠΟΜΠΩΝ

4.1 Εισαγωγή

Για τον έλεγχο, ρύθμιση και σύγκριση των μοντέλων, μεθόδων και αλγορίθμων που παρουσιάζονται και προτείνονται στη παρούσα διατριβή, χρησιμοποιήθηκαν πραγματικά δεδομένα από εργαστηριακά πειράματα που πραγματοποιήθηκαν είτε στο ερευνητικό κέντρο του Ispra είτε σε άλλα ερευνητικά και ακαδημαϊκά ιδρύματα.

Τα πειράματα που πραγματοποιούνται σήμερα στο Ispra και τα δεδομένα που συλλέγονται μπορούν να χωριστούν σε πολλές κατηγορίες. Μία πρώτη διάκριση γίνεται μεταξύ των δεδομένων που έχουν σαν σκοπό τον ακριβέστερο προσδιορισμό του μοντέλου εξέλιξης της ρωγμής, και αυτών που έχουν σα σκοπό τον προσδιορισμό του μοντέλου της μεθόδου παρατήρησης του φαινομένου. Ένας άλλος διαχωρισμός αφορά το είδος και το μέγεθος (κλίμακα) των δοκιμών. Εκεί ξεκινάμε από δεκάδες ή εκατοντάδες δοκιμα μερικών μόλις εκατοστών και φτάνουμε στο τελικό δοκίμιο πλήρους κλίμακας. Η φιλοσοφία της προσέγγισης του προβλήματος φαίνεται στο παρακάτω Σχήμα 4.1.



ΣΧΗΜΑ 4.1: Διαδικασία μετάβασης των πειραμάτων από δοκίμια σε πλήρη κλίμακα.

Όμως, τα ερευνητικά αυτά προγράμματα που είναι σε εξέλιξη στο Ispra και τα αντίστοιχα εργαστηριακά τους πειράματα δεν έχουν ολοκληρωθεί, έτσι, η χρήση επιπλέον δεδομένων είναι απαραίτητη για τον έλεγχο και σύγκριση των μεθόδων και των μοντέλων που μελετά η παρούσα διατριβή.

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται και μελετώνται κατ' αρχάς τα δεδομένα που έχουν συγκεντρώσει άλλες ερευνητικές ομάδες, και εν συνεχεία αναλύεται λεπτομερώς η διαδικασία συλλογής, επεξεργασίας και αναγνώρισης προτύπων των δεδομένων που πραγματοποίησε η ομάδα μας στις εγκαταστάσεις του Ispra. Μάλιστα το τελευταίο τμήμα του κεφαλαίου ασχολείται αποκλειστικά με την μελέτη των δεδομένων των Ακουστικών Εκπομπών (ΑΕ), που έχουν σαν σκοπό τη βελτίωση του μοντέλου της μεθόδου, η πλήρης μελέτη του οποίου μπορεί να αποτελέσει ξεχωριστή διατριβή.

4.2 Πειραματικά Δεδομένα από άλλες Ερευνητικές Ομάδες

Τις τελευταίες δεκαετίες δύο ερευνητικές ομάδες έχουν συλλέξει αξιόπιστα και πλήρη δεδομένα διάδοσης ρωγμών. Για λόγους συντομίας θα αναφερόμαστε στα δεδομένα αυτά χρησιμοποιώντας το όνομα του πρώτου από την ομάδα που δημοσίευσε τα αποτελέσματα. Τα δεδομένα αυτά προέρχονται από ένα σύνολο πειραμάτων που πραγματοποίησε η ομάδα του D.A. Virkler και από τρία σύνολα πειραμάτων που πραγματοποίησε η ομάδα του H. Ghonem.

4.2.1 Τα Δεδομένα του D. A. Virkler

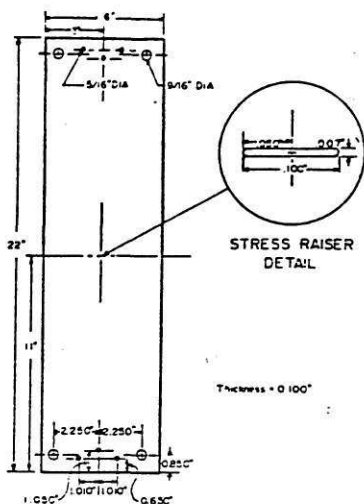
Η σχετική εργασία με τη περιγραφή των πειραμάτων και των αποτελεσμάτων δημοσιεύτηκε το 1979 από τους D.A. Virkler, B.M. Hillberry & P.K. Goel [1]. Τα δεδομένα δόθηκαν στο τομέα Component Diagnostics & Reliability του C.R.C. ISPRΑ από τον καθ. Hillberry.

4.2.1.1 Το Είδος του Δοκιμίου

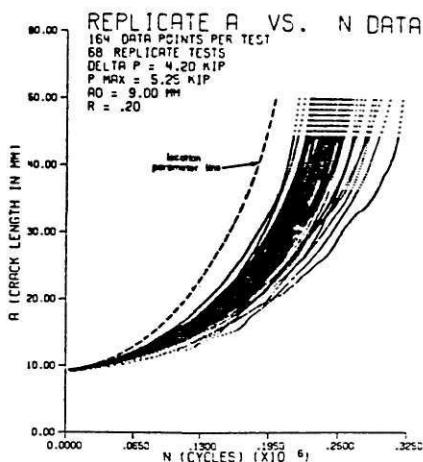
Τα πειραματικά δεδομένα έχουν συλλεχθεί κατά την καταπόνηση δοκιμίων κατασκευασμένων από κράμα αλουμινίου 2024-T3. Τα δοκίμια (Σχήμα 4.2α) είναι τύπου Centre-Cracked (με ρωγμή στο κέντρο), διαστάσεων 558.8 mm (22 in) μήκος επί 152.4 mm (6 in) πλάτος (w) και έχουν κοπή όλα από την ίδια πλάκα πάχους (B) 2.54mm (0.10 in). Η συνάρτηση Y του δοκιμίου αυτού είναι της μορφής : $Y(a) = \sqrt{\pi/\cos(\pi a/w)}$

4.2.1.2 Συνθήκες και Φορτία Καταπόνησης

Τα πειράματα πραγματοποιήθηκαν σε θερμοκρασία δωματίου και με τυχαία σειρά. Όλα τα δοκίμια υποβλήθηκαν στην ίδια ημιτονοειδή καταπόνηση συχνότητας 20 Hz και σταθερού πλάτους με μέγιστη ισχύ 5.25 kip ($P_{max}=23353.1655$ Nt) και ελάχιστη 1.05 kip ($P_{min}=4670.6331$ Nt) και μέγιστη απόκλιση 0.2%. Η διαφορά ΔP είναι 4.20 kip (18682.5384 Nt) και συνεπώς το $\Delta\sigma$ ($=\Delta P/Bw$) είναι 48.6330523 MPa ($Nt/mm^2 = 10^6$ Nt/m^2).



(α)



(β)

ΣΧΗΜΑ 4.2: Το δοκίμιο των πειραμάτων (α) και τα δεδομένα του Virkler (β).

4.2.1.3 Τα Πειραματικά Αποτελέσματα

Η πρόοδος της ρωγμής παρατηρήθηκε με μικροσκόπιο μεγεθυντικής δυνατότητας 150× τοποθετημένο σε ψηφιακό σύστημα μετατόπισης με ακρίβεια 0.001 mm. Το μέσο πειραματικό σφάλμα υπολογίστηκε ότι ήταν 0.00141 mm.

Τα δεδομένα καταγράφηκαν σε τακτά διαστήματα αύξησης της ρωγμής αρχίζοντας από το μήκος των 9.00 mm και φτάνοντας στο τελικό των 49.80 mm. Από 9.00 έως 36.20 mm το βήμα της μέτρησης ήταν 0.20 mm (137 σημεία). Το βήμα αυξήθηκε στα 0.40 mm για τα επόμενα 20 σημεία μέχρι το μήκος των 44.20 mm, και εν συνεχεία στα 0.80

mm για τα τελευταία 7 σημεία. Συνολικά πραγματοποιήθηκαν 68 πειράματα και το κάθε ένα έδωσε από 164 σημεία (βλ. Σχήμα 4.2β).

4.2.2 Τα Δεδομένα του H.Ghonem

Οι σχετικές εργασίες των H. Ghonem και S. Dore [2,3] δημοσιεύτηκαν το 1986 και 1987 και περιέχουν λεπτομερή περιγραφή και μελέτη των αποτελεσμάτων τους. Τα δεδομένα στάλθηκαν τον Ιούλιο του 1988 στο τομέα Component Diagnostics & Reliability του C.R.C. ISPRΑ από τον καθ. H. Ghonem του πανεπιστημίου του Rhode Island στο Kingston (USA).

4.2.2.1 Το Είδος του Δοκιμίου

Τα πειραματικά δεδομένα έχουν συλλεχθεί από την καταπόνηση δοκιμίων από κράμα αλουμινίου 7075-T6 (Σχήμα 4.3α). Τα δοκίμια είναι τύπου Centre-Cracked, διαστάσεων 320 mm μήκος επί 101 mm πλάτος (w) και έχουν κοπεί όλα από την ίδια πλάκα. Το πάχος των δοκιμίων είναι (B) 3.175 mm και για τη προετοιμασία τους ακολουθήθηκαν οι συστάσεις της ASTM E647. Η συνάρτηση Y του δοκιμίου αυτού είναι της μορφής: $Y(a) = \sqrt{\pi/\cos(\pi a/w)}$.

4.2.2.2 Συνθήκες και Φορτία Καταπόνησης

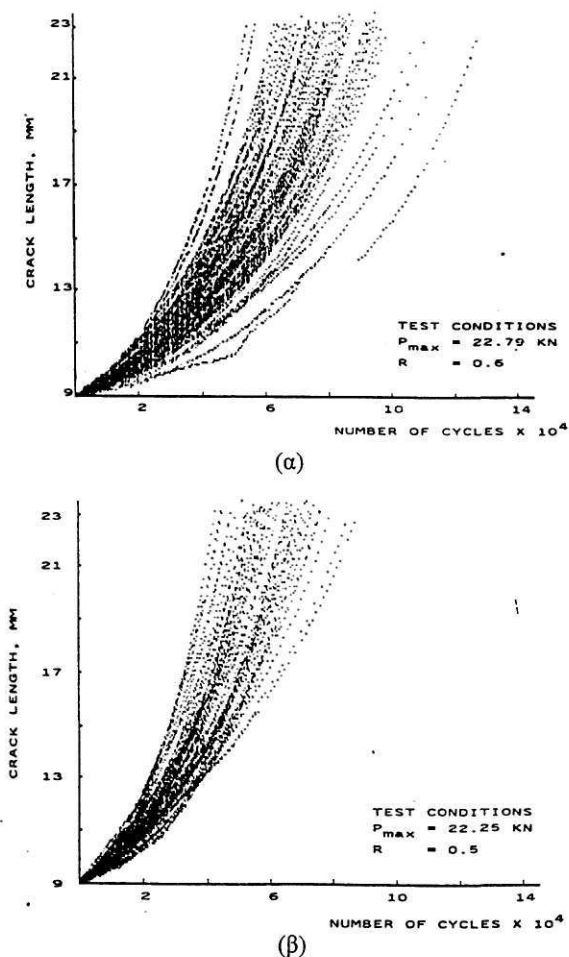
Η συλλογή των δεδομένων πραγματοποιήθηκε για τρεις διαφορετικές κατηγορίες καταπόνησης. Οι συνθήκες της πρώτης κατηγορίας ήταν $R_{max}=22.79$, $R_{min}=13.68$, της δεύτερης $R_{max}=22.25$, $R_{min}=11.13$ και της τρίτης $R_{max}=15.19$, $R_{min}=6.08$. Τα παραπάνω φορτία είναι σε kN ενώ η συχνότητα φόρτισης ήταν 10 Hz και ο κύκλος φόρτισης είχε πριονωτή μορφή (ράμπα). Η συσκευή MTS-880 που πραγματοποίησε τα 180 συνολικά πειράματα διέθετε ικανότητα ελέγχου των παραπάνω φορτίων με απόκλιση μικρότερη του 0.2%. Οι τιμές των R, ΔP και ΔS (=ΔP/Bw) που προκύπτουν από τα παραπάνω δεδομένα συνοψίζονται, για κάθε μία από τις τρεις κατηγορίες καταπόνησης, στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 4.1).

Πίνακας 4.1

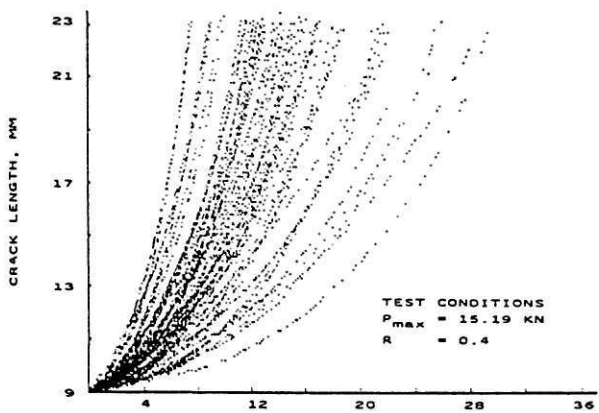
	I	II	III
R	0.6	0.5	0.4
ΔP(kNt)	9.11	11.12	9.11
ΔS(Nt/mm ²)	28.40882513448	34.67685351212	28.40882513448

4.2.2.3 Τα Πειραματικά Αποτελέσματα

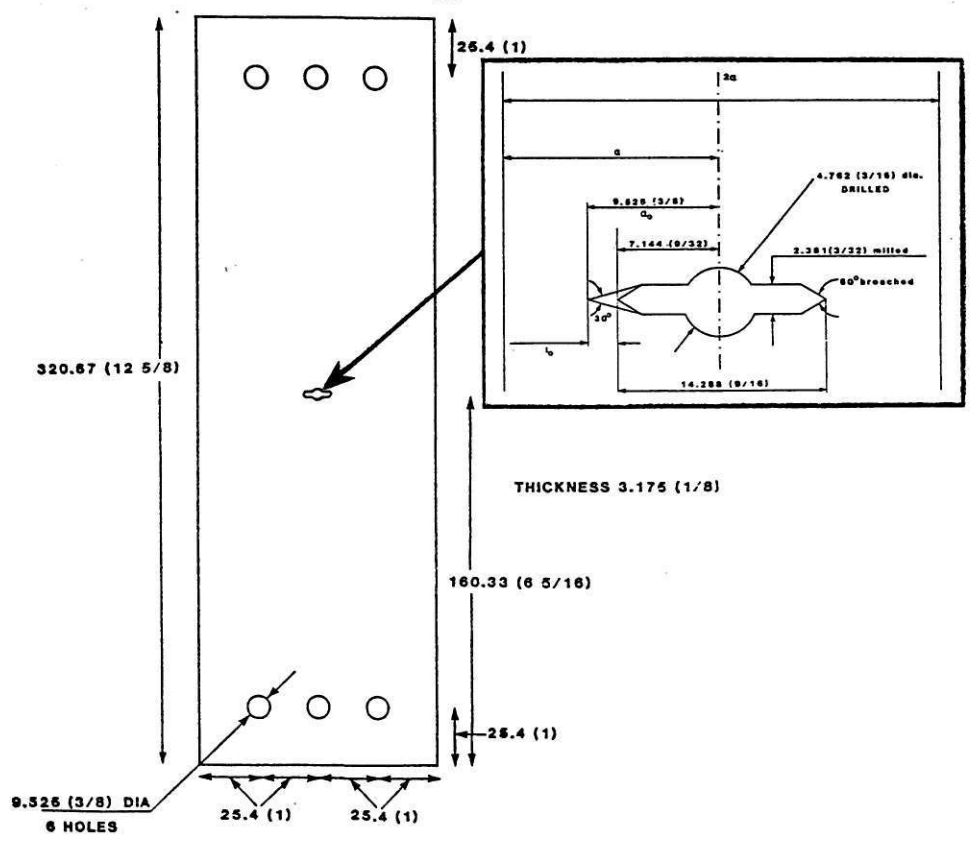
Τα τρία σετ των δεδομένων (3×60 δοκίμια) περιέχουν τις τιμές του μήκους ρωγμής ως προς τον αριθμό κύκλων καταπόνησης. Η καταμέτρηση αρχίζει μεν από το μήκος ρωγμής των 9 mm αλλά σαν αρχή λαμβάνονται τα 10 mm, σταματά δε, όταν επιτευχθεί το μήκος των 23 mm. Το μέγιστο σφάλμα υπολογίστηκε ότι ήταν 0.163 mm και ορίστηκε το εύρος κάθε κατάστασης στα 2 mm. Έτσι η περιοχή 10-10.2 mm είναι η αρχική ζώνη και η περιοχή 22.8-23 mm η τελική. Τα δεδομένα των τριών κατηγοριών I, II & III, παρουσιάζονται στα Σχήματα 4.3β, 4.4α και 4.4β, αντίστοιχα.



ΣΧΗΜΑ 4.3: Τα αποτελέσματα των πειραμάτων I (α) και II (β).



(α)



(β)

ΣΧΗΜΑ 4.4 Τα αποτελέσματα του πειράματος III (α) και το δοκίμιο (β).

Για την παρατήρηση του φαινομένου της διάδοσης των ρωγμών χρησιμοποιήθηκαν επίσης οι παρακάτω μέθοδοι: Φωτογραφική τεχνική, Μέθοδος Πτώσης Δυναμικού, Μηχανική Μέθοδος, Ηλεκτρική τεχνική, Ακουστική Μέθοδος, Μέθοδος Υπερήχων και Οπτική Μέθοδος.

4.2.3 Στατιστικές Ιδιότητες των Πειραματικών Δεδομένων

Όπως αναφέραμε και στη παράγραφο 2.3.6 τα δεδομένα παρουσιάζουν διαφορές μεταξύ των δοκιμών παρόλο που το υλικό και οι συνθήκες είναι οι ίδιες. Μπορούμε να παρατηρήσουμε και να μετρήσουμε αυτή τη διαφοροποίηση παίρνοντας τη δέσμη καμπυλών των πειραμάτων του Virkler και τέμνοντάς την σε συγκεκριμένα σημεία.

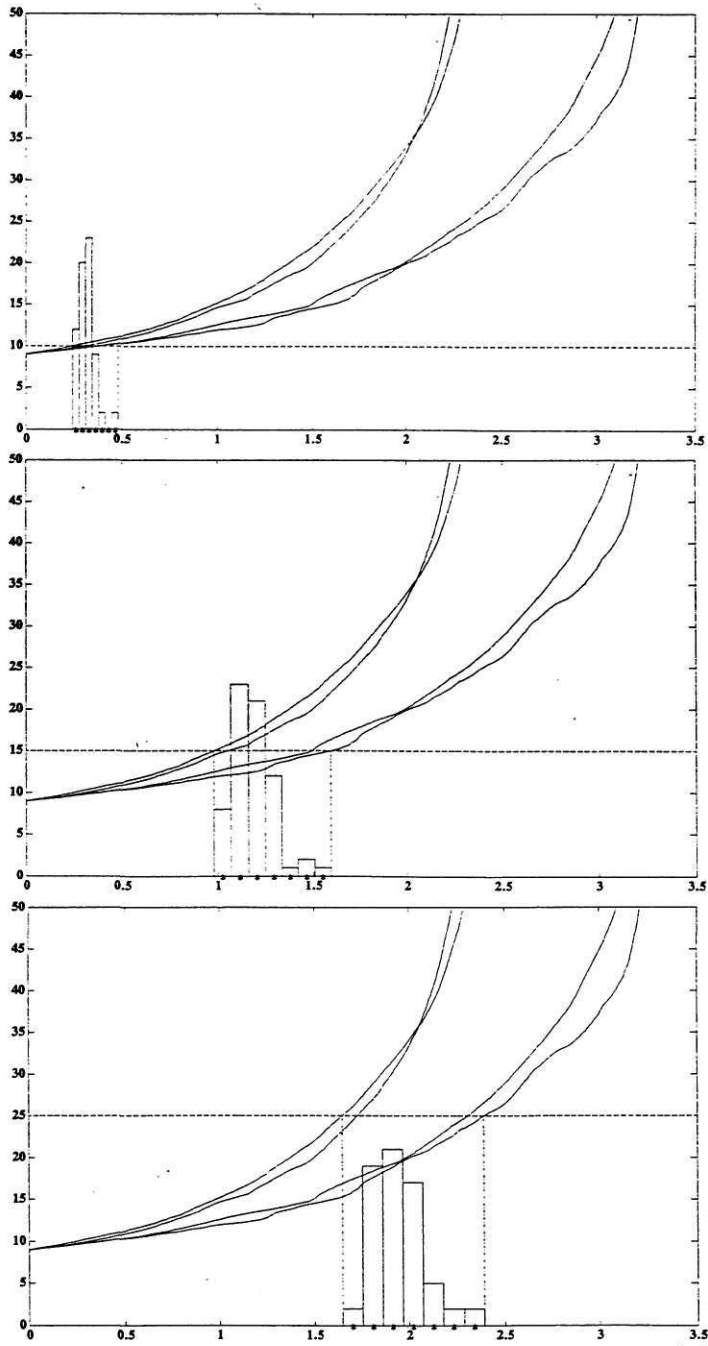
Για συγκεκριμένες τιμές του μήκους ρωγμής a θα προκύψουν 68 τιμές για το N , και για συγκεκριμένο πλήθος κύκλων N θα προκύψουν 68 τιμές για το a .

4.2.3.1 Κατανομές N για Συγκεκριμένες Τιμές a

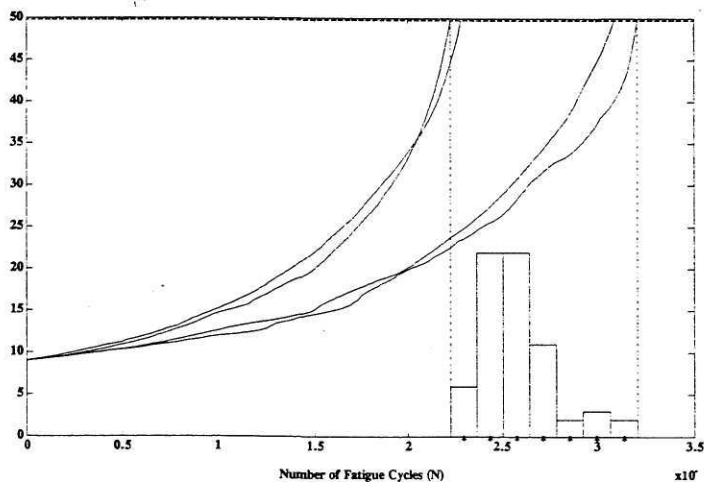
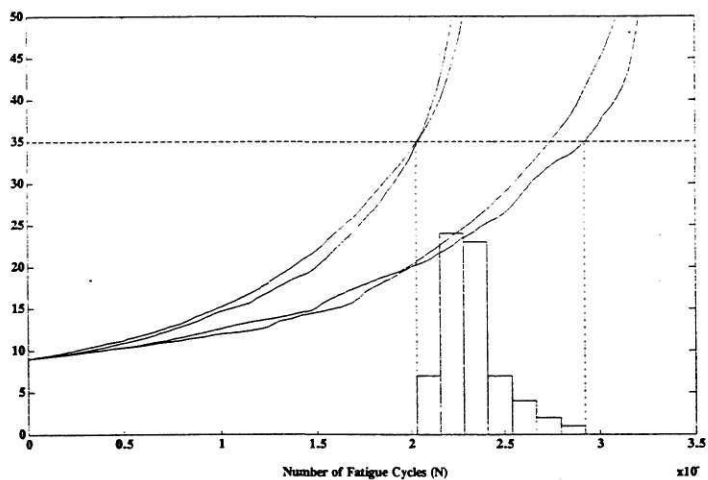
Επιλέχθηκαν τα ακόλουθα πέντε μήκη ρωγμής : 10, 15, 25, 35 & 49.8 mm. Από τα δεδομένα προκύπτουν αντίστοιχα πέντε κατανομές για τους κύκλους N . Οι στατιστικές ιδιότητες τους παρουσιάζονται στον παρακάτω Πίνακα 4.2 και τα Ιστογράμματα των κατανομών στα γραφικά που ακολουθούν (Σχήμα 4.5).

Πίνακας 4.2: Στατιστικά των Κατανομών του N

	Μήκος Ρωγμής A σε mm				
Στατιστικά N	10	15	25	35	49.8
min	24532	97953	164707	202915	222792
mean	31857	118342	193801	232625	257164
median	31917	117520	193510	230265	253467
max	48107	159326	239200	292207	320996
std	4308	10873	13501	16105	18447
var	18562157	118222497	182282827	259355375	340284503



ΣΧΗΜΑ 4.5α: Τομές για διάφορα μήκη α και αντίστοιχες κατανομές N .



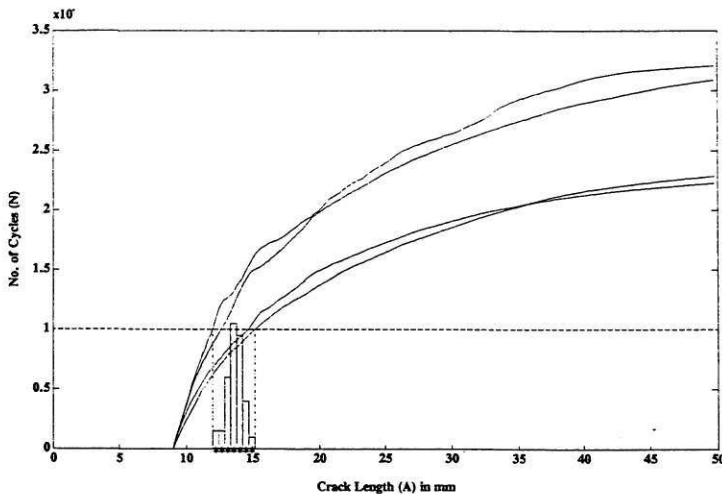
ΣΧΗΜΑ 4.5β: Τομές για διάφορα μήκη a και αντίστοιχες κατανομές N .

4.2.3.2 Κατανομές a για Συγκεκριμένες Τιμές N

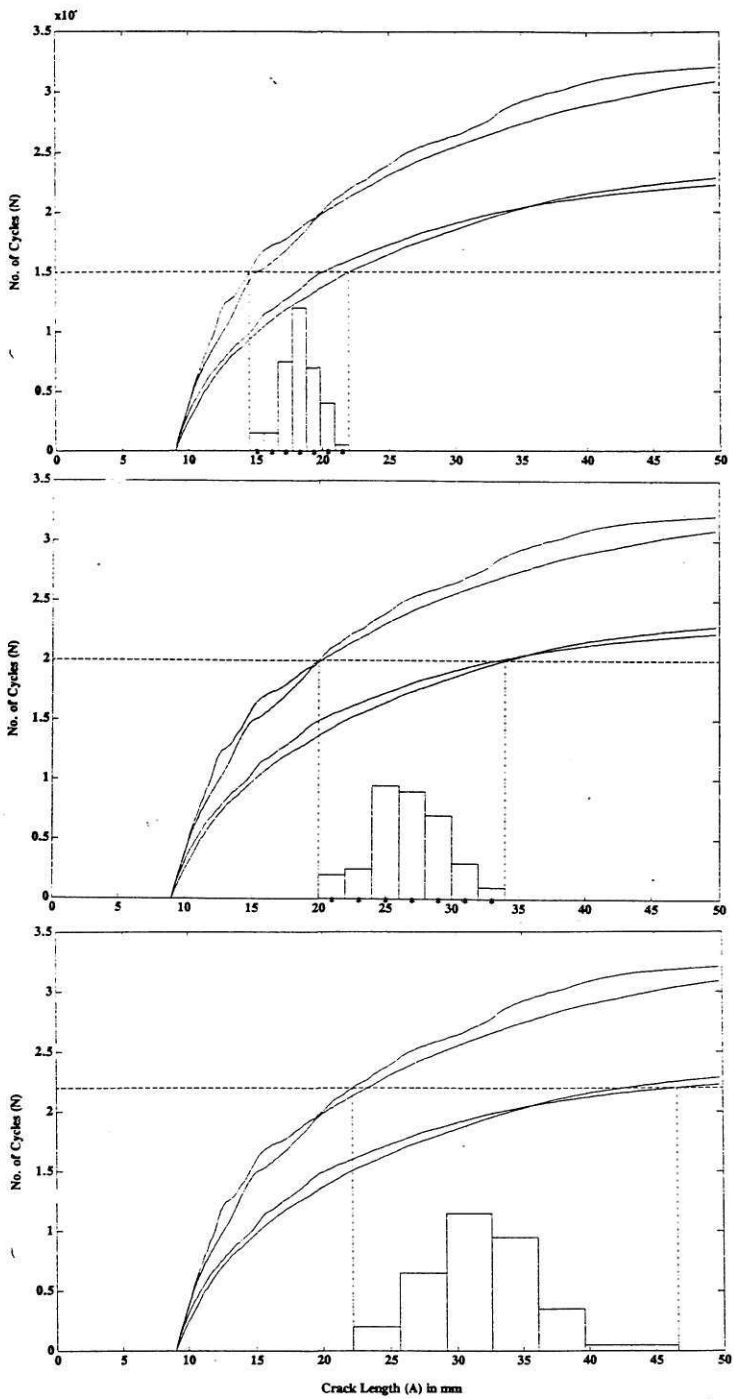
Επιλέχθηκαν οι ακόλουθοι τέσσερις αριθμοί κύκλων καταπόνησης: 100000, 150000, 200000, & 220000 κύκλοι. Από τα δεδομένα προκύπτουν, αντίστοιχα, τέσσερις κατανομές για το μήκος ραγής a . Οι στατιστικές ιδιότητες τους παρουσιάζονται στον παρακάτω Πίνακα 4.3 και τα Ιστογράμματα των κατανομών στα γραφικά που ακολουθούν (Σχήμα 4.6). Για τη καλύτερη αναπαράσταση των κατανομών και των καμπυλών, έγινε εναλλαγή των αξόνων X-Y ώστε το μήκος a να βρίσκεται στον οριζόντιο άξονα.

Πίνακας 4.3: Στατιστικά των Κατανομών του AA

Στατιστικά A	Αριθμός Κύκλων Καταπόνησης N			
	100000	150000	200000	220000
min	11.96	14.54	19.98	22.19
mean	13.6574	18.3687	26.6229	31.8516
median	13.72	18.365	26.47	31.52
max	15.18	22.02	34.01	46.62
std	0.6458	1.3782	2.8154	4.2746
var	0.4171	1.8995	7.9264	18.2721



ΣΧΗΜΑ 4.6α: Τομές για διαφορετικά N και οι αντίστοιχες κατανομές a .



ΣΧΗΜΑ 4.6β: Τομές για διαφορετικά N και οι αντίστοιχες κατανομές α.

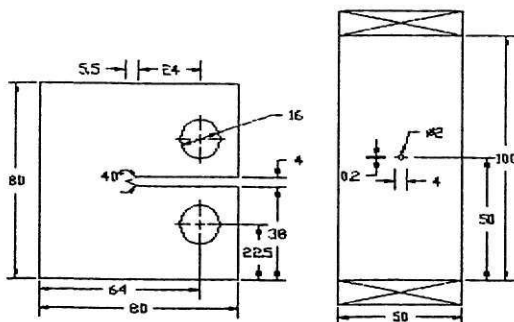
4.3 Εργαστηριακή Καταπόνηση Δοκιμών τύπου CT στο JRC-Ispra

Η πιο πρόσφατη από τις δύο ομάδες πειραμάτων που ξεκίνησε στις εγκαταστάσεις του ερευνητικού κέντρου Ispra, διεξάγεται σε δοκίμια Compact Tension και έχει σαν σκοπό τον ακριβέστερο προσδιορισμό των παραμέτρων του υλικού και του μοντέλου διάδοσης ρωγμών για το συγκεκριμένο είδος ατσαλιού (SA508, SA533) που χρησιμοποιείται στα PWR δοχεία.

Οι μετρήσεις και τα πειράματα αυτά βρίσκονται ακόμη στο αρχικό στάδιο και γι' αυτό ήταν απαραίτητο να χρησιμοποιηθούν και τα δεδομένα των άλλων ερευνητικών ομάδων που αναφέρθηκαν προηγουμένως.

4.3.1 Τα Πειραματικά Δοκίμια και η Συσκευή Καταπόνησης

Τα δοκίμια είναι τύπου Compact Tension (CT) από τα υλικά SA508 και SA533. Τα δοκίμια προέρχονται όλα από την ίδια ατσάλινη πλάκα. Οι διαστάσεις τους είναι τυπικές και σύμφωνες με τις διαστάσεις και ανοχές που προτείνονται από την ASTM (E647).



ΣΧΗΜΑ 4.7: Τυπικό δοκίμιο CT (Compact-Type) για πειράματα ρυθμού διάδοσης ρωγμών (FCG), όπως προτείνεται από την ASTM (E647).

Η συσκευή εφέλκυσμού και κυκλικής καταπόνησης των δοκιμών είναι η ZWICK 1488 Universal Testing Machine, εξοπλισμένη με μηχανικές και υδραυλικές αρπάγες και με ικανότητα λειτουργίας στα 100bars (10Mpa).

4.3.2 Παρατηρήσεις Μέσω Μικροσκοπίου & Εκτασιμέτρου

Η μέτρηση του μεγέθους της ρωγμής (a) και η παρακολούθηση της εξέλιξής της γίνεται με μικροσκόπιο και με εκτασίμετρο.

Το νήμα του μικροσκοπίου παρακολουθεί την εξέλιξη της ρωγμής και σε τακτά διαστήματα (π.χ. κάθε ορισμένο αριθμό κύκλων) καταγράφεται η θέση του στον Η/Υ με τον οποίο είναι συνδεδεμένο.

Το εκτασίμετρο είναι αναλογικού τύπου DDI της HBM GmbH με μέγιστο μήκος μέτρησης 2000 μ m, ευαισθησία 2.5mV/V+15%, γραμμικότητα <0.005% και μέγιστη επιτρεπτή τάση $\varepsilon = \pm 5\%$.

4.3.3 Παρακολούθηση Μέσω της Θερμικής Εκπομπής

Για τη καταγραφή της θερμικής εκπομπής, τα δοκίμια απομονώνονται από το περιβάλλον. Το σύστημα συλλογής δεδομένων βασίζεται στο HP 3497A Data Acquisition/Control Unit, και, οι αισθητήρες είναι FENWAL NTC Thermistors με αντιστάσεις 30 ή 100k Ω στους 25°C.

4.3.4 Παρακολούθηση Μέσω των Ακουστικών Εκπομπών

Οι παρακολούθηση των ΑΕ έγινε με το LOCAN-AT 2-καναλιών της Physical Acoustics Corporation, και, το υπολογιστικό σύστημα καταγραφής DATA6000 Transient Recorder and Waveform Analyzer της Data Precision. Οι αισθητήρες είναι ευρείας-ζώνης ή συντονισμένοι (με κεντρική συχνότητα 150kHz) πιεζοηλεκτρικοί μετατροπείς. Στο σήμα τους δίνεται προενίσχυση 40 dB από προενισχυτές PAC 1220-A, και διέρχεται από ζωνο-διαβατά φίλτρα (0.1-1.0MHz & 100-300kHz). Η συνδεσμολογία του συστήματος, σε μορφή χοντρικού διαγράμματος, φαίνεται στο Σχήμα 4.8.

Ο κύριος σκοπός της χρησιμοποίησής του είναι ο όσο το δυνατόν πιο ακριβής προσδιορισμός της μορφής των σημάτων της ΑΕ. Με τη συγκεκριμένη πειραματική διάταξη όπου, η διάδοση της ρωγμής παρακολουθείται και καταγράφεται και με μικροσκόπιο, είναι πιο εύκολος ο συσχετισμός της διάδοσής της με την αντίστοιχη κυματομορφή της ΑΕ που καταγράφεται.

Η συγκέντρωση των παραπάνω δεδομένων δεν έχει ακόμη ολοκληρωθεί ώστε να μπορέσει να αποτελέσει μία ικανή βάση δεδομένων για επεξεργασία και εξαγωγή συμπερασμάτων. Παρ' όλα αυτά μία ενδεικτική επεξεργασία των πρώτων στοιχείων παρουσιάζεται στο τελευταίο τμήμα του παρόντος κεφαλαίου.

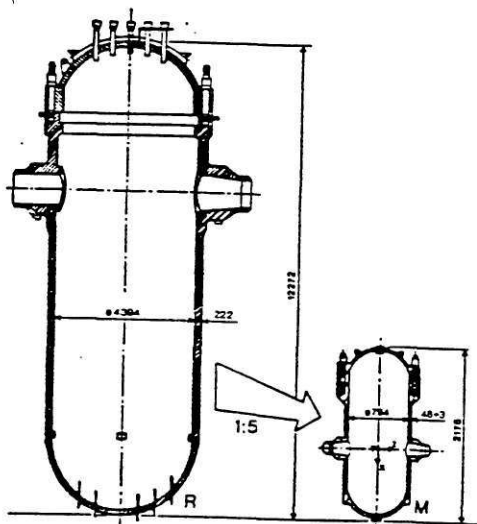
ΣΧΗΜΑ 4.8 Χοντρικό διάγραμμα του συστήματος ΑΕ για δοκίμα CT.

4.4 Καταπόνηση Δοκιμίων υπό Κλίμακα στο JRC-Ispra

Η δεύτερη ομάδα πειραμάτων που διεξάγεται στις εγκαταστάσεις του Ispra αφορά την καταγραφή δεδομένων από την καταπόνηση δοχείων PWR υπό κλίμακα, με τελικό σκοπό τον εντοπισμό των πλέον κατάλληλων μεθόδων παρακολούθησης και εντοπισμού των ελαττωμάτων.

4.4.1 Τα Πειραματικά Δοκίμια

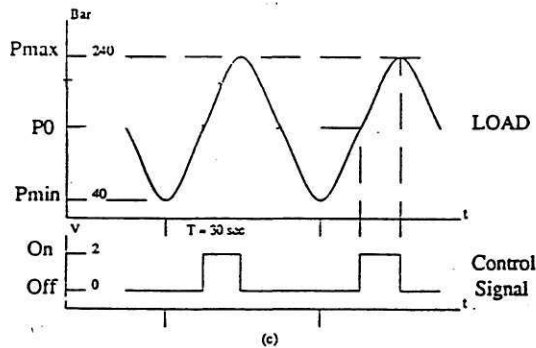
Τα πειράματα πραγματοποιήθηκαν σε δοκίμια που αποτελούν αντίγραφα ενός PWR πειστικού δοχείου υπό κλίμακα 1:5 (βλ. Σχήμα 4.9). Στα δοχεία αυτά παρατηρείται έντονη συγκέντρωση ελαττωμάτων στα σημεία όπου υπάρχει συγκέντρωση τάσεων, όπως είναι οι γωνίες, οι ραφές, κλπ. Συχνά, εκτός από τα φυσικά, εισάγονται σκόπιμα και πρόσθετα ελαττώματα σε συγκεκριμένες θέσεις με σκοπό την πιστοποίηση της ακρίβειας των μεθόδων. Τα δοκίμια περιβάλλονται από δίκτυα αισθητήρων Ακουστικών Εκπομπών, Θερμικών Εκπομπών, κ.ά. για την καταγραφή των σημάτων (βλ. Σχήμα 2.20).



ΣΧΗΜΑ 4.9 Το δοχείο PWR και το αντίστοιχο δοκίμιο υπό κλίμακα 1:5.

4.4.2 Η Συνθήκες Καταπόνησης

Η καταπόνηση των δοκιμίων γίνεται με μία ημιτονοειδής μεταβαλλόμενη πίεση που διοχετεύεται μέσω αντλίας στο εσωτερικό του δοχείου-δοκίμιο. Η φόρτιση γίνεται με συχνότητα 2 κύκλων το λεπτό (rpm ή 0.33 Hz) και ξεκινά από τα 40 bar (ελάχιστη τιμή) φτάνοντας έως τα 240 bar (μέγιστη φόρτιση). Στο Σχήμα 4.10 φαίνεται το χρονικό διάγραμμα της φόρτισης.



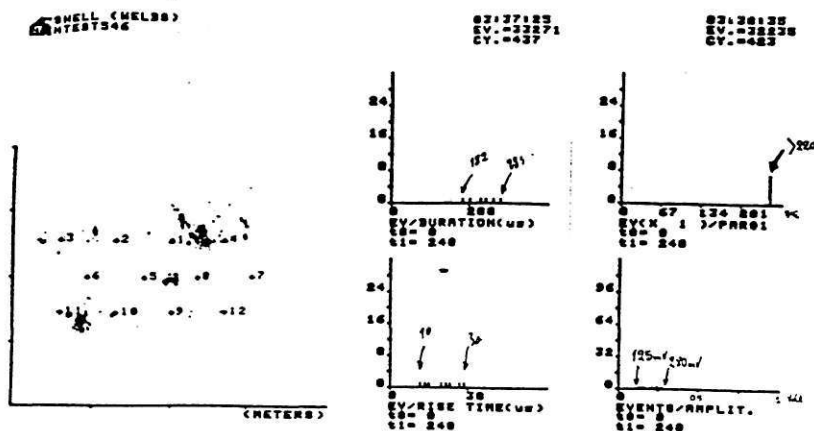
ΣΧΗΜΑ 4.10 Το χρονικό διάγραμμα της φόρτισης και το σήμα ελέγχου.

4.4.3 Παρακολούθηση Μέσω των Ακουστικών Εκπομπών

Το σημαντικότερο και μεγαλύτερο μέρος της συλλογής των δεδομένων αφορά την παρακολούθηση των ακουστικών εκπομπών. Η παρακολούθηση γίνεται με δύο συστήματα που διαφέρουν σε ακρίβεια, ταχύτητα αλλά και σκοπό. Το προϋπάρχον σύστημα AEDOS της ENEL και τη συσκευή DATA6000 της Data Precision.

Το σύστημα AEDOS (Acoustic Emission Data Overlooking System) έχει κατασκευαστεί σε συνεργασία με την CISE-ENEL και χρησιμοποιήθηκε για την καταγραφή διαφόρων χαρακτηριστικών των AE και κυρίως τον εντοπισμό του σημείου απ' όπου προήλθαν. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιείται ένα πλέγμα από 12 αισθητήρες AE τοποθετημένους σε τρεις σειρές γύρω από το δοκίμιο. Η τοπολογία των αισθητήρων ανεπτυγμένη στο επίπεδο, φαίνεται στο Σχήμα 4.11. Το σύστημα εντοπίζει την πηγή της AE συνδυάζοντας τρία τουλάχιστον από τα ισχυρότερα σήματα με τους

αντίστοιχους χρόνους καθυστέρησης τους, και εμφανίζει την θέση της πηγής (δηλ. του ελαττώματος) σαν σκιά στο διάγραμμα των αισθητήρων. Επί πλέον υπολογίζει ορισμένα από τα χαρακτηριστικά των σημάτων αυτών όπως διάρκεια, πλάτος, χρόνο ανόδου, κ.α., και τα εμφανίζει μαζί με το διάγραμμα των αισθητήρων. Από τις μετρήσεις του συστήματος AEDOS προκύπτει ότι τα σήματα ΑΕ που καταγράφηκαν έχουν τα εξής χαρακτηριστικά: α) Διάρκεια από 182 έως 283 msec, β) Χρόνο ανόδου από 10 έως 30 msec, και, γ) Πλάτος από 125 έως 280 mVolt. Σημαντικό επίσης είναι ότι τα όλα τα παραπάνω σήματα καταγράφηκαν στην περιοχή φόρτισης από 220 έως 240 Bar. Το τελευταίο είναι ιδιαίτερα χρήσιμο για το χρονισμό των καταγραφικών συσκευών όπως του DATA6000.



(Appendix, Moussas AE report)

ΣΧΗΜΑ 4.11 Το διάγραμμα των αισθητήρων του συστήματος AEDOS, με τις πηγές και τα χαρακτηριστικά των ΑΕ.

Η συσκευή DATA6000 χρησιμοποιήθηκε για την λεπτομερέστερη καταγραφή των κυματομορφών. Αντίθετα με το AEDOS το οποίο καταγράφει τα βασικά χαρακτηριστικά και εντοπίζει τη πηγή όλων των σημάτων, το DATA6000 δέχεται σήματα ΑΕ από ένα μόνο αισθητήρα και με την κατάλληλη δειγματοληψία καταχωρεί

ολόκληρη την κυματομορφή για μετέπειτα επεξεργασία. Όπως είναι φυσικό το σύστημα δεν μπορεί να συλλαμβάνει όλα τα σήματα, ιδίως τη στιγμή που επεξεργάζεται ή αποθηκεύει κάποιο προηγούμενο, όμως, με κατάλληλη ρύθμιση και σωστό προγραμματισμό, οι απώλειες αυτές γίνονται αμελητέες. Η συσκευή χρησιμοποιήθηκε σε συνεργασία με το σύστημα AEDOS και συγκεκριμένα χρησιμοποιήθηκαν οι μετρήσεις των γενικών χαρακτηριστικών και ένας παλμός αναφοράς για την ακριβέστερη ρύθμισή και χρονοισμό της. Ο παλμός αυτός φαίνεται στο Σχήμα 4.10 σε σχέση με τη φόρτιση του δοκιμίου.

Στο επόμενο τμήμα του κεφαλαίου παρουσιάζονται και αναλύονται τα πρώτα αποτελέσματα των παραπάνω συστημάτων παρακολούθησης των ΑΕ.

4.5 Συλλογή και Κατάταξη Προτύπων των Ακουστικών Εκπομπών

Η εύρεση ακριβέστερων μοντέλων που να περιγράφουν τη σχέση μεταξύ της αύξησης της ρωγμής και των αντίστοιχων σημάτων ακουστικής εκπομπής που προκαλούνται, απαιτεί την μελέτη όχι μόνο των παραμέτρων αλλά και ολοκλήρου της κυματομορφής. Για το λόγο αυτό πραγματοποιήθηκε, όπως περιγράφηκε παραπάνω, λεπτομερής καταγραφή των σημάτων ΑΕ κατά την διάρκεια της καταπόνησης των δοκιμίων υπό κλίμακα, σε διάφορα επίπεδα πίεσης και από διαφορετικά σημεία του δοκιμίου (αισθητήρες). Η καταγραφή και μελέτη των σημάτων ΑΕ επέτρεψε την εν συνεχεία ταξινόμησή και σαν επόμενο βήμα την αυτόματη αναγνώριση τους με τη χρήση μεθόδων αναγνώρισης προτύπων [4].

4.5.1 Συλλογή των Δεδομένων των ΑΕ κατά την Διάδοση Ρωγμής

Η καταγραφή των ΑΕ έγινε με χρήση ειδικής συσκευής του DATA6000 της εταιρείας Data Precision, ενός ειδικά τροποποιημένου υπολογιστή για την καταγραφή απότομων μεταβατικών φαινομένων.

4.5.1.1 Το σύστημα DATA6000 - Δυνατότητες, Περιορισμοί

Το σύστημα DATA6000 διακριτοποιεί και αποθηκεύει αναλογικά σήματα. Διαθέτει μια εκτενή βιβλιοθήκη προ-προγραμματισμένων συναρτήσεων για την ανάλυση και επεξεργασία των σημάτων και διαθέτει δυνατότητες εκτύπωσης ή/και σχεδίασης των σημάτων και των αποτελεσμάτων. Η γλώσσα προγραμματισμού που διαθέτει είναι ένα μείγμα Assembly και Basic και επιτρέπει τον προγραμματισμό της συλλογής και επεξεργασίας των σημάτων. Η κεντρική μνήμη και οι μονάδες δισκέτας του συστήματος χρησιμοποιούνται για την αποθήκευση των προγραμμάτων και των δεδομένων (σημάτων).

Το σύστημα είναι βασικά ένας υπολογιστής τύπου PC προσαρμοσμένος και εξοπλισμένος για την καταγραφή απότομων μεταβατικών φαινομένων. Για το σκοπό αυτό διαθέτει μια υψηλή συχνότητα δειγματοληψίας των 100 MHz (περίοδο 10 nsec) και Buffers εισόδου, τα οποία του επιτρέπουν να καταγράφει και να διακριτοποιεί χωρίς απώλειες σήματα εισόδου που περιέχουν συχνότητες έως και 50 MHz.

Η επεξεργασία του σήματος γίνεται με τη βοήθεια των συναρτήσεων που διαθέτει. Οι συναρτήσεις δέχονται σαν είσοδο το σήμα υπό τύπον διάνυσματος και διακρίνονται σε δύο κατηγορίες αυτές που επιστρέφουν έναν αριθμό και αυτές που επιστρέφουν ένα άλλο διάνυσμα. Στην πρώτη κατηγορία έχουμε σχετικά απλές συναρτήσεις όπως οι

FREQ, RISE, PKPK, RMS, MEAN, DEV, ENGY, AREA, κλπ., οι οποίες μπορούν να εκτελούνται και on-line, ενώ στη δεύτερη έχουμε πιο πολύπλοκες συναρτήσεις όπως οι INTG, LOGX, AVG, FFT, CONV, CORR, DIST, 1/X, SQRX, X², DIFF, Πράξεις μεταξύ σημάτων, κ.ά. οι οποίες εφαρμόζονται, συνήθως μετά την καταγραφή, στα επιλεγμένα και αποθηκευμένα σήματα.

Συχνά απαιτείται περαιτέρω επεξεργασία των σημάτων η οποία γίνεται σε ανεξάρτητο υπολογιστή και με ειδικά για την κάθε περίπτωση γραμμένα προγράμματα. Η μεταφορά των δεδομένων που έχουν καταγραφεί, εξασφαλίζεται χάρις στη συμβατότητα των δισκετών και θυρών του συστήματος με τους IBM-PC. Η αποθήκευση των αριθμών κινητής υποδιαστολής γίνεται σε συμπιεσμένη μορφή σύμφωνα με την τυποποίηση IEEE. Για την μετατροπή τους σε μορφή ASCII έχει γραφτεί ειδικό πρόγραμμα που διαβάζει, μετατρέπει, εμφανίζει και σχεδιάζει τα δεδομένα και τα αποθηκεύει στη νέα μορφή. Το πρόγραμμα περιγράφεται αναλυτικότερα στο παράρτημα.

Ιδιαίτερα περίπλοκος ήταν ο προγραμματισμός της συσκευής για την συλλογή των δεδομένων. Μία ωμή καταγραφή και αποθήκευση των δεδομένων θα ήταν καταδικασμένη σε αποτυχία καθώς το 99.95% των σημάτων θα είχε χαθεί. Αυτό συμβαίνει διότι για κάθε 72 msec καταγραμμένο σήμα θα χάνονται άλλα 2.4 min, όσο δηλαδή διαρκεί η επεξεργασία, μεταφορά και αποθήκευσή του. Όπως θα δούμε στην παρακάτω παράγραφο, με το κατάλληλο προγραμματισμό και ρύθμιση μειώνουμε τη χαμένη πληροφορία κάτω του 5%, ποσό που είναι αρκετά ικανοποιητικό κατά την πρώτη αυτή συλλογή σημάτων ΑΕ.

4.5.1.2 Ρύθμιση και Προγραμματισμός του Συστήματος για Βέλτιστη Απόδοση

Οι ενέργειες για την αύξηση του ποσοστού του χρήσιμου σήματος έναντι του χαμένου, και τη βελτίωση της συλλογής των δεδομένων, διακρίνονται σε δύο κατηγορίες :

1. Τον αποκλεισμό όσο το δυνατόν περισσότερου θορύβου και άχρηστου σήματος.
2. Την ελαχιστοποίηση του νεκρού χρόνου, δηλ., του χρόνου κατά τον οποίο ο επεξεργαστής δεν παρακολουθεί την είσοδο αλλά επικοινωνεί με τις περιφερειακές μονάδες.

Το πρώτο πραγματοποιήθηκε κατά το αρχικό προγραμματισμό της συσκευής με τη βοήθεια των προηγμένων δεδομένων από το σύστημα AEDOS ώστε, κατ' αρχάς, να επιλεγεί μία στενότερη χρονική ζώνη, από τον όλο κύκλο της καταπόνησης, κατά τη διάρκεια της οποίας να γίνεται η συλλογή των σημάτων, και εν συνεχεία, να γίνει αυστηρότερη επιλογή στα χαρακτηριστικά των σημάτων που καταγράφονται. Το δεύτερο πραγματοποιήθηκε κατ' αρχάς, με την βέλτιστη οργάνωση των αποθηκευτικών

πόρων του συστήματος (Buffers, Κεντρική Μνήμη, Δισκέτες) και εν συνεχεία κατά την καταγραφή των δεδομένων, με την εκτέλεση κατάλληλων υπο-προγραμμάτων ελέγχου ώστε ο νεκρός χρόνος να ελαχιστοποιείται. Οι κώδικες των προγραμμάτων παρουσιάζονται λεπτομερώς στα παραρτήματα.

Αναλυτικότερα, η ρύθμιση και ο προγραμματισμός του συστήματος έγιναν ως εξής:

A) Χρονισμός και διάρκεια της δειγματοληψίας.

Η διάδοση μιας ραγμής συμβαίνει κατά την αύξηση των φορτίων και μάλιστα όταν αυτά ξεπερνούν κάποιο όριο. Αυτό σημαίνει ότι εκπομπή σημάτων ΑΕ θα παρατηρείται για χρόνο μικρότερο από το μισό της περιόδου μιας ημιτονοειδούς καταπόνησης. Η αρχική αυτή εκτίμηση αποδείχθηκε πολύ συντηρητική μια και από τα δεδομένα του συστήματος AEDOS διαπιστώθηκε ότι, κατά τον ημιτονοειδή κύκλο καταπόνησης από 40 έως 240 Bar (βλ. Σχήμα 4.6), η διάδοση των ραγμών λαμβάνει χώρα όταν η πίεση είναι αύξουσα και πάνω από τα 220 Bar. Η συνθήκη αυτή διαρκεί κάτω από 3.08 sec για κάθε περίοδο φόρτισης διάρκειας 30 sec, δηλ., περίπου το 1/10 κάθε κύκλου. Έτσι ρυθμίζοντας το σήμα ελέγχου, που φαίνεται επίσης στο Σχήμα 4.6, για τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή και διάρκεια η συσκευή που το παρακολουθεί ενεργοποιείται αυτόματα ("Aimed") και επιτρέπει την είσοδο δεδομένων για καταγραφή.

B) Επιλογή των καταγραφόμενων κυματομορφών.

Το επιλεγμένο, όπως περιγράψαμε παραπάνω, σήμα των 3 sec ανά κύκλο, περιέχει στην πλειοψηφία ανεπιθύμητα σήματα ΑΕ τα οποία δεν προέρχονται από διάδοση ραγμών αλλά από τριβές, διαστολές, εξωτερικές συσκευές, κ.ά. Για την περαιτέρω διάκριση των σημάτων χρησιμοποιήθηκαν οι γενικές ιδιότητες που διαπιστώθηκαν από το σύστημα AEDOS (βλ. παραγρ. 4.4.3). Έτσι η καταγραφή γίνεται μόνον όταν ένα σήμα ξεπεράσει το όριο των 120 mV και καταγράφονται 250 μsec, χρόνος υπεραρκετός για την πλειοψηφία των σημάτων ΑΕ. Εν συνεχεία αναμένεται νέο σήμα που θα ξεπεράσει το όριο. Η δειγματοληψία του σήματος γίνεται με συχνότητα 2 MHz. Τα σήματα που φθάνουν στη συσκευή δεν περιέχουν συχνότητες μεγαλύτερες του 1 MHz καθώς οι αισθητήρες που τα συλλέγουν, λόγω της κατασκευής τους, απορρίπτουν τις μεγαλύτερες συχνότητες και λειτουργούν σαν κάτω-περατά φίλτρα.

Γ) Οργάνωση της μνήμης και προγραμματισμός του συστήματος.

Βάσει των παραπάνω για κάθε σήμα ΑΕ μήκους 250 μsec με δειγματοληψία 2 MHz απαιτούνται συνολικά 500 σημεία (Buffer 1 Kbytes) για να καταγραφεί. Η βέλτιστη διαδικασία καταγραφής, που κατέστη δυνατή με το διαθέσιμο υλικό και λογισμικό, ακολουθεί τη παρακάτω σειρά. Το σήμα ΑΕ που ικανοποιεί τις αρχικές συνθήκες εισέρχεται στο Buffer-A 500 σημείων. Όταν αυτό γεμίσει αντιγράφεται σε ένα

μεγαλύτερο Buffer-B 16000 σημείων (32 Kbytes) και ελευθερώνεται για το επόμενο σήμα. Αυτό επαναλαμβάνεται για 32 σήματα ΑΕ οπότε το Buffer-B γεμίζει και μεταφέρεται στη Κ. Μνήμη του συστήματος. Η διαδικασία επαναλαμβάνεται συνολικά εννέα (9) φορές οπότε τα περιεχόμενα της Κ. Μνήμης (288 Kbytes) πρέπει να αποθηκευθούν στη δισκέτα. Μετά την αποθήκευση το σύστημα καθαρίζει τη μνήμη και ξαναρχίζει την καταγραφή (βλ. Παράρτημα).

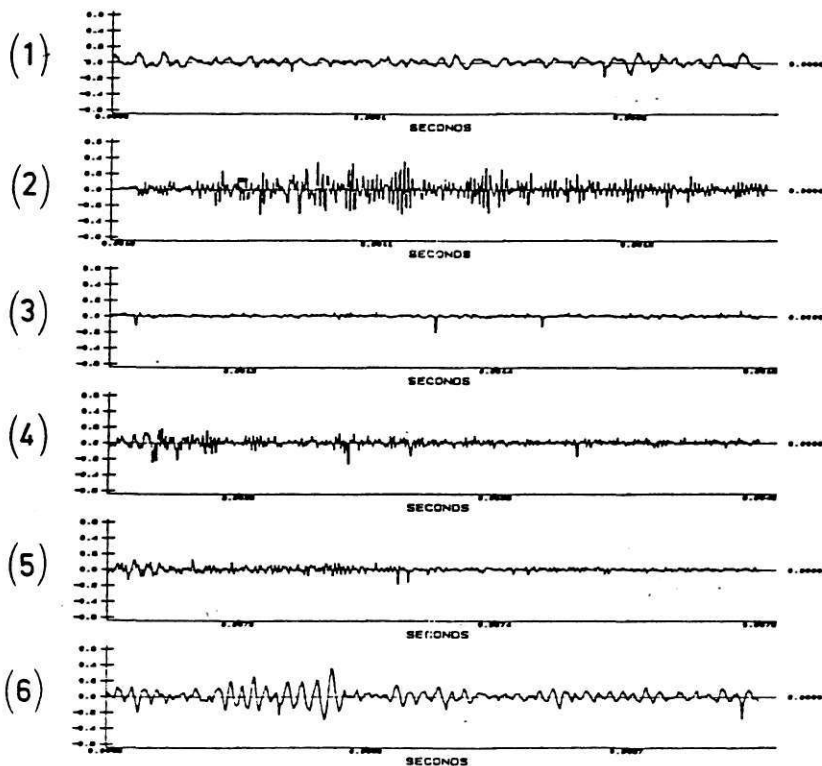
4.5.1.3 Αποτελέσματα της Καταγραφής των Σημάτων ΑΕ

Συνολικά σε κάθε κύκλο αποθήκευσης καταγράφονται 288 σήματα ΑΕ. Ο χρόνος που διαρκεί η καταγραφή τους είναι περίπου 30 min (60 κύκλοι καταπόνησης), ενώ η αποθήκευση απαιτεί νεκρό χρόνο 2.3 min (5 κύκλοι καταπόνησης ~8.3%). Ο ρυθμός αυτός καταγραφής θα βελτιωνόταν δραματικά με τη χρήση ενός γρήγορου σκληρού δίσκου και κατά δεύτερο λόγο με την αύξηση της Κεντρικής Μνήμης και τη βελτίωση της γλώσσας προγραμματισμού. Συγκεκριμένα η απώλεια σημάτων υποδεκαπλασιάζεται και θα ήταν το πολύ 1 κύκλος κάθε 120 που αντιστοιχεί σε αμελητέα ποσότητα (~ 0.83%). Τα παραπάνω προβλήματα εξαφανίζονται τελείως μόνο με τη χρησιμοποίηση βελτιωμένου υλικού και λογισμικού, με το οποίο η καταγραφή και η αποθήκευση θα εκτελούνται ανεξάρτητα η μία από την άλλη, ή εάν χρειάζεται και παράλληλα.

4.5.2 Πρότυπα και Κατηγορίες των Ακουστικών Εκπομπών

Τα σήματα ΑΕ που καταγράφηκαν ανήκουν σε διαφορετικές κατηγορίες, πολλές από τις οποίες δεν είναι απαραίτητα συνδεδεμένες με τη διάδοση των ραγμών. Η μελέτη της πρώτης συλλογής σημάτων ΑΕ κατέληξε στο διαχωρισμό έξι (6) κατηγοριών σημάτων. Αντιπροσωπευτικό δείγμα των κυματομορφών κάθε κατηγορίας περιέχεται στο παρακάτω Σχήμα (Σχήμα 4.12).

Μετά την καταγραφή των σημάτων το σύστημα DATA6000 χρησιμοποιήθηκε για τον υπολογισμό των διαφόρων χαρακτηριστικών των σημάτων. Τα χαρακτηριστικά αυτά χρειάζονται εν συνεχεία στην ταξινόμηση των σημάτων αυτών.



ΣΧΗΜΑ 4.12 Οι έξι τύποι κυματομορφών ΑΕ που καταγράφηκαν.

4.5.2.1 Βαθμωτά Χαρακτηριστικά των Σημάτων ΑΕ

Αρχίζοντας με τα βαθμωτά χαρακτηριστικά, υπολογίστηκαν κατ' αρχάς τα τέσσερα κυριότερα στοιχεία για κάθε ένα από τα 6 αντιπροσωπευτικά σήματα και συγκεντρώθηκαν στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 4.2).

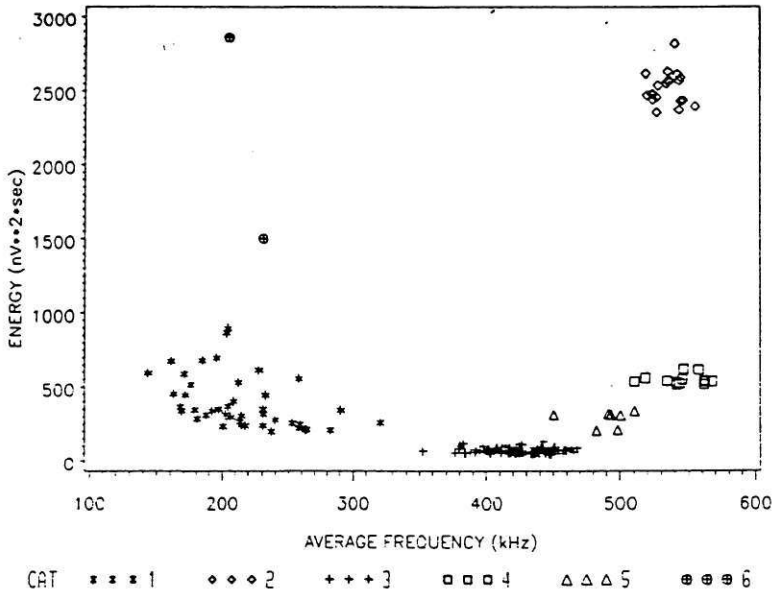
Πίνακας 4.2 Βαθμωτά χαρακτηριστικά των 6 σημάτων ΑΕ.

Κατηγορία	Συχνότητα (kHz)	R.M.S. τιμή (mV)	Ενέργεια (nV ² sec)	Μέγιστο Πλάτος (mV)
1	175	44.9	517	134
2	535	100.1	2,569	365
3	397	20	104	85
4	557	49.2	620	184
5	450	35	314	134
6	231	76.8	1,509	355

Και μόνο τα δύο από τα παραπάνω χαρακτηριστικά, η μέση Συχνότητα και η Ενέργεια είναι αρκετά για να διαχωρίσουν σαφώς τις έξι κατηγορίες των σημάτων. Σε ένα διάγραμμα με οριζόντιο άξονα τη μέση συχνότητα και κάθετο την ενέργεια, σημειώθηκαν τα σημεία που αντιστοιχούν σε κάθε κατηγορία από ένα σύνολο 150 σημάτων ΑΕ. Το διάγραμμα φαίνεται στο Σχήμα 4.13

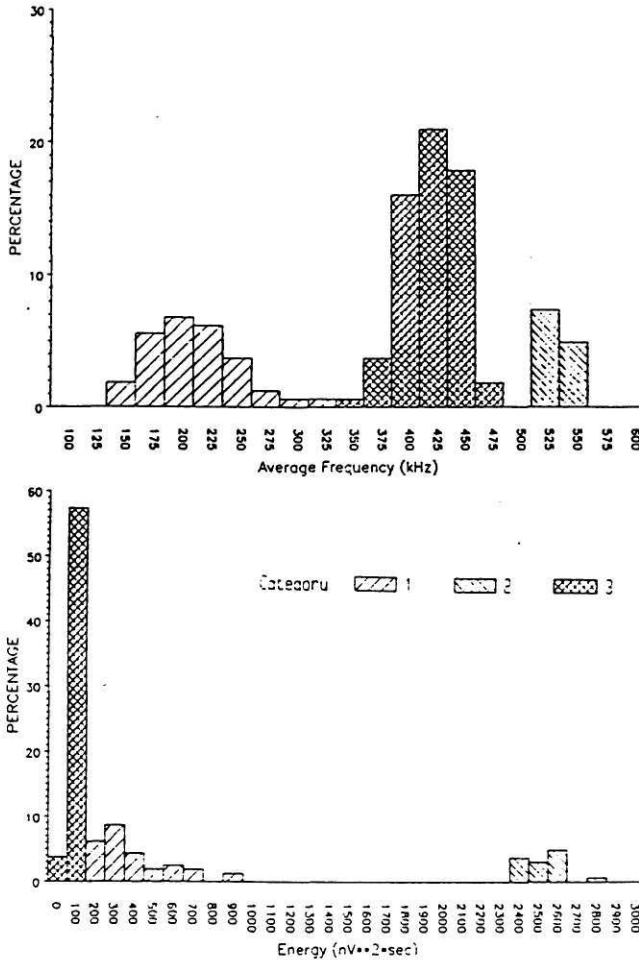
A.E. Signals: Frequency vs Energy chart

V. Moussas
JRC-Ispra



ΣΧΗΜΑ 4.13 Ταξινόμηση των σημάτων βάσει Συχνότητας και Ενέργειας.

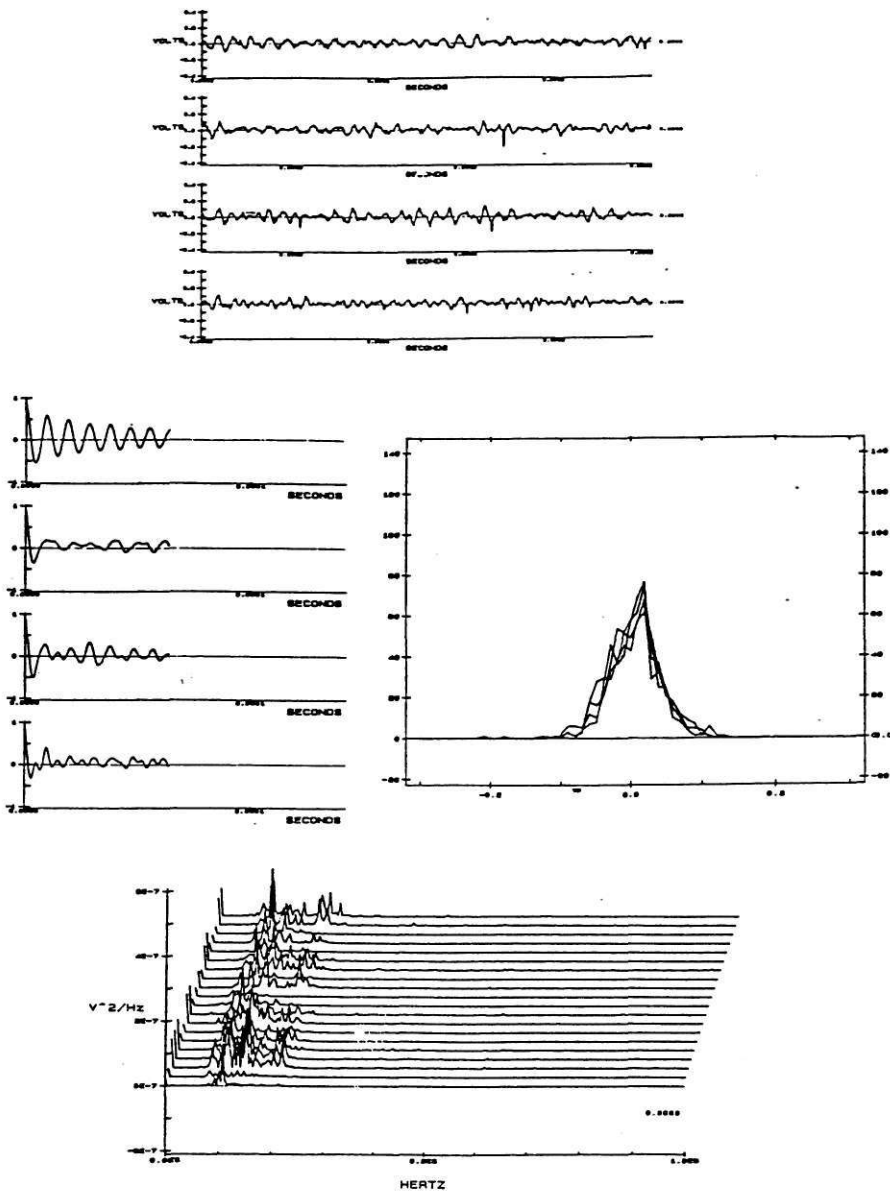
Οι συγκεντρώσεις σημείων που παρατηρούνται στο επίπεδο διάγραμμα του Σχήματος 4.13 γίνονται σαφέστερες αν τις αναπαραστήσουμε με ιστογράμματα για κάθε ένα από τα χαρακτηριστικά χωριστά. Τα ιστογράμματα για τις τρεις πρώτες από τις έξι κατηγορίες φαίνονται στα Σχήματα 4.14α για τη συχνότητα και 4.14β για την ενέργεια.



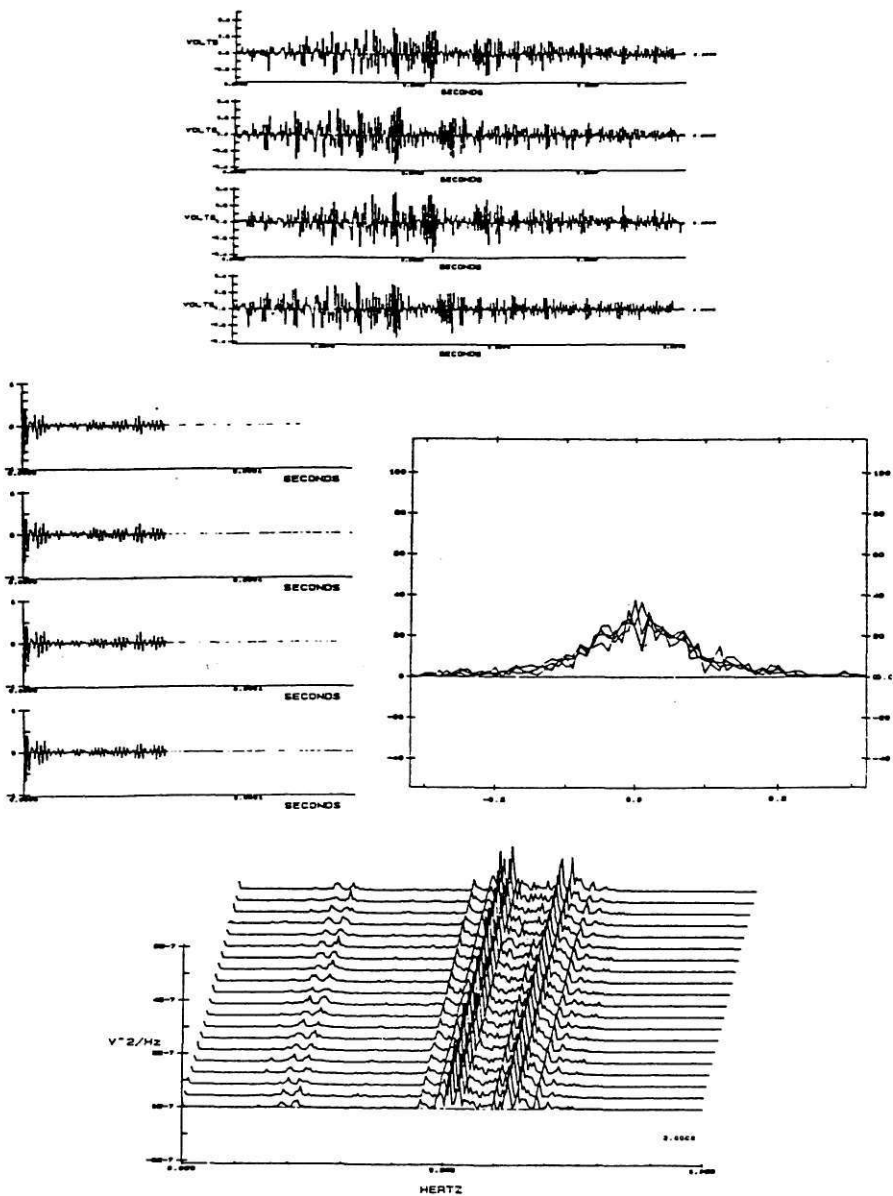
ΣΧΗΜΑ 4.14 Κατηγορίες σημάτων 1, 2 & 3 : (α) Συχνότητα, (β) Ενέργεια.

4.5.2.2 Διανυσματικά Χαρακτηριστικά των Σημάτων ΑΕ

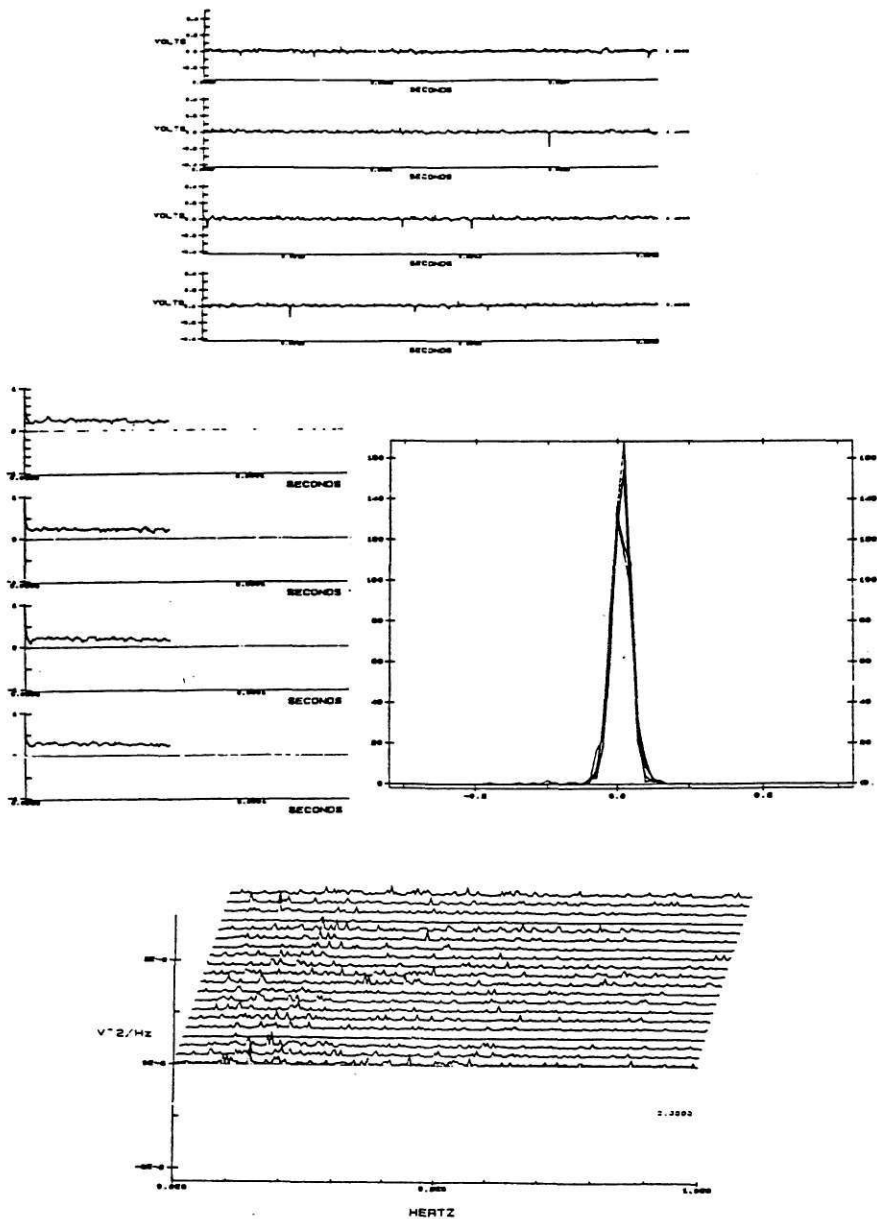
Τα διανυσματικά χαρακτηριστικά των σημάτων είναι πιο πολύπλοκα στη παρουσίαση και στην επεξεργασία. Εν συνεχεία παρουσιάζονται τα αποτελέσματα μερικών συναρτήσεων που εφαρμόστηκαν για τις τρεις πρώτες κατηγορίες σημάτων στα Σχήματα 4.15 έως 4.17.



ΣΧΗΜΑ 4.15 Κατηγορία σημάτων 1: (α) Δείγμα κυματομορφών, (β) συνάρτηση Αυτοσυσχέτισης, (γ) συνάρτηση Κατανομής, (δ) FFT - Φάσμα Ισχύος.



ΣΧΗΜΑ 4.16 Κατηγορία σημάτων 2: (α) Δείγμα κυματομορφών, (β) συνάρτηση Αυτοσυσχέτισης, (γ) συνάρτηση Κατανομής, (δ) FFT - Φάσμα Ισχύος.



ΣΧΗΜΑ 4.17 Κατηγορία σημάτων 3: (α) Δείγμα κυματομορφών, (β) συνάρτηση Αυτοσυσχέτισης, (γ) συνάρτηση Κατανομής, (δ) FFT - Φάσμα Ισχύος.

Όλες οι παραπάνω συναρτήσεις που εφαρμόστηκαν για την εξαγωγή χαρακτηριστικών, βαθμωτών ή μη, διατίθενται μαζί με άλλες από το καταγραφικό σύστημα DATA6000 για την επεξεργασία των σημάτων που καταγράφει. Τα παραπάνω δείγματα μας δείχνουν ότι με μόνη τη συσκευή είναι δυνατόν να γίνει ένας πρώτος διαχωρισμός των σημάτων. Περαιτέρω όμως μελέτη απαιτεί τη μεταφορά των δεδομένων σε άλλο υπολογιστικό σύστημα και την εφαρμογή πιο πολύπλοκων αλγορίθμων και μεθόδων.

4.6 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται τα πειραματικά δεδομένα και οι πειραματικές διατάξεις με τις οποίες συγκεντρώνονται για τη μελέτη του φαινομένου της διάδοσης των ρωγμών.

Μία μεγάλη γκάμα μεθόδων εφαρμόζεται στο JRC-Ispra, και ο γράφων συμμετείχε και στους δύο τύπους πειραμάτων, με δοκίμια CT και με δοκίμια υπό κλίμακα. Η κύρια αρμοδιότητα ήταν η οργάνωση της συλλογής των Ακουστικών Εκπομπών και από τις δύο διατάξεις. Η διαδικασία, ο προγραμματισμός των συσκευών και δείγματα των κυματομορφών παρουσιάστηκαν στο παρόν κεφάλαιο. Επίσης αναδείχτηκαν τα χαρακτηριστικά των ΑΕ, που μπορούν να προσδιορίσουν την παρουσία ρωγμών σε εξέλιξη, με τη βοήθεια της Αναγνώρισης Προτύπων.

Επιπλέον των πειραμάτων που βρίσκονταν σε εξέλιξη στο JRC, συγκεντρώθηκαν και άλλες μετρήσεις από ερευνητικές ομάδες του εξωτερικού. Συγκεκριμένα τα δεδομένα των ομάδων Virkler και Ghonem είναι από τα πλέον γνωστά και αποτελούν και κοινό παρονομαστή για συγκρίσεις. Τα δεδομένα αυτά θα χρησιμοποιηθούν στα κεφάλαια 7, 8 & 9 της διατριβής για τη αξιολόγηση των προτεινόμενων μοντέλων και μεθόδων.

Τέλος σημειώνουμε ότι, τα δεδομένα του JRC και των άλλων ερευνητικών ομάδων παραχωρήθηκαν στον γράφοντα για χρήση, μόνο για ακαδημαϊκή & μη κερδοσκοπική έρευνα, και μόνο έτσι μπορούν να συνεχίσουν να χρησιμοποιούνται από το JRC-Ispra & το Πανεπιστήμιο Πατρών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 : ΓΡΑΜΜΙΚΟΙ, ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΟΙ ΚΑΙ ΑΥΤΟΠΡΟΣΑΡΜΟΖΟΜΕΝΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ

5.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται πρώτα το πρόβλημα της μοντελοποίησης ενός συστήματος, καθώς και της εκτίμησης της κατάστασής του. Στη συνέχεια παρουσιάζονται οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται για τη λύση του, και τέλος, παρουσιάζεται το πρόβλημα των φυσικών, μη ιδεατών, μη γραμμικών ή και αγνώστων συστημάτων, και ο τρόπος αντιμετώπισής του, που αποτελεί και το αντικείμενο έρευνας της παρούσας διατριβής.

Καθώς τα μοντέλα και οι αλγόριθμοι εκτίμησης των μη γραμμικών συστημάτων αποτελούν συνήθως γενικεύσεις και επεκτάσεις των αντιστοίχων γραμμικών, η σύντομη περιγραφή τους κρίθηκε απαραίτητη. Στο τμήμα 5.2 εξηγούνται οι έννοιες της εκτίμησης και των αναδρομικών αλγορίθμων (φίλτρων), και ο τρόπος μαθηματικής διατύπωσης τους. Στο τμήμα 5.3 περιγράφονται τα προβλήματα που συναντώνται στα περισσότερα πραγματικά συστήματα, και στα οποία οι απλοί αλγόριθμοι δεν μπορούν να δώσουν ικανοποιητικές λύσεις. Εν συνέχεια στο τμήμα 5.4 δίνονται πρώτα οι ευρέως χρησιμοποιούμενες λύσεις των ελαχίστων τετραγώνων, οι βέλτιστες λύσεις για τα γραμμικά συστήματα, που περιλαμβάνουν δύο διαφορετικές υλοποιήσεις του βέλτιστου εκτιμητή από τους Kalman και Λαϊνιώτη, και τελικά οι μη-γραμμικές και αυτοπροσαρμοζόμενες λύσεις για τα μη-γραμμικά και άγνωστα συστήματα. Τέλος στο τμήμα 5.5 αναλύεται ο τρόπος εφαρμογής των αλγορίθμων στα προβλήματα μη-γραμμικότητας, παραμετρικής αβεβαιότητας και γενικότερης αγνοίας του μοντέλου του συστήματος.

5.2 Εκτίμηση, Ψηφιακά Συστήματα και Μοντελοποίησή τους

5.2.1 Εκτίμηση

Για να δημιουργηθεί το πρόβλημα της εκτίμησης πρέπει πρώτα να υπάρχει ένα σύστημα, δυναμικό, από το οποίο να λαμβάνονται μετρήσεις. Το σύστημα έχει φυσική υπόσταση, είναι αιτιατό και η συμπεριφορά του μπορεί συνήθως να περιγραφεί από εξισώσεις. Επιπλέον στο εν λόγω σύστημα υπάρχει θόρυβος. Ο θόρυβος μπορεί να οφείλεται π.χ., σε άγνωστες ή απρόβλεπτες (εκτός από τις στατιστικές τους ιδιότητες)

εισόδους του συστήματος, ή, σε ανακριβείς μετρήσεις των εξόδων του (λόγω θορυβωδών καναλιών και αισθητήρων).

Ας υποθέσουμε ότι αυτό που θέλουμε να γνωρίζουμε από το σύστημα (μία ποσότητα, η κατάσταση του, κλπ.) συμβολίζεται με το $x(\cdot)$. Συνήθως η $x(\cdot)$ δεν είναι απ' ευθείας μετρούμενη, αλλά και αν ακόμη είναι, μετριέται πάντα με κάποιο λάθος. Όπως και να είναι, η μέτρηση $z(\cdot)$ που θα πάρουμε δεν είναι ίδια με την $x(\cdot)$ που θέλουμε. Το πρόβλημα της εκτίμησης συνίσταται στο να χρησιμοποιήσουμε την μέτρηση $z(\cdot)$ ώστε να αναδημιουργηθεί η $x(\cdot)$, ή μία προσέγγιση της $x(\cdot)$, ή έστω κάποιες πληροφορίες για την $x(\cdot)$. Αυτή είναι και η γενική έννοια του όρου εκτίμηση, δηλαδή να επεξεργασθούν οι πληροφορίες της $z(\cdot)$ ώστε να προκύψουν πληροφορίες για την $x(\cdot)$.

Ο όρος εκτίμηση όμως χρησιμοποιείται και με μία άλλη πιο ειδική έννοια για να ξεχωρίζει έναν τρόπο επεξεργασίας πληροφοριών από δύο άλλους, την πρόβλεψη και την λείανση. Υπό αυτήν την έννοια εκτίμηση σημαίνει ότι την χρονική στιγμή t εξάγουμε πληροφορίες για την $x(t)$ χρησιμοποιώντας τις μετρήσεις μέχρι και της στιγμής t . Η λείανση διαφέρει στο ότι η πληροφορία για την $x(t)$ δεν εξάγεται την στιγμή t αλλά αργότερα, πράγμα που επιτρέπει να χρησιμοποιηθούν και μετρήσεις που προέκυψαν μετά την στιγμή t . Τέλος πρόβλεψη σημαίνει, την χρονική στιγμή t να εξαχθούν πληροφορίες για την $x(t + \lambda)$ για κάποιο $\lambda > 0$.

5.2.2 Ψηφιακή Επεξεργασία Σημάτων

Η επεξεργασία κάποιων μετρήσεων $z(\cdot)$ για την εξαγωγή των πληροφοριών ονομάζεται και φιλτράρισμα, οι δε μαθηματικοί αλγόριθμοι που πραγματοποιούν την επεξεργασία, φίλτρα. Το φιλτράρισμα μπορεί να είναι αναλογικό ή ψηφιακό ανάλογα με τη φύση του προβλήματος. Καθώς όμως, τα συστήματα ελέγχου υλοποιούνται όλο και περισσότερο με ψηφιακούς υπολογιστές, το φιλτράρισμα πραγματοποιείται κυρίως με ψηφιακές μεθόδους. Μιλάμε λοιπόν για Ψηφιακή Επεξεργασία Σημάτων (ΨΕΣ).

Η ψηφιακή επεξεργασία σημάτων έχει αναπτυχθεί ιδιαίτερα τα τελευταία χρόνια, χάρις σε δύο κυρίως λόγους. Ο πρώτος είναι η έκρηξη της τεχνολογίας στον τομέα των ολοκληρωμένων κυκλωμάτων, που μας έδωσε ισχυρούς υπολογιστές μεγάλης ταχύτητας σε μικρό μέγεθος και μάλιστα σε μικρό κόστος. Η ΨΕΣ είναι απόλυτα συνδεδεμένη με τη πρόοδο στον τομέα των υπολογιστών, καθώς η σωστή λειτουργία των μεθόδων της εξαρτάται από το μήκος λέξης του υπολογιστή, τα σφάλματα στρογγυλοποίησης, την ταχύτητα επεξεργασίας ή την μνήμη που υπάρχει διαθέσιμη.

Ο δεύτερος λόγος είναι η διατύπωση των στατιστικών ιδεών στο πρόβλημα του φιλτράρισματος. Με τη στατιστική αυτή θεώρηση του προβλήματος, ερχόμαστε στο

πεδίο του χρόνου να μελετήσουμε τις μετρήσεις $z(\cdot)$, γνωρίζοντας ότι αυτές περιέχουν ανά πάσα χρονική στιγμή, και χρήσιμο σήμα και θόρυβο. Το φίλτρο απ' όπου θα "περάσουν" οι μετρήσεις είναι ένας πολύπλοκος μαθηματικός αλγόριθμος τον οποίο εφοδιάζουμε με τις γνώσεις που έχουμε πάνω στις στατιστικές ιδιότητες του σήματος και του θορύβου, καθώς και για την μέχρι στιγμής συμπεριφορά του συστήματος. Σαν αποτέλεσμα έχουμε μία εκτίμηση της πραγματικής κατάστασης $x(\cdot)$, η οποία μπορεί να είναι και η βέλτιστη, ανάλογα με το πρόβλημα και τα κριτήρια που έχουμε θέσει. Οι έρευνες οδήγησαν στην εύρεση βέλτιστων και μη αλγορίθμων (π.χ. Kalman), που αποτελούν πλέον τα βασικά εργαλεία της ΨΕΣ.

5.2.3 Το Gaussian Μοντέλο ενός Διακριτού Συστήματος

Στην παρούσα εργασία θα συγκεντρώσουμε την προσοχή μας στα συστήματα διακριτού χρόνου, δηλαδή στα συστήματα τα οποία περιγράφονται από εξισώσεις διαφοράς και τα μοντέλα τους θα τα διατυπώνουμε με καταστατικές εξισώσεις. Οι λόγοι είναι κυρίως πρακτικοί καθώς στη πλειοψηφία των περιπτώσεων, οι παρατηρήσεις των φαινομένων και ο έλεγχος των συστημάτων πραγματοποιείται σε διακριτές χρονικές στιγμές.

Ένα γραμμικό, διακριτό, χρονικά μεταβαλλόμενο και πεπερασμένων διαστάσεων σύστημα περιγράφεται στο χώρο κατάστασης από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$x(k+1) = F(k) \cdot x(k) + G(k) \cdot w(k) \quad (5.1)$$

$$z(k) = H(k) \cdot x(k) + v(k) = y(k) + v(k) \quad (5.2)$$

όπου:

k είναι η χρονική στιγμή, $k \geq 0$,

$x(k)$ είναι το $(n \times 1)$ διάνυσμα κατάστασης,

$F(k)$ είναι η $(n \times n)$ μήτρα διέλευσης,

$z(k)$ είναι το $(m \times 1)$ διάνυσμα μέτρησης,

$H(k)$ είναι η $(m \times n)$ μήτρα εξόδου,

$y(k)$ είναι η $(m \times 1)$ έξοδος του συστήματος,

$G(k)$ είναι η $(n \times m)$ μήτρα εισόδου,

$w(k)$ είναι το $(m \times 1)$ διάνυσμα διαταραχών της κατάστασης,

$v(k)$ είναι το $(m \times 1)$ διάνυσμα διαταραχών / θορύβου των μετρήσεων, και,

οι $w(k)$ και $v(k)$ είναι λευκές Gaussian στοχαστικές διαδικασίες, ανεξάρτητες μεταξύ τους, με μηδενικό μέσο όρο και με διασπορές $Q(k)$ και $R(k)$ διαστάσεων $(n \times n)$ και $(m \times m)$ αντίστοιχα. Η αρχική τιμή της μεταβλητής κατάστασης $x(0)$ είναι λευκή Gaussian στοχαστική διαδικασία ανεξάρτητη των w και v , με μέση τιμή \bar{x}_0 και διασπορά P_0 .

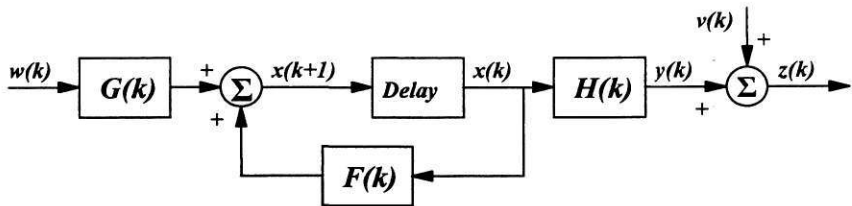
Σε ένα τέτοιο σύστημα λοιπόν πρέπει να πληρούνται οι παρακάτω συνθήκες :

$$E[w(k)] = 0, \quad E[w(k) \cdot w^T(l)] = Q(k) \cdot \delta_{kl}, \quad (5.3)$$

$$E[v(k)] = 0, \quad E[v(k) \cdot v^T(l)] = R(k) \cdot \delta_{kl}, \text{ και,} \quad (5.4)$$

$$E[x(0)] = \bar{x}_0, \quad E\{[x(0) - \bar{x}_0][x(0) - \bar{x}_0]^T\} = P_0. \quad (5.5)$$

Η δομή ενός τέτοιου γραμμικού συστήματος φαίνεται στο Σχ.5.1.



ΣΧΗΜΑ 5.1 : Σχηματικό διάγραμμα του μοντέλου ενός γραμμικού συστήματος.

5.2.4 Αναδρομικοί Αλγόριθμοι

Οι αλγόριθμοι εκτίμησης που μας απασχολούν είναι αναδρομικοί αλγόριθμοι. Οι αναδρομικοί αλγόριθμοι ξεχωρίζουν διότι δεν έχουν ανάγκη αποθήκευσης όλων των περασμένων μετρήσεων για να υπολογιστεί η τωρινή εκτίμηση. Αυτό φαίνεται πιο καθαρά στο παρακάτω παράδειγμα.

Παράδειγμα :

Ας πάρουμε το πρόβλημα του να εκτιμήσουμε μία βαθμωτή μη τυχαία σταθερά x , βασιζόμενοι σε k μετρήσεις $z(i)$ που έχουν θόρυβο και είναι $z(i) = x + v(i)$ ($i=1, 2, \dots, k$). Το $v(i)$ αναπαριστά τον θόρυβο των μετρήσεων τον οποίο υποθέτουμε λευκό. Μία εκτίμηση ελάχιστης διασποράς του $x(k)$ προκύπτει από τον μέσο όρο των μετρήσεων:

$$x(k) = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k z(i)$$

Όταν έρθει η επόμενη μέτρηση $k+1$, η νέα εκτίμηση θα είναι:

$$x(k+1) = \frac{1}{k+1} \sum_{i=1}^{k+1} z(i)$$

Αυτό σημαίνει ότι για τον υπολογισμό κάθε νέας εκτίμησης θα πρέπει να χρησιμοποιούνται ξανά όλες οι προηγούμενες μετρήσεις. Η επανάληψη αυτή αποφεύγεται με το να ξαναγραφεί η παραπάνω σχέση σε αναδρομική μορφή έτσι ώστε να εμφανίζεται η προηγούμενη εκτίμηση:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \frac{k}{k+1} \left[\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k z(i) \right] + \frac{1}{k+1} z(k+1) = \\ &= \frac{k}{k+1} x(k) + \frac{1}{k+1} z(k+1) \end{aligned}$$

Αυτός είναι ένας αναδρομικός γραμμικός εκτιμητής. Η εξίσωση του μπορεί να ξαναγραφεί ως εξής:

$$x(k+1) = x(k) + \frac{1}{k+1} [z(k+1) - x(k)]$$

Τώρα η νέα εκτίμηση δίνεται από την προηγούμενη εκτίμηση συν την διαφορά, της νέας μέτρησης και της αναμενόμενης τιμής της, πολλαπλασιασμένες με ένα συντελεστή βαρύτητας (ή κέρδος).

Το μοντέλο της σταθεράς x και των μετρήσεων z του παραδείγματος που περιγράφεται από τις καταστατικές εξισώσεις:

$$x(k+1) = x(k) \quad \& \quad z(k) = x(k) + v(k),$$

είναι ειδική μορφή του γενικότερου σταθερού γραμμικού μοντέλου:

$$x(k+1) = F \cdot x(k) \quad \& \quad z(k) = H \cdot x(k) + v(k),$$

για το οποίο ο αντίστοιχος (γενικότερος) εκτιμητής είναι:

$$x(k+1) = F \cdot x(k) + K \cdot [z(k+1) - H \cdot F \cdot x(k)]$$

και ο οποίος για $F=H=1$ και $K=1/(k+1)$ καταλήγει στο προηγούμενο τύπο.

Μία συμβολική περιγραφή του παραπάνω εκτιμητή είναι η:

$$x(\text{εκτίμηση}) = x(\text{πρόβλεψη}) + \text{Κέρδος} \cdot [z(\text{μέτρηση}) - z(\text{πρόβλεψη})]$$

5.2.5 Συνθήκες και Κριτήρια Εκτίμησης

Τα υπό μελέτη δυναμικά συστήματα είναι στοχαστικά. Αυτό σημαίνει ότι η πλήρης λύση στο πρόβλημα της εκτίμησης είναι η υπό συνθήκη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας (π.π.) του x δοθέντων των μετρήσεων z έως τη στιγμή αυτή, και μπορεί να γραφτεί σαν: $P(x/z)$.

Αυτό συμβαίνει απλά επειδή η $P(x/z)$ εμπεριέχει όλες τις στατιστικές πληροφορίες για την x , οι οποίες προέρχονται από τις διαθέσιμες μετρήσεις και την αρχική κατάσταση του συστήματος.

Όταν πρόκειται για κανονικές πυκνότητες πιθανότητας, όπως στην περίπτωση της βέλτιστης γραμμικής εκτίμησης, αρκούν δύο ποσότητες, ο μέσος όρος και η διασπορά, για τον πλήρη καθορισμό της κατάστασης x και το φίλτρο είναι πεπερασμένο και υλοποιήσιμο. Στην γενική περίπτωση όμως, δεν υπάρχει πεπερασμένος αριθμός παραμέτρων που να καθορίζουν την $P(x/z)$ και η διαστάσεις του φίλτρου άπειρες. Η προϋπόθεση της κανονικότητας είναι απαραίτητη για να έχουμε την βέλτιστη εκτίμηση, δεν είναι όμως εύκολο να ικανοποιηθεί και συχνά οι εκτιμήσεις είναι υπο-βέλτιστες.

Έχοντας υπολογίσει την π.π. $P(x/z)$, πρέπει να υπολογισθεί και η εκτιμώμενη τιμή της κατάστασης x . Πρώτα τίθεται ένα κριτήριο ή συνάρτηση κόστους που θα καθορίζει την καλύτερη (βέλτιστη) εκτίμηση, και αυτό είναι, στην προκειμένη περίπτωση η συνάρτηση τετραγωνικού λάθους. Οι εκτιμήσεις που χρησιμοποιούν το κριτήριο αυτό λέγονται εκτιμήσεις ελαχίστου τετραγωνικού λάθους.

Κάτω από αυτό το κριτήριο, η βέλτιστη εκτίμηση είναι η μαθηματική ελπίδα:

$$\hat{x} = E(x/z) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot P(x/z) dx \quad (5.6)$$

5.2.6. Λόγος Σήματος προς Θόρυβο

Στο παραπάνω μοντέλο η μέτρηση $z(k)$ αποτελείται από το εξερχόμενο σήμα $H(k) \cdot x(k)$ και τον θόρυβο $v(k)$. Ορίζουμε σαν λόγο σήματος προς θόρυβο (SNR), τον λόγο της διασποράς του σήματος προς τη διασπορά του θορύβου. Η διασπορά του θορύβου είναι $R(k)$, ενώ η διασπορά του σήματος είναι $H^T(k) \cdot P_x(k) \cdot H(k)$ όπου:

$$P_x(k) = E\left\{ [x(k) - E\{x(k)\}] \cdot [x(k) - E\{x(k)\}]^T \right\} \quad (5.7)$$

οπότε,

$$SNR(k) = \frac{H^T(k) \cdot P_x(k) \cdot H(k)}{R(k)} \quad (5.8)$$

Όπως είναι αναμενόμενο, οι εκτιμήσεις της κατάστασης του συστήματος ευνοούνται από την αύξηση του SNR. Αντίθετα η παρουσία εξωτερικών διαταραχών και θορύβων στις μετρήσεις αυξάνει τον παρονομαστή R και δυσχεραίνει την εκτίμηση της κατάστασης x .

5.3 Προβλήματα Μοντελοποίησης των Πραγματικών Συστημάτων

Όπως είδαμε η βέλτιστη λύση για την εκτίμηση της κατάστασης των γραμμικών συστημάτων υπάρχει και υλοποιείται με διάφορους τρόπους. Τα γραμμικά συστήματα όμως είναι μία απλουστευμένη μορφή των συστημάτων που αντιμετωπίζουμε στην πραγματικότητα. Κανένα φυσικό σύστημα δεν είναι γραμμικό και ελάχιστα από τα τεχνητά συστήματα έχουν συμπεριφορά αληθινά γραμμική. Τα πραγματικά μοντέλα των συστημάτων είναι συνήθως γνωστά κατά προσέγγιση ή είναι απλουστευμένα ώστε να θεωρούνται γραμμικά ή μπορεί να είναι και εντελώς άγνωστα. Η μελέτη παρόμοιων συστημάτων απαιτεί την χρήση αλγορίθμων με μεγαλύτερη ευελιξία από αυτήν των γραμμικών φίλτρων.

Τα κυριότερα προβλήματα που συναντώνται κατά την μελέτη πραγματικών συστημάτων, και που αποκλείουν την χρήση βέλτιστων γραμμικών φίλτρων, είναι:

- ◆ Η μη-γραμμικότητα ενός συστήματος,
- ◆ Η αβεβαιότητα της δομής ενός συστήματος, και,
- ◆ Η αβεβαιότητα των τιμών των παραμέτρων ενός συστήματος.

5.3.1 Μη-Γραμμικότητα σε ένα Σύστημα

Ένα μη-γραμμικό σύστημα περιγράφεται με τις παρακάτω καταστατικές εξισώσεις:

$$x(k+1) = f[k, x(k)] + g[k, x(k)] \cdot w(k) \quad (5.9)$$

$$z(k) = h[k, x(k)] + v(k) \quad (5.10)$$

Σε ένα τέτοιο σύστημα οι συναρτήσεις $f(\cdot)$, $g(\cdot)$ και $h(\cdot)$ είναι μη-γραμμικές συναρτήσεις της μεταβλητής κατάστασης x . Ο αλγόριθμος που θα χρησιμοποιηθεί θα πρέπει να υπολογίζει σε κάθε επανάληψη τις νέες τιμές των συναρτήσεων $f(\cdot)$, $g(\cdot)$ και $h(\cdot)$ βασισμένος στις τρέχουσες εκτιμήσεις της κατάστασης x .

Σε περιπτώσεις όπου η μη γραμμικότητα δεν είναι συνεχής αλλά γραμμικοποιείται κατά μέρη τότε το πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπισθεί και σαν αβεβαιότητα της δομής ή των παραμέτρων του συστήματος.

5.3.2 Δομική Αβεβαιότητα ενός Συστήματος

Δομική αβεβαιότητα έχουμε όταν η δομή του μοντέλου ενός συστήματος είναι άγνωστη. Στην περίπτωση αυτή υπάρχει ένα σύνολο από πιθανά υποψήφια μοντέλα γραμμικά ή μη, τα οποία διαφέρουν ως προς τη δομή τους.

Συχνά στις εφαρμογές δημιουργείται σκόπιμα ένα τέτοιο πλήθος από διαφορετικά μοντέλα, το οποίο χρησιμεύει για να καλύπτει όλες τις πιθανές καταστάσεις του υπό μελέτη συστήματος.

$$x(k+1) = f_{\theta}[k, x(k)] + g_{\theta}[k, x(k)] \cdot w(k)$$

$$z(k) = h_{\theta}[k, x(k)] + v(k)$$

όπου $\theta = 1, 2, \dots, n$ για τα n πιθανά μοντέλα του συστήματος.

Ο αλγόριθμος που θα χρησιμοποιηθεί θα πρέπει να υπολογίζει σε κάθε επανάληψη τις εκτιμήσεις της κατάστασης x και για τα n διαφορετικά μοντέλα, και να αποφασίζει για το πιθανότερο από αυτά.

Όταν οι διαφορές μεταξύ των μοντέλων είναι μικρές και αφορούν μόνο τις τιμές μερικών παραμέτρων, τότε το πρόβλημα μπορεί να αντιμετωπισθεί και σαν παραμετρική αβεβαιότητα.

5.3.3 Παραμετρική Αβεβαιότητα ενός Συστήματος

Οι παράμετροι ενός συστήματος είναι συνήθως σταθερές ή αργά μεταβαλλόμενες ποσότητες (συγκρινόμενες με τις μεταβολές της κατάστασης x), που προσδιορίζουν την κατάσταση λειτουργίας του συστήματος. Όταν ένα πεπερασμένο σύνολο παραμέτρων είναι άγνωστο, και ο προσδιορισμός του θα καθόριζε πλήρως το μοντέλο, λέμε ότι υπάρχει παραμετρική αβεβαιότητα στο σύστημα.

Εάν Θ είναι το διάνυσμα των αγνώστων παραμέτρων τότε οι εξισώσεις γίνονται:

$$x(k+1) = f[k, x(k); \Theta] + g[k, x(k)] \cdot w(k)$$

$$z(k) = h[k, x(k); \Theta] + v(k)$$

Στη περίπτωση που οι άγνωστες παράμετροι είναι πολλές ή/και οι μεταβολές τους τόσο μεγάλες ώστε να προκύπτει διαφορετικό μοντέλο, τότε καταλήγουμε στη προηγούμενη περίπτωση της δομικής αβεβαιότητας και των πολλαπλών μοντέλων.

Η παραμετρική αβεβαιότητα ενός συστήματος μπορεί να οφείλεται σε δύο λόγους: ή στην πλήρη άγνοια των τιμών των παραμέτρων, εφόσον αυτές είναι σταθερές, ή, στην άγνοια των νέων, κάθε φορά, τιμών των παραμέτρων, εφόσον αυτές μεταβάλλονται. Και στις δύο περιπτώσεις πρέπει να ξεκινήσουμε από κάποιες αρχικές τιμές των παραμέτρων και να τις βελτιώνουμε πλησιάζοντας στις τελικές (αν είναι σταθερές) ή τις τρέχουσες (αν μεταβάλλονται).

Η συνεχής εκτίμηση των παραμέτρων σημαίνει ότι τις αντιμετωπίζουμε σαν μέρος της κατάστασης του συστήματος. Πράγματι συχνά το διάνυσμα κατάστασης επαυξάνεται για να περιλάβει και μερικές παραμέτρους. Έτσι έχουμε μία μετατροπή της παραμετρικής αβεβαιότητας σε μη-γραμμικότητα.

$$x(k+1) = f[k, x_\theta(k)] + g[k, x_\theta(k)] \cdot w(k)$$

$$z(k) = h[k, x_\theta(k)] + v(k)$$

όπου, $x_\theta(k) = [x(k) \ \Theta(k)]$ το επαυξημένο διάνυσμα.

5.4 Αλγόριθμοι Εκτίμησης Κατάστασης και Ταυτοποίησης Μοντέλων

5.4.1 Βασικές Γραμμικές και Μη-Γραμμικές Μέθοδοι Ελαχίστων Τετραγώνων για τη Ταυτοποίηση Μοντέλων

Η πιο απλή μέθοδος μοντελοποίησης δεδομένων είναι η ταξινόμησή τους σε μια ευθεία γραμμή $y = Ax + B$ και ο υπολογισμός των παραμέτρων A & B . Όμως η φύση και τα προβλήματα της σπάνια είναι τόσο "φιλικά" δηλ. γραμμικά. Έτσι υπάρχει ανάγκη για πιο γενικές μεθόδους.

Στη συνέχεια θα αναφέρουμε τις βασικότερες μεθόδους ταυτοποίησης γραμμικών και μη μοντέλων, και οι οποίες έχουν σαν κριτήριο την ελαχιστοποίηση του τετραγωνικού σφάλματος.

5.4.1.1 Γραμμική Παλινδρόμηση (Linear Regression)

Η Γραμμική Παλινδρόμηση (LR) χρησιμοποιείται στον υπολογισμό των συντελεστών του γραμμικού μοντέλου $y = Ax + B$ από N ζεύγη μετρήσεων (x, y) . Προϋποθέτει ότι έχουμε συγκεντρώσει όλες τις μετρήσεις, και τα αποτελέσματα υπολογίζονται από τους παρακάτω τύπους:

$$A = \frac{N \cdot \sum x \cdot y - \sum x \cdot \sum y}{N \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad B = \frac{\sum y - B \cdot \sum x}{N}$$

Για τη χρήση της μεθόδου συχνά απαιτείται μετατροπή των δεδομένων ώστε να πάρουν μια πιο γραμμική μορφή. Έτσι γίνεται και στη τυποποιημένη μέθοδο της ASME όπου τα δεδομένα τροποποιούνται και λογαριθμίζονται πριν εφαρμοστεί η LR.

5.4.1.2 Γραμμικά Ελάχιστα Τετράγωνα (Linear Least Squares)

Η μέθοδος των Γραμμικών Ελαχίστων Τετραγώνων (LLR) χρησιμοποιείται επίσης για τον υπολογισμό των συντελεστών της γραμμικής εξίσωσης $y = Ax + B$. Είναι μια παραλλαγή της Γραμμικής Παλινδρόμησης (LR) και δίνει ίδια αποτελέσματα. Η LLR λειτουργεί αναδρομικά και υπάρχουν διάφορες παραλλαγές της όπως π.χ. για δεδομένα με διαφορετικά βάρη (Weighted LS).

5.4.1.3 Γενικευμένα Ελάχιστα Τετράγωνα (Generalised Least Squares)

Η μέθοδος των Γενικευμένων Ελαχίστων Τετραγώνων (GLS) ξεφεύγει από το περιορισμό του γραμμικού μοντέλου και απαιτεί μόνο γραμμικότητα ως προς τις παραμέτρους. Έτσι το μοντέλο μπορεί να είναι οποιοσδήποτε γραμμικός συνδυασμός, m γραμμικών ή μη-γραμμικών, συναρτήσεων X της κατάστασης x .

$$y(x) = \sum_{k=1}^m A_k X_k(x)$$

Όπως και στη προηγούμενη μέθοδο (LLS), η λύση βασίζεται στην ελαχιστοποίηση της

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left[\frac{y_i - \sum_{k=1}^m A_k X_k(x_i)}{\sigma_i} \right]^2, \text{ όπου } N \text{ είναι το πλήθος των}$$

δεδομένων, και, σ_i είναι η "βαρύτητα" (weight) των δεδομένων i .

5.4.1.4 Μη-Γραμμικά Ελάχιστα Τετράγωνα (Non-Linear Least Squares)

Η μέθοδος των Μη-Γραμμικών Ελαχίστων Τετραγώνων (NLS) μπορεί να εκτιμήσει τις μη-γραμμικές παραμέτρους οποιασδήποτε συνάρτησης $y = f(x)$. Η μέθοδος αυτή αναπτύχθηκε για τη ταυτοποίηση μη-γραμμικών συστημάτων.

Το μοντέλο του συστήματος πρέπει να είναι γνωστό, εκτός από τις τιμές ορισμένων παραμέτρων, και μπορεί να περιγραφεί από τις εξισώσεις:

$$dx/dt = f(x, u, \Theta, t), \quad \text{και}, \quad y_m = g(x, u, \Theta, t)$$

όπου, Θ είναι το διάνυσμα των αγνώστων παραμέτρων και u η είσοδος. Το κριτήριο για την εκτίμηση των παραμέτρων παρέχεται από τη συνάρτηση:

$$V(y, y_m) = V(\Theta) = \int_0^T [y(k) - y_m(k, \Theta)]^2 dk$$

όπου, y είναι πραγματική έξοδος, y_m η έξοδος του μοντέλου τη χρονική στιγμή k , και T είναι η περίοδος παρατήρησης του φαινομένου.

Για το σκοπό αυτό η NLS χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο ελαχιστοποίησης που προτάθηκε το 1963 από τον Marquardt []. Ο αλγόριθμος συνδυάζει μεθόδους που βασίζονται στη παραγωγή της συνάρτησης $f(x)$ και στην ανάπτυξή της σε σειρές Taylor. Ο βέλτιστος αυτός συνδυασμός καταφέρνει να εξαφανίσει τα κλασικά μειονεκτήματα των δυο μεθόδων, δηλ. τις συχνές αποκλίσεις των σειρών Taylor, και την πολύ αργή σύγκλιση της παραγωγής.

Οι απαραίτητες ρουτίνες υλοποίησης της NLS μπορούν να βρεθούν σε κάθε επιστημονική βιβλιοθήκη προγραμμάτων όπως είναι οι IMSL, NAG, SAS, Numerical Recipes, MatLab, κλπ.

5.4.2 Βέλτιστοι Γραμμικοί Αλγόριθμοι Εκτίμησης

Με βάση τις παραπάνω προϋποθέσεις υπάρχει βέλτιστος εκτιμητής και δύο υλοποιήσεις του παρουσιάζονται παρακάτω. Οι δύο αυτοί αλγόριθμοι είναι θεωρητικά ισοδύναμοι και θα έπρεπε να δίνουν τα ίδια αποτελέσματα. Στη πράξη όμως τα αποτελέσματα τους διαφέρουν, λόγω της διαφορετικής τους δομής και της διαφορετικής εκμετάλλευσης των δυνατοτήτων του ψηφιακού υπολογιστή στον οποίο και υλοποιούνται.

Οι εξισώσεις των φίλτρων δίνονται για τα χρονικά σταθερά μοντέλα χάριν απλότητας. Οι εξισώσεις είναι οι ίδιες και για την περίπτωση των χρονικά μεταβαλλόμενων μοντέλων, εφόσον οι σταθερές ποσότητες αντικατασταθούν από τις αντίστοιχες χρονικά μεταβαλλόμενες. Οι εξισώσεις του γραμμικού μοντέλου με χρονικά σταθερούς συντελεστές είναι:

$$x(k+1) = F \cdot x(k) + G \cdot w(k) \quad (5.11)$$

$$z(k) = H \cdot x(k) + v(k) \quad (5.12)$$

5.4.2.1 Αλγόριθμος Kalman

Ο βέλτιστος εκτιμητής Kalman δίνεται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$P(k/k-1) = F \cdot P(k-1/k-1) \cdot F^T + G \cdot Q \cdot G^T \quad (5.13)$$

$$K(k) = P(k/k-1) \cdot H^T \cdot [H \cdot P(k/k-1) \cdot H^T + R]^{-1} \quad (5.14)$$

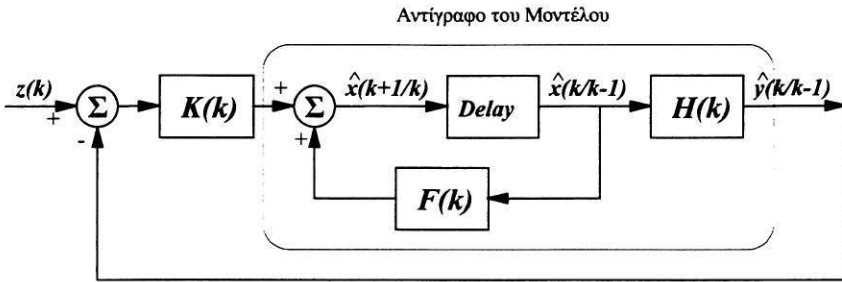
$$P(k/k) = [I - K(k) \cdot H] \cdot P(k/k-1) \quad (5.15)$$

$$\hat{x}(k/k-1) = F \cdot \hat{x}(k-1/k-1) \quad (5.16)$$

$$z(k/k-1) = z(k) - H \cdot \hat{x}(k/k-1) \quad (5.17)$$

$$\hat{x}(k/k) = \hat{x}(k/k-1) + K(k) \cdot z(k/k-1) \quad (5.18)$$

Η δομή του φίλτρου Kalman είναι στην πραγματικότητα ένα αντίγραφο του υπό μελέτη συστήματος, το οποίο οδηγείται από το σφάλμα εκτίμησης.



ΣΧΗΜΑ 5.2 : Σχηματικό διάγραμμα του φίλτρου Kalman.

Το φίλτρο Kalman είναι ένα γραμμικό, διακριτό, πεπερασμένων διαστάσεων σύστημα. Οι εξισώσεις του καθορίζουν την εξέλιξη της κανονικής, υπό συνθήκη, πυκνότητα πιθανότητας της κατάστασης $x(k)$. Το κέρδος $K(k)$ και η διασπορά λάθους πρόβλεψης $P(k/k-1)$ είναι ανεξάρτητες των μετρήσεων. Οι ποσότητες αυτές καθορίζονται από τις τρεις πρώτες εξισώσεις του φίλτρου και μπορούν να υπολογισθούν εκ των προτέρων.

5.4.2.2 Αλγόριθμος Διαμελισμού Λαϊνιώτη (AAL)

Ο βέλτιστος εκτιμητής Λαϊνιώτη (FPA) για το ίδιο μοντέλο δίνεται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$A = [H \cdot G \cdot Q \cdot G^T \cdot H^T + R]^{-1} \quad (5.19)$$

$$Kn = G \cdot Q \cdot G^T \cdot H^T \cdot A \quad (5.20)$$

$$Pn = [I - K \cdot H] \cdot G \cdot Q \cdot G^T \quad (5.21)$$

$$Fn = [I - K \cdot H] \cdot F \quad (5.22)$$

$$On = F^T \cdot H^T \cdot A \cdot H \cdot F \quad (5.23)$$

$$Mn(k) = F^T \cdot H^T \cdot A \cdot z(k) \quad (5.24)$$

$$Xn(k) = Kn \cdot z(k) \quad (5.25)$$

$$S(k/k) = [P(k-1/k-1) \cdot On + \Gamma]^{-1} \cdot P(k-1/k-1) \quad (5.26)$$

$$P(k/k) = Pn + Fn \cdot S(k/k) \cdot Fn^T \quad (5.27)$$

$$\hat{x}(k/k) = Xn(k) + Fn \cdot P(k/k) \cdot [Mn(k) + P^{-1}(k-1/k-1) \cdot \hat{x}(k-1/k-1)] \quad (5.28)$$

Στην περίπτωση του χρονικά σταθερού μοντέλου οι πρώτες έξι εξισώσεις υπολογίζονται μόνο μία φορά στην αρχή. Οι βασικές ιδιότητες είναι οι ίδιες με αυτές του φίλτρου Kalman.

5.4.3 Ελεγκταμένοι Αλγόριθμοι Kalman (EAK)

Οι επεκταμένοι αλγόριθμοι Kalman προέρχονται από την προσαρμογή του γραμμικού αλγορίθμου σε μη γραμμικό περιβάλλον. Το μοντέλο ενός μη-γραμμικού συστήματος περιγράφεται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$x(k+1) = f[k, x(k)] + g[k, x(k)] \cdot w(k) \quad (5.29)$$

$$z(k) = h[k, x(k)] + v(k) \quad (5.30)$$

όπου οι συναρτήσεις $f(\cdot)$, $g(\cdot)$ και $h(\cdot)$, είναι μη-γραμμικές συναρτήσεις της μεταβλητής κατάστασης $x(k)$, και οι υπόλοιπες ποσότητες έχουν όπως και στο γραμμικό μοντέλο.

Ορίζουμε επίσης για τις μερικές παραγώγους των μη γραμμικών συναρτήσεων $f(\cdot)$, $h(\cdot)$ και για την συνάρτηση $g(\cdot)$, τους εξής συμβολισμούς:

$$F(k) = \left. \frac{\partial f(k, x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}(k/k)}, \quad (5.31)$$

$$H(k) = \left. \frac{\partial h(k, x)}{\partial x} \right|_{x=\hat{x}(k/k-1)}, \quad (5.32)$$

και,

$$G(k) = g[k, \hat{x}(k/k)]. \quad (5.33)$$

5.4.3.1 Ο EAK Πρώτης Τάξης

Οι μη-γραμμικές συναρτήσεις $f(\cdot)$, $g(\cdot)$ και $h(\cdot)$, εφόσον είναι ικανοποιητικά ομαλές μπορούν να αναπτυχθούν σε σειρές Taylor γύρω από την εκτίμηση $\hat{x}(k/k)$ και την πρόβλεψη $\hat{x}(k/k-1)$ ως εξής:

$$f[k, x(k)] = f[k, \hat{x}(k/k)] + F(k) \cdot [x(k) - \hat{x}(k/k)] + \dots$$

$$g[k, x(k)] = g[k, \hat{x}(k/k)] + \dots = G(k) + \dots$$

$$h[k, x(k)] = h[k, \hat{x}(k/k-1)] + H(k) \cdot [x(k) - \hat{x}(k/k-1)] + \dots$$

Αγνοώντας τους όρους υψηλότερης τάξης και θεωρώντας γνωστά τα $x(k)$ και $x(k/k-1)$, μπορούμε να προσεγγίσουμε το μη γραμμικό μοντέλο με το παρακάτω:

$$x(k+1) = F(k) \cdot x(k) + G(k) \cdot w(k) + a(k)$$

$$z(k) = H(k) \cdot x(k) + v(k) + b(k)$$

όπου,

$$a(k) = f[k, \hat{x}(k/k)] - F(k) \hat{x}(k/k)$$

$$b(k) = h[k, \hat{x}(k/k-1)] - H(k) \hat{x}(k/k-1)$$

Ο επεκταμένος αλγόριθμος Kalman για το προσεγγιστικό αυτό μοντέλο είναι μία απλή παραλλαγή του βασικού αλγορίθμου και δίνεται από τις εξισώσεις:

$$P(k/k-1) = F(k) \cdot P(k-1/k-1) \cdot F^T(k) + G(k) \cdot Q(k) \cdot G^T(k)$$

$$K(k) = P(k/k-1) \cdot H^T(k) \cdot [H(k) \cdot P(k/k-1) \cdot H^T(k) + R(k)]^{-1}$$

$$P(k/k) = [I - K(k) \cdot H(k)] \cdot P(k/k-1)$$

$$\hat{x}(k/k-1) = f[k-1, \hat{x}(k-1/k-1)]$$

$$z(k/k-1) = z(k) - h[k, \hat{x}(k/k-1)]$$

$$\hat{x}(k/k) = \hat{x}(k/k-1) + K(k) \cdot z(k/k-1)$$

Το φίλτρο δεν είναι πλέον γραμμικό ούτε βέλτιστο όσον αφορά το αρχικό μοντέλο, και οι ποσότητες $x(k/k-1)$ και $P(k/k-1)$ είναι χαλαρές και δηλώνουν προσεγγίσεις των υπό συνθήκη μέσων και των διασπορών αντίστοιχα.

5.4.3.2 EAK Ανώτερης Τάξης και Παραλλαγές του EAK

Χρησιμοποιώντας περισσότερους όρους από τα αναπτύγματα σε σειρές Taylor, μπορούμε να κατασκευάσουμε και άλλες μορφές του αλγορίθμου ανώτερης τάξης. Ο EAK δεύτερης τάξης π.χ. προκύπτει με την χρήση ενός ακόμη όρου της σειράς.

Υπάρχουν διάφορες παραλλαγές του EAK ανάλογα με την μέθοδο και τις υποθέσεις που χρησιμοποιήθηκαν. Κάθε ένας από αυτούς τους αλγορίθμους έχει φυσικά καλύτερα αποτελέσματα από τον βασικό αλγόριθμο σε μία συγκεκριμένη εφαρμογή για την οποία και σχεδιάστηκε, δεν μπορούν όμως να διατυπωθούν γενικοί κανόνες και πρέπει κάθε περίπτωση να ερευνάται διεξοδικά και με τη χρήση προσομοιώσεων Monte-Carlo.

5.4.4 Αυτοπροσαρμοζόμενοι Αλγόριθμοι Λαϊνιώτη (ΑΑΛ)

Η αβεβαιότητα ενός μοντέλου είτε είναι παραμετρική είτε δομική αναπαρίσταται με ένα διάνυσμα παραμέτρων Θ το οποίο περιέχει όλες τις άγνωστες ποσότητες που χρειάζονται για τον πλήρη καθορισμό του μοντέλου. Στη γενική του μορφή το παραμετρικό μοντέλο διατυπώνεται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

$$x(k+1) = f[k, x(k); \Theta] + g[k, x(k)] \cdot w(k)$$

$$z(k) = h[k, x(k); \Theta] + v(k)$$

όπου, όλες οι ποσότητες είναι όπως έχουν και για τα προηγούμενα μοντέλα, και το διάνυσμα Θ , που περιέχει τις άγνωστες παραμέτρους του συστήματος, είναι τυχαία μεταβλητή με γνωστή a-priori πυκνότητα πιθανότητας $p(\Theta/0)$.

Δεδομένων των μετρήσεων $Z_k = \{z(1), z(2), \dots, z(k)\}$, η βέλτιστη εκτίμηση $\hat{x}(k/k)$ δίνεται από τη σχέση:

$$\hat{x}(k/k) = \int \hat{x}(k/k; \Theta) p(\Theta/k) d\Theta \quad (5.34)$$

και η διασπορά λάθους $P(k/k)$ από τη σχέση:

$$P(k/k) = \int [P(k/k; \Theta) + \|\hat{x}(k/k) - \hat{x}(k/k; \Theta)\|^2] \cdot p(\Theta/k) d\Theta \quad (5.35)$$

όπου οι ποσότητες $\hat{x}(k/k; \Theta)$ και $P(k/k; \Theta)$ μπορούν να βρεθούν με τη χρήση ενός Kalman φίλτρου, σχεδιασμένου για το μοντέλο με παράμετρο Θ .

Η a-posteriori πυκνότητα πιθανότητας $p(\Theta/k, 0)$ του Θ , δεδομένων των μετρήσεων Z_k δίνεται από τη σχέση:

$$p(\Theta/k) = \frac{L(k/k; \Theta)}{\int L(k/k; \Theta) \cdot p(\Theta/k-1) d\Theta} \cdot p(\Theta/k-1) \quad (5.36)$$

όπου

$$L(k/k; \Theta) = |P_z(k/k-1; \Theta)|^{-\frac{1}{2}} e^{\left\{ -\frac{1}{2} \|z(k/k-1; \Theta)\|_{P_z^{-1}(k/k-1; \Theta)}^2 \right\}} \quad (5.37)$$

$$P_z(k/k-1; \Theta) = H(k, \Theta) \cdot P(k/k-1; \Theta) \cdot H'(k, \Theta) + R(k) \quad (5.38)$$

$$z(k/k-1; \Theta) = z(k) - H(k, \Theta) \cdot F(k, k-1; \Theta) \cdot \hat{x}(k-1/k-1; \Theta) \quad (5.39)$$

Είναι φανερό ότι στην περίπτωση που η πυκνότητα πιθανότητας του Θ είναι συνεχής, η ακριβής υλοποίηση του βέλτιστου εκτιμητή απαιτεί την χρήση απείρων γραμμικών φίλτρων (π.χ. Kalman). Για να αντιμετωπισθεί το πρόβλημα αυτό γίνεται μία διακριτοποίηση του συνόλου των τιμών του Θ .

Στην περίπτωση διακριτών ή διακριτοποιημένων παραμέτρων, τα ολοκληρώματα των παραπάνω εξισώσεων αντικαθίστανται με αθροίσματα, και οι εξισώσεις γίνονται:

$$\hat{x}(k/k) = \sum_{i=1}^M \hat{x}_i(k/k) \cdot p(\Theta_i/k) \quad (5.40)$$

$$P(k/k) = \sum_{i=1}^M \left[P_i(k/k) + \|\hat{x}(k/k) - \hat{x}_i(k/k)\|^2 \right] p(\Theta_i/k) \quad (5.41)$$

$$p(\Theta_i/k) = \frac{L_i(k/k)}{\sum_{j=1}^M L_j(k/k)} \cdot p(\Theta_i/k-1) \quad (5.42)$$

$$L_i(k/k) = \left[P_{z_i}(k/k-1) \right]^{\frac{1}{2}} e^{\left\{ -\frac{1}{2} [z_i(k/k-1)]^2 \cdot P_{z_i}^{-1}(k/k-1) \right\}} \quad (5.43)$$

όπου, ο δείκτης i υποδηλώνει ποσότητα που αντιστοιχεί στην τιμή Θ_i του διανύσματος Θ .

Όπως φαίνεται από τις παραπάνω εξισώσεις, υπάρχουν M ανεξάρτητα "συμβατικά" φίλτρα, το καθένα σχεδιασμένο για μία από τις M δυνατές τιμές του Θ , που αντιστοιχούν σε M υποψήφια μοντέλα. Τα M αυτά φίλτρα δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και έτσι επιτρέπεται η παράλληλη υλοποίησή τους με σημαντικά οφέλη στον απαιτούμενο χρόνο υπολογισμού. Οι εξισώσεις του φίλτρου συνδυάζουν όλες τις επί μέρους εκτιμήσεις με τα αντίστοιχα βάρη, και δίνουν την τελική εκτίμηση του φίλτρου. Το φίλτρο συγκλίνει (δίνει μεγαλύτερο βάρος) στο μοντέλο που βρίσκεται πλησιέστερα στην πραγματική κατάσταση του συστήματος. Στην περίπτωση δε, που το μοντέλο ταυτίζεται με το πραγματικό, η εκτίμηση του φίλτρου είναι η βέλτιστη.

Ο αλγόριθμος ΑΑΛ μπορεί να διαιρεθεί σε δύο μέρη. Το ένα περιέχει όλα τα επί μέρους φίλτρα που αντιστοιχούν στις διάφορες τιμές του Θ . Το υπόλοιπο τμήμα πραγματοποιεί τον υπολογισμό των βαρών και της τελικής εκτίμησης. Το δεύτερο τμήμα του φίλτρου είναι σαφώς μη γραμμικό, ενώ το πρώτο εξαρτάται από το είδος των επί μέρους φίλτρων που θα χρησιμοποιηθούν. Το είδος τους καθορίζεται από τη φύση του προβλήματος, τις υποθέσεις και παραδοχές που έχουν γίνει και από την επιθυμητή ποιότητα και πολυπλοκότητα του φίλτρου.

5.5 Εκτίμηση της Κατάστασης και Ταυτοποίηση Μη-Γραμμικών Συστημάτων

5.5.1 Είδη Μη-Γραμμικότητας

Όπως είδαμε το μοντέλο ενός μη-γραμμικού συστήματος περιγράφεται από τις παρακάτω εξισώσεις:

$$x(k+1) = f[k, x(k)] + g[k, x(k)] \cdot w(k)$$

$$z(k) = h[k, x(k)] + v(k)$$

όπου οι συναρτήσεις $f(\cdot)$, $g(\cdot)$ & $h(\cdot)$ είναι μη-γραμμικές συναρτήσεις της μεταβλητής κατάστασης $x(k)$.

Ανάλογα με τη φύση των συναρτήσεων και της μη γραμμικής εξάρτησης από την μεταβλητή $x(k)$, διακρίνουμε δύο κατηγορίες μη γραμμικών μοντέλων. Τα μοντέλα που είναι συνεχώς μη γραμμικά και για όλο το φάσμα των τιμών της μεταβλητής κατάστασης $x(k)$, και, τα μοντέλα που είναι κατά τμήματα γραμμικά ή σχεδόν γραμμικά και η μη γραμμικότητα τους οφείλεται στην μετάβαση από τη μία γραμμική κατάσταση στην άλλη.

5.5.2 Συνεχής Γραμμικοποίηση. Εκτίμηση με Μη-Γραμμικούς Αλγόριθμους

Όταν το μοντέλο είναι μη-γραμμικό για όλο το φάσμα των τιμών της μεταβλητής κατάστασης $x(k)$, πρέπει να γίνει συνεχής γραμμικοποίηση του μοντέλου, δηλαδή γραμμικοποίηση σε κάθε τιμή της μεταβλητής $x(k)$. Στο στιγμιαία γραμμικό αυτό μοντέλο μπορεί να εφαρμοστεί ο γραμμικός αλγόριθμος Kalman και έχουμε τις ζητούμενες εκτιμήσεις.

Αυτό κάνει, όπως είδαμε παραπάνω, ο επεκταμένος αλγόριθμος Kalman. Για την ακρίβεια η γραμμικοποίηση γίνεται με βάση την εκτιμηθείσα τιμή της μεταβλητής $x(k/k)$ μια και η πραγματική τιμή είναι άγνωστη. Οι εκτιμήσεις, ακόμα και αν είναι βέλτιστες για το γραμμικοποιημένο μοντέλο, είναι υπο-βέλτιστες για το πρωτότυπο μοντέλο.

5.5.3 Γραμμικοποίηση Κατά Μέρη. Εκτίμηση με Αυτοπροσαρμοζόμενους Αλγορίθμους

Συχνά η μη-γραμμικότητα εμφανίζεται για ορισμένα διαστήματα τιμών της μεταβλητής x , ενώ για τα υπόλοιπα η συμπεριφορά του μοντέλου είναι γραμμική. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι το μοντέλο μπορεί να γραμμικοποιηθεί κατά μέρη. Στην ουσία δημιουργούνται τόσα γραμμικά μοντέλα όσες και οι διαφορετικές γραμμικές καταστάσεις του μοντέλου. Έτσι το σύστημα περιγράφεται από το ένα σύνολο γραμμικών μοντέλων από τα οποία μόνο ένα είναι το σωστό για την εκάστοτε περίπτωση.

Το πρόβλημα είναι το ίδιο με αυτό των παραμετρικών μοντέλων και περιγράφεται από τις εξισώσεις:

$$x(k+1) = F(k, \Theta) \cdot x(k) + G(k, \Theta) \cdot w(k)$$

$$z(k) = H(k, \Theta) \cdot x(k) + v(k)$$

όπου, για κάθε τιμή του διανύσματος Θ , οι συναρτήσεις $F(\cdot)$, $G(\cdot)$ & $H(\cdot)$ αντιστοιχούν σε κάποιο από τα γραμμικά μοντέλα του συστήματος. Η λύση στο πρόβλημα της βέλτιστης εκτίμησης του παραπάνω συστήματος, δίνεται με την χρήση των αυτοπροσαρμοζόμενων αλγορίθμων Λαϊνιώτη.

5.5.4 Παραμετρική Αβεβαιότητα

Οι παράμετροι ενός γραμμικού συστήματος είναι συνήθως σταθερές ή αργά μεταβαλλόμενες ποσότητες που προσδιορίζουν την κατάσταση λειτουργίας του συστήματος. Η παραμετρική αβεβαιότητα ενός συστήματος οφείλεται σε δύο λόγους: στην πλήρη άγνοια της τιμής τους, εφόσον είναι σταθερές, ή, στην άγνοια της νέας τους τιμής, εφόσον μεταβάλλονται.

Το παραμετρικό μοντέλο ενός συστήματος περιγράφεται από τις εξισώσεις:

$$x(k+1) = f[k, x(k); \Theta] + g[k, x(k); \Theta] \cdot w(k)$$

$$z(k) = h[k, x(k); \Theta] + v(k)$$

όπου Θ είναι το διάνυσμα που περιέχει όλες τις άγνωστες παραμέτρους, και που με τον καθορισμό της τιμής του, καθορίζεται πλήρως και επακριβώς και το μοντέλο.

Τις παραμέτρους τις διακρίνουμε σε αυτές που μεταβάλλονται συνεχώς και σε αυτές που παίρνουν τιμές από ένα συγκεκριμένο σύνολο τιμών, διακριτό και πεπερασμένο.

5.5.5 Συνεχείς Παράμετροι. Ταυτοποίηση με Μη-Γραμμικούς Αλγορίθμους

Στην περίπτωση που οι παράμετροι μεταβάλλονται συνεχώς, ο κύριος λόγος διαχωρισμού τους από τις μεταβλητές ενός συστήματος είναι η ταχύτητα μεταβολής τους. Οι παράμετροι δηλαδή, μεταβάλλονται πολύ αργά ή καθόλου συγκριτικά με τις μεταβλητές κατάστασης.

Όταν όμως υπάρχει αβεβαιότητα των τιμών των παραμέτρων και της μεταβολής τους, η λύση είναι να μην διαχωρίζονται από την κατάσταση αλλά, να ενταχθούν μέσα στο διάνυσμα κατάστασης και να εκτιμηθούν μαζί με αυτό. Το νέο διάνυσμα που προκύπτει ονομάζεται αυξημένο διάνυσμα κατάστασης $x_{\theta}(k)$:

$$x_{\theta}(k) = [x(k) | \theta]^T$$

Το μοντέλο του συστήματος γίνεται:

$$x(k+1) = f[k, x_{\theta}(k)] + g[k, x_{\theta}(k)] \cdot w(k)$$

$$z(k) = h[k, x_{\theta}(k)] + v(k)$$

Είναι φανερό ότι το πρόβλημα ανάγεται σε αυτό του μη γραμμικού συστήματος του τμήματος 5.5.2

5.5.6 Διακριτές Παράμετροι. Ταυτοποίηση Παραμέτρων με Αυτοπροσαρμοζόμενους Αλγορίθμους

Στην περίπτωση που οι παράμετροι είναι διακριτές και παίρνουν τιμές από ένα πεπερασμένο σύνολο τιμών, τότε μπορεί να δημιουργηθεί ένα σύνολο μοντέλων που καλύπτει όλες τις πιθανές καταστάσεις του συστήματος, και που αντιστοιχεί στο σύνολο των τιμών του διανύσματος θ . Το πρόβλημα ανάγεται στον προσδιορισμό του εκάστοτε σωστού μοντέλου, όπως και στο τμήμα 5.5.3.

5.5.7 Ταυτοποίηση της Δομής ενός Συστήματος με Αυτοπροσαρμοζόμενους Αλγορίθμους

Η ύπαρξη πολλών υποψηφίων μοντέλων, ακόμα και αν διαφέρουν ολοκληρωτικά μεταξύ τους, είναι μία ακραία περίπτωση παραμετρικού μοντέλου. Το διάνυσμα θ δεν περιέχει μόνο μερικές παράμετρους, αλλά αντιπροσωπεύει ολόκληρα μοντέλα, και φυσικά η αντιμετώπιση του είναι ίδια με αυτήν του 5.5.3.

5.6 Ανακεφαλαίωση

Στο κεφάλαιο αυτό περιγράφεται το πρόβλημα της μοντελοποίησης ενός συστήματος, καθώς και της εκτίμησης της κατάστασής του, και παρουσιάζονται οι αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται για τη λύση του. Επίσης παρουσιάζεται το πρόβλημα των φυσικών, μη ιδεατών, μη γραμμικών ή και αγνώστων συστημάτων, και ο τρόπος αντιμετώπισής του, που αποτελεί και αντικείμενο έρευνας της παρούσας διατριβής.

Καθώς τα μοντέλα και οι αλγόριθμοι εκτίμησης των μη γραμμικών συστημάτων αποτελούν συνήθως γενικεύσεις και επεκτάσεις των αντιστοίχων γραμμικών, η σύντομη περιγραφή τους κρίθηκε απαραίτητη. Επίσης εξηγούνται οι έννοιες της εκτίμησης και των αναδρομικών αλγορίθμων (φίλτρων), και ο τρόπος μαθηματικής διατύπωσης τους, και περιγράφονται τα προβλήματα που συναντώνται στα περισσότερα πραγματικά συστήματα, και στα οποία οι απλοί αλγόριθμοι δεν μπορούν να δώσουν ικανοποιητικές λύσεις. Δίνονται τέλος, οι ευρέως χρησιμοποιούμενες λύσεις των ελαχίστων τετραγώνων, οι βέλτιστες λύσεις για τα γραμμικά συστήματα, που περιλαμβάνουν δύο διαφορετικές υλοποιήσεις του βέλτιστου εκτιμητή από τους Kalman και Λαϊνιώτη, καθώς και, οι μη-γραμμικές και αυτοπροσαρμοζόμενες λύσεις για τα μη-γραμμικά και άγνωστα συστήματα. Τονίζεται τέλος ο τρόπος εφαρμογής των αλγορίθμων στα προβλήματα μη-γραμμικότητας, παραμετρικής αβεβαιότητας και γενικότερης αγνοίας του μοντέλου του συστήματος.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 : ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΡΩΓΜΩΝ, ΓΙΑ ΒΕΛΤΙΩΜΕΝΗ ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΤΗΣ ΔΙΑΡΚΕΙΑΣ-ΖΩΗΣ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

6.1 Εισαγωγή

Το μοντέλο ενός συστήματος είναι κάποια περιγραφή του συστήματος που μας επιτρέπει να προβλέψουμε την συμπεριφορά του όταν αυτό υπόκειται σε συγκεκριμένες εισόδους. Το υπό μελέτη σύστημα είναι ντετερμινιστικό όταν οι εισοδοί του και οι αρχικές συνθήκες μπορούν να καθορίσουν επακριβώς την έξοδό του, διαφορετικά, το σύστημα είναι στοχαστικό. Στην περίπτωση της διάδοσης ρωγμών είναι προφανές ότι αντιμετωπίζουμε ένα στοχαστικό σύστημα.

Η ανομοιογένεια της διάδοσης των ρωγμών και κατ' επέκταση και η στοχαστική φύση των μοντέλων εντοπίζεται σε τρία κυρίως στοιχεία του φαινομένου :

- Στο διαφορετικό αρχικό μέγεθος της κάθε ρωγμής.
- Στη διαφορετική μέση συμπεριφορά κάθε δοκιμίου από τα άλλα.
- Στην ακανόνιστη συμπεριφορά της διάδοσης κατά τη διάρκεια του κάθε πειράματος.

Τα μοντέλα μπορεί να είναι δύο ειδών, εσωτερικά και εξωτερικά. Τα εσωτερικά μοντέλα περιγράφουν την εσωτερική δομή του συστήματος, ακόμη και μέρη που δεν μπορούμε να παρατηρήσουμε απ' ευθείας ενώ τα εξωτερικά μοντέλα περιγράφουν μόνο την σχέση εισόδου / εξόδου του συστήματος.

Για την δημιουργία εσωτερικών μοντέλων θα βασιστούμε σε υπάρχουσες ημι-εμπειρικές εξισώσεις, όπως αυτές που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο, που θα προσαρμοστούν στην μορφή εξισώσεων χώρου κατάστασης (State-Space). Η σχεδίαση εξωτερικών μοντέλων, που να περιγράφουν το φαινόμενο χωρίς την γνώση των εσωτερικών του λειτουργιών, θα γίνει με την βοήθεια μοντέλων ARMA.

6.2 Προτεινόμενα Εξωτερικά Μοντέλα ARMA

Η προσέγγιση του προβλήματος με AR μοντέλα [1] βασίζεται στην διαπίστωση ότι τα δεδομένα διάδοσης ρωγμών (N, α) απαντώνται με την μορφή χρονοσειρών των οποίων η κάθε παρατήρηση εξαρτάται από τις προηγούμενες παρατηρήσεις [2, 3]. Η εξάρτηση αυτή δεν περιορίζεται υποχρεωτικά στο προηγούμενο βήμα (υπόθεση Markov), αλλά περιλαμβάνει περισσότερα βήματα από το παρελθόν της σειράς.

Γενικά, σε μια τέτοια μοντελοποίηση, η τρέχουσα τιμή N_α (= αριθμός κύκλων για διάσταση ρωγμής α) της διαδικασίας N μπορεί να περιγραφεί σαν μία γραμμική σύνθεση προηγούμενων τιμών της διαδικασίας και της παρούσας και προηγούμενων τιμών μιας τυχαίας εισόδου u [4] δηλ.:

$$N_\alpha = \varphi_1 N_{\alpha-1} + \varphi_2 N_{\alpha-2} + \dots + \varphi_p N_{\alpha-p} + u_\alpha - \theta_1 u_{\alpha-1} - \theta_2 u_{\alpha-2} - \dots - \theta_q u_{\alpha-q} \quad (6.1)$$

Στην εξίσωση αυτή και για την υπό εξέταση περίπτωση, τα $N_\alpha, N_{\alpha-1}, N_{\alpha-2}, \dots$ και $u_\alpha, u_{\alpha-1}, u_{\alpha-2}, \dots$ αναπαριστούν αντίστοιχα το πλήθος των κύκλων και την τιμή της τυχαίας εισόδου για κάθε δείκτη που αναλογεί σε ισαπέχοντα διαστήματα διάδοσης της ρωγμής $\alpha, \alpha-1, \alpha-2, \dots$. Η τυχαία είσοδος u είναι μια λευκή στοχαστική διαδικασία της οποίας η κατανομή είναι κανονική και έχει μέσο όρο μηδέν και διασπορά σ_u .

Μία φυσική περιγραφή και σύνδεση της εξίσωσης (6.1) με την παρατηρούμενη ανομοιογένεια στις ιδιότητες της διάδοσης των ρωγμών είναι η παρακάτω: οι AR όροι (N) μπορούν να συνδεθούν με την μέση συμπεριφορά της καμπύλης κάθε πειράματος και οι MA όροι (u) με τις μικρές αποκλίσεις της κάθε καμπύλης από την μέση συμπεριφορά της λόγω της ανομοιογένειας του υλικού. Με τον τρόπο αυτό το ακανόνιστο του υλικού αναπαρίσταται από την τυχαία ποσότητα u .

Δημιουργείται έτσι ένα φαινομενολογικό θεωρητικό μοντέλο προσδιορισμού της διάδοσης ρωγμών κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες φόρτισης και υλικού. Ένα πρώτο αποτέλεσμα με άμεση εφαρμογή είναι η δυνατότητα πρόβλεψης της μελλοντικής συμπεριφοράς της σειράς N_α από την τρέχουσα καθώς και από τις προηγούμενες τιμές της. Φυσικά το αποτέλεσμα αυτό θα εκφράζεται με πιθανοτικό τρόπο υπό την μορφή κάποιας κατανομής.

Χρησιμοποιώντας την σχετική ορολογία [4] θα λέγαμε ότι, αν οι τιμές του N είναι γνωστές έως την τρέχουσα διάσταση ρωγμής α και επιθυμούμε μία πρόβλεψη του N μετά l βήματα (δηλ. διάσταση ρωγμής $\alpha+l$), τότε μιλάμε για την "προβλεπόμενη τιμή $N_\alpha(l)$ " με "αρχή α " και "χρόνο πρόβλεψης l ".

Η εφαρμοζόμενη μεθοδολογία είναι ικανή να μας δώσει, πέρα από μία βέλτιστη εκτίμηση της πρόβλεψης, πλευρικά όρια πιθανότητας για π.χ. 50% ή 90% επιτυχία. Διαλέγοντας δε κατάλληλο διάστημα ($\alpha=1-\alpha_c$) τότε θα έχουμε σαν αποτέλεσμα της πρόβλεψης, την κατανομή του χρόνου-ζωής του υλικού.

6.2.1 Τυποποιημένη Διατύπωση των Μοντέλων ARMA

Έστω ότι το B παριστάνει τον τελεστή καθυστέρησης ο οποίος ορίζεται: $B^s N_\alpha = N_{\alpha-s}$. Τότε ορίζοντας τον AR τελεστή τάξης p σαν:

$$\varphi(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_p B^p \quad (6.2)$$

και τον MA τελεστή τάξης q σαν:

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q \quad (6.3)$$

η εξίσωση (6.1) ξαναγράφεται συνοπτικά σαν:

$$\varphi(B)N_\alpha = \theta(B)u_\alpha \quad (6.4)$$

Ένας συναφής του B τελεστής που χρησιμοποιείται συχνά είναι ο τελεστής διαφοράς ∇ που ορίζεται σαν: $\nabla N_\alpha = N_\alpha - N_{\alpha-1}$, και που ισοδυναμεί με τον $1 - B$.

Το μοντέλο ARMA που διατυπώθηκε παραπάνω περιορίζεται στην μοντελοποίηση φαινομένων που παρουσιάζουν στασιμότητα δηλ. σε γενικές γραμμές φαινόμενα που μεταβάλλονται (παίζουν) γύρω από ένα σταθερό μέσο. Παρατηρώντας τα πειραματικά δεδομένα είναι προφανές ότι η περίπτωση της διάδοσης των ρωγμών δεν περιλαμβάνεται ευθέως στην παραπάνω κατηγορία.

Όμως ένα μοντέλο δεν είναι απαραίτητο να περιγράφει το παρατηρούμενο φαινόμενο καθ' εαυτό, αλλά μπορεί να περιγράφει το μέγεθος της μεταβολής του (1η παράγωγος) ή της μεταβολής της παραγωγού (2η παράγωγος) κλπ., των οποίων η συμπεριφορά μπορεί να είναι στάσιμη.

6.2.2 Βασικό Μοντέλο ARIMA

Ερευνώντας την δυνατότητα η d -οστή διαφορά (παράγωγος, για συνεχή χρόνο) της υπό εξέταση χρονοσειράς να παρουσιάζει στάσιμα χαρακτηριστικά, επεκτείνουμε το παραπάνω μοντέλο ARMA ώστε να εφαρμοστεί στη νέα στάσιμη διαδικασία $\nabla^d N$ και η εξίσωση (6.4) αντίστοιχα γίνεται:

$$\varphi(B)\nabla^d N_\alpha = \theta(B)u_\alpha \quad (6.5)$$

Η εξίσωση (6.5) παριστάνει και τη γενική διατύπωση των μοντέλων που θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια. Το μοντέλο αυτό μπορεί να περιγράψει στάσιμες ($d=0$) ή μη στάσιμες ($d \neq 0$), καθαρά AR ($q=0$) ή καθαρά MA ($p=0$) διαδικασίες. Η ονομασία του μοντέλου αυτού είναι ARIMA (AR-Integrated-MA) τάξεως (p,d,q) και περιέχει $p+q+1$ άγνωστες παραμέτρους που θα πρέπει να εκτιμηθούν από τα διαθέσιμα δεδομένα πριν γίνει οποιαδήποτε πρόβλεψη.

Η γενική μέθοδος προσδιορισμού του μοντέλου περιλαμβάνει 3 φάσεις :

1. Προσδιορισμό της τάξης του μοντέλου, δηλ. προσδιορισμό των παραμέτρων p,d,q .
2. Ταυτοποίηση των παραμέτρων, δηλ. βέλτιστο προσδιορισμό των $\{\varphi\}$ και $\{\theta\}$.
3. Διαγνωστικές δοκιμές για τον έλεγχο της απόδοσης του μοντέλου.

Όπως δηλώνεται και στην [4], δεν υπάρχει μοναδικότητα στην επιλογή τέτοιων μοντέλων για κάποιο φυσικό πρόβλημα. Η διαδικασία επιλογής ενός μοντέλου μεταξύ άλλων δυναμικά ικανών υποψηφίων γίνεται με την βοήθεια πρόσθετων κριτηρίων. Τα κυριότερα είναι το Akaike's Information Criterion (AIC) & το Schwartz's Bayesian Criterion (SBC) [5]. Τα κριτήρια αυτά ορίζονται ως εξής: Αν $L = L(\varphi_1, \dots, \varphi_p, \theta_1, \dots, \theta_q, \sigma_w)$ παριστάνει την συνάρτηση πιθανοφάνειας κατά την ταυτοποίηση των παραμέτρων, τότε:

$$AIC = -2 \ln L + 2k \quad (6.6)$$

$$SBC = -2 \ln L + \ln(n) k \quad (6.7)$$

όπου, k είναι το πλήθος των ελευθέρων παραμέτρων ($= p + q$) και n είναι το πλήθος των (residuals) που μπορούν να υπολογιστούν για την χρονοσειρά. Η σωστή επιλογή των p και q εντοπίζεται με την ελαχιστοποίηση των κριτηρίων. Στην συνολική απόδοση του μοντέλου λαμβάνεται υπ' όψιν και η οικονομική μορφή του. Έτσι μοντέλα με πλεονάζουσες παραμέτρους μπορεί να οδηγούν σε αριθμητικές δυσκολίες, να κάνουν το μοντέλο ανελαστικό και τελικά μη πρακτικό.

Η ύπαρξη πολλών διαφορετικών πειραμάτων συνεπάγεται αντίστοιχα διαφορετικές εκτιμήσεις στις τιμές των παραμέτρων $\{\varphi\}$ και $\{\theta\}$. Κατασκευάζοντας τα αντίστοιχα ιστογράμματα / κατανομές, μπορεί κανείς να ισχυριστεί ότι το σύνολο των σχετικών δεδομένων αναπαρίσταται με ένα μοντέλο ARMA του οποίου οι συντελεστές είναι τυχαίες μεταβλητές.

6.2.3 Πολλαπλασιαστικό Μη Γραμμικό Μοντέλο ARIMA

Όπως είδαμε η εξάρτηση κάθε στιγμής της χρονοσειράς από τις προηγούμενες της περιγράφεται με το παραπάνω μοντέλο ARIMA. Όμως, τα αποτελέσματα των πειραματικών αποτελεσμάτων έδειξαν μία ακόμη συσχέτιση αυτή τη φορά μεταξύ των διαφόρων πειραμάτων που αφορούσε τη γενική μορφή της καμπύλης διάδοσης της ρωγμής για τις συγκεκριμένες συνθήκες.

Συγκεκριμένα παρατηρείται ότι:

1. υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των γειτονικών τιμών μιας καμπύλης (όπως και παρουσιάστηκε παραπάνω), και,
2. υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των τιμών διαφορετικών καμπυλών που αντιστοιχούν στην ίδιο μέγεθος ρωγμής a . Τα σημεία αυτά απέχουν μεταξύ τους μία ολόκληρη περίοδο μετρήσεων s ή και πολλαπλάσιά της μια και αφορούν προηγθέντα πειράματα.

Εξεκινώντας από το ARIMA της (6.5) προκύπτει [4] ότι μία περιοδικά επαναλαμβανόμενη (ή εποχιακή όπως συχνά καλείται) σειρά μπορεί να αναπαρασταθεί με το γενικό πολλαπλασιαστικό (ή εποχιακό - seasonal) μοντέλο :

$$\Phi_p(B)\Phi_p(B^s)\nabla^d\nabla_s^D N_A = \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)u_A \quad (6.8)$$

Στην εξίσωση αυτή οι παράμετροι p , d , q και οι τελεστές $\Phi_p(B)$ και $\theta_q(B)$ είναι οι ίδιοι με την εξίσωση (6.5), και ο $\nabla_s = 1 - B_s$. Τα $\Phi_p(B^s)$ και $\Theta_Q(B^s)$ είναι πολώνυμα του B^s βαθμού P και Q αντίστοιχα και αντιπροσωπεύουν τις συσχετίσεις μεταξύ πειραμάτων (που αναφέρονται στη περίπτωση 2). Η τάξη αυτού του πολλαπλασιαστικού μοντέλου είναι $(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$.

Η μέθοδος προσδιορισμού του μοντέλου χρησιμοποιεί τα ίδια κριτήρια (AIC & SBC) και ακολουθεί τα 3 βήματα ή φάσεις που αναφέραμε προηγουμένως, δηλ. τον προσδιορισμό της τάξης του μοντέλου, τη ταυτοποίηση των παραμέτρων, και τις διαγνωστικές δοκιμές για τον έλεγχο της απόδοσης του μοντέλου.

6.3 Προτεινόμενα Εσωτερικά (Ημι-εμπειρικά) Μοντέλα

6.3.1 Μορφοποίηση Επιλεγμένων Νόμων Διάδοσης Ρωγμών

Οι προτεινόμενοι από την βιβλιογραφία νόμοι διάδοσης ρωγμών συναντώνται σε διάφορες μορφές. Συνήθως δίνονται σαν μία διαφορική εξίσωση που περιγράφει τον ρυθμό μεταβολής της ρωγμής σαν συνάρτηση του ΔK , ή σαν μία μη-γραμμική εξίσωση που περιγράφει το πλήθος των κύκλων σαν συνάρτηση του μήκους της ρωγμής. Ανάλογα με τη μορφή κάθε νόμου χρησιμοποιούνται επίσης η λογαριθμισμένη, ή, η ολοκληρωμένη μορφή του για αντίστοιχους υπολογισμούς.

Παρακάτω θα παρουσιάσουμε έναν αριθμό επιλεγμένων νόμων σε όλες τις δυνατές μορφές οι οποίοι αφού συγκριθούν και συμπληρωθούν θα καταλήξουν εν συνεχεία σε ένα προτεινόμενο συνδυασμό μεθόδου-μοντέλου διάδοσης ρωγμών που να ικανοποιεί όσο γίνεται υψηλότερες απαιτήσεις. Οι μορφές των νόμων που συναντώνται και θα μελετηθούν παρακάτω είναι: η διαφορική εξίσωση ή/και η μη γραμμική εξίσωση με την οποία μας δίνεται, η λογαριθμισμένη μορφή της, η ολοκληρωμένη μορφή όπου είναι δυνατόν, και τέλος οι αναδρομική και η state-space μορφές.

Η λογαριθμισμένη μορφή απλοποιεί συνήθως τη μορφή των νόμων δίνοντάς του γραμμική διατύπωση και διευκολύνει τον προσδιορισμό των παραμέτρων τους εφόσον γίνει αντίστοιχος μετασχηματισμός και στα δεδομένα.

Η ολοκλήρωση των νόμων γίνεται μεταξύ των ορίων $N_i - N_f$ για το πλήθος κύκλων N και $\alpha_i - \alpha_f$ για το μήκος της ρωγμής α , όπου ο δείκτης i υποδεικνύει την αρχική τιμή και ο δείκτης f την τελική. Ανάλογα με το είδος της πρόβλεψης που απαιτείται, η ολοκληρωμένη εξίσωση μπορεί να λυθεί, ως προς N_f για τον υπολογισμό του χρόνου ζωής για ορισμένη βλάβη ή ως προς α_f για τον υπολογισμό της βλάβης σε ορισμένο χρόνο.

Για τον υπολογισμό της αναδρομικής μορφής της εξίσωσης θέτουμε στα όρια ολοκλήρωσης, σαν αρχή i την χρονική στιγμή k και σαν τέλος f την επόμενη χρονική στιγμή $k+1$, και λύνουμε ως προς τις τιμές N_{k+1} και α_{k+1} αντίστοιχα. Η διατύπωση σε state-space μορφή είναι απαραίτητη για την εφαρμογή προηγμένων μεθόδων εκτίμησης και πρόβλεψης.

Η ολοκλήρωση αλλά και γενικότερα η μορφή της εξίσωσης κάθε νόμου που χρησιμοποιεί το ΔK , εξαρτώνται από την μορφή της παραμέτρου Y , που περιέχεται σ' αυτό, και η οποία σχετίζεται με την γεωμετρία του δοκιμίου.

Από τις διάφορες πιθανές μορφές του δοκιμίου, και της Y αντίστοιχα, οι συνηθέστερες είναι: η άπειρη επιφάνεια (Infinite Plate - IP), το δοκίμιο κεντρικής ρωγμής (Centre Cracked - CC), και το δοκίμιο συμπαγούς διάτασης (Compact Tension - CT). Στη πρώτη περίπτωση η παράμετρος Y είναι σταθερά, ενώ στις υπόλοιπες είναι συνάρτηση του μήκους της ρωγμής.

Συγκεκριμένα η μορφές του Y κατατάσσονται σε δύο κατηγορίες:

1η Κατηγορία: Άπειρη Επιφάνεια (IP), σταθερό $Y = Y_c$

2η Κατηγορία: Πεπερασμένα Δοκίμια, μεταβαλλόμενο $Y = f(\alpha)$:

$$A) \text{ Δοκίμια CC : } Y = \sqrt{\pi/\cos(\pi a/w)} \quad (6.9)$$

$$B) \text{ Δοκίμια CT : } Y = c_0 + c_1 \frac{\alpha}{w} + c_2 \left(\frac{\alpha}{w}\right)^2 + c_3 \left(\frac{\alpha}{w}\right)^3 + c_4 \left(\frac{\alpha}{w}\right)^4 \quad (6.10)$$

όπου:

- ο λόγος (α/w) κυμαίνεται μεταξύ 0.3 και 0.7 (γενικά $\alpha \ll w$), και,
- ενδεικτικά, οι τιμές των συντελεστών (c_0, c_1, \dots, c_4), για ένα δοκίμιο πλάτους(w)=64.8mm, πάχους(B)=8.2mm, λόγου Ύψους/Πλάτους(H/w)=0.49 και με P_{max} =6.14kN και P_{min} =0.089kN, θα είναι αντίστοιχα (30.96, -195.8, 730.6, -1186.3 και 754.6). Για διαφορετικές διαστάσεις δοκιμίου οι τιμές διαφέρουν (π.χ., 29.6, -185.5, 655.7, -1017, 638.9), κοκ.

Στις επόμενες παραγράφους ακολουθούν οι υπολογισμοί όλων των μορφών των εξισώσεων, για τους επιλεγμένους αντιπροσωπευτικότερους νόμους διάδοσης των ρωγμών, και για τις πλέον συνήθεις μορφές της παραμέτρου Y .

6.3.1.1 Απλοί Νόμοι - Νόμος Shanley

Όπως ήδη αναφέραμε, μία από τις πρώτες και πιο απλές διατυπώσεις νόμου διάδοσης ρωγμών έχει προταθεί από τον Shanley []. Ο νόμος αυτός ανήκει στην πρώτη από τις τρεις κατηγορίες της παραγράφου 3.3 (εξίσωση 3.8).

Η διαφορική εξίσωση που τον περιγράφει είναι:

$$da/dN = C \cdot \alpha^n \quad (6.11)$$

Η λογαριθμική εξίσωση προκύπτει παίρνοντας λογαρίθμους και για τα δύο μέλη της εξίσωσης :

$$\text{Log}(da/dN) = \text{Log}(C) + n \cdot \text{Log}(\alpha) \quad (6.12)$$

Η ολοκλήρωση του νόμου είναι απλή και δίνει :

$$dN = da / (C \cdot \alpha^n) \Rightarrow \int_{N_i}^{N_f} dN = \int_{\alpha_i}^{\alpha_f} \frac{d\alpha}{C \alpha^n} \Rightarrow N_f - N_i = \begin{cases} \frac{\alpha_f^{1-n} - \alpha_i^{1-n}}{C(1-n)} & (n \neq 1) \\ \frac{\ln(\alpha_f) - \ln(\alpha_i)}{C} & (n = 1) \end{cases}$$

Η περίπτωση $n = 1$ είναι θεωρητική και ακραία, καθώς το n της εξίσωσης είναι πάντα μεγαλύτερο της μονάδας.

Λύνοντας εν συνεχεία ως προς N_f και α_f αντίστοιχα παίρνουμε την ολοκληρωμένη μορφή:

$$N_f = N_i + \frac{\alpha_f^{1-n} - \alpha_i^{1-n}}{C(1-n)} \quad \& \quad \alpha_f = \sqrt[1-n]{C(1-n)(N_f - N_i) + \alpha_i^{1-n}}$$

και στην περίπτωση της αρχικής ρωγμής α_0 (για $N_i=0$), η ολοκληρωμένη μορφή γίνεται:

$$N = \frac{\alpha^{1-n} - \alpha_0^{1-n}}{C(1-n)} \quad (6.13)$$

$$\alpha = \sqrt[1-n]{C(1-n)N + \alpha_0^{1-n}} \quad (6.14)$$

Η αναδρομική μορφή προκύπτει από τις σχέσεις (6.13, 6.14) ολοκληρώνοντας για ένα μόνο βήμα (από k έως $k+1$):

$$N_{k+1} = N_k + \frac{\alpha_{k+1}^{1-n} - \alpha_k^{1-n}}{C(1-n)} \quad \text{και} \quad \alpha_{k+1} = [C(1-n)(N_{k+1} - N_k) + \alpha_k^{1-n}]^{1/(1-n)}$$

Όταν το βήμα αύξησης της ανεξάρτητης ποσότητας σε κάθε χρονική στιγμή είναι σταθερό και ίσο με $\Delta\alpha$ ή ΔN αντίστοιχα, οι αναδρομικοί τύποι γίνονται :

$$N_{k+1} = N_k + \frac{(\alpha_k + \Delta\alpha)^{1-n} - \alpha_k^{1-n}}{C(1-n)} \quad (6.15)$$

$$\alpha_{k+1} = [C(1-n)\Delta N + \alpha_k^{1-n}]^{1/(1-n)} \quad (6.16)$$

6.3.1.2 Η Εξίσωση Paris

Η εξίσωση του Paris ανήκει στην τελευταία από τις τρεις κατηγορίες της παραγράφου 3.3 (εξισ. 3.10), είναι από τις πλέον χρησιμοποιούμενες και είναι αντιπροσωπευτική της κατηγορίας της.

Η διαφορική εξίσωση του νόμου του Paris διατυπώνεται ως εξής :

$$\begin{aligned} da/dN &= C \cdot (\Delta K)^n, \quad \text{ή, αντικαθιστώντας το } \Delta K = \Delta S Y \sqrt{\alpha} \\ da/dN &= C (\Delta S Y \sqrt{\alpha})^n \end{aligned} \quad (6.17)$$

Η λογαριθμική εξίσωση προκύπτει παίρνοντας λογαρίθμους και για τα δύο μέλη της εξίσωσης :

$$\text{Log}(da/dN) = \text{Log}(C) + n \cdot \text{Log}(\Delta K) \quad (6.18)$$

Στο νόμο Paris και σε όσους νόμους χρησιμοποιούν την ποσότητα ΔK , θα διακρίνουμε τις δύο κατηγορίες περιπτώσεων που προαναφέραμε για την παράμετρο Y , δηλαδή, να είναι σταθερά ή να είναι συνάρτηση του μήκους της ρωγμής.

Στην πρώτη κατηγορία (άπειρη επιφάνεια - IP) οι εξισώσεις που προκύπτουν ομοιάζουν με την εξίσωση Shanley.

Στην δεύτερη κατηγορία ανήκουν οι περιπτώσεις των δοκιμών με πεπερασμένη επιφάνεια. Στις περιπτώσεις αυτές ανήκουν και τα δύο πλέον χρησιμοποιούμενα είδη δοκιμών, τα CT και CC. Εδώ διακρίνουμε δύο υποκατηγορίες, τη γενική περίπτωση που περιλαμβάνει όλα τα είδη δοκιμών, και μία ειδικότερη για τα δοκίμια CC από τα οποία έχουν προέλθει και τα δεδομένα.

1) Κατηγορία 1η. Απειρη Επιφάνεια (IP) $Y=\sigma\alpha\theta$.

Στην περίπτωση αυτή το Y είναι σταθερό, $Y = Y_c (= \sqrt{\pi}$, καθώς $w=\infty$), και το ΔK είναι : $(\Delta S Y_c \sqrt{\alpha})$.

Η διαφορική εξίσωση του Paris γίνεται :

$$da/dN = C (\Delta S Y_c \sqrt{\alpha})^n \quad (6.19)$$

Η λογαριθμική εξίσωση είναι :

$$\text{Log}(da/dN) = \text{Log}(C) + n \cdot \text{Log}(\Delta S Y_c \sqrt{\alpha}) \quad (6.20)$$

Η ολοκλήρωση του νόμου έχει ως εξής :

$$dN = da / (C \cdot (\Delta K)^n) \Rightarrow \int_{N_i}^{N_f} dN = \int_{\alpha_i}^{\alpha_f} \frac{d\alpha}{C (\Delta S Y_c \sqrt{\alpha})^n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_f - N_i = \frac{1}{C (\Delta S Y_c)^n} \int_{\alpha_i}^{\alpha_f} \frac{d\alpha}{\sqrt{\alpha}^n} = \begin{cases} \frac{\alpha_f^{1-n/2} - \alpha_i^{1-n/2}}{C (\Delta S Y_c)^n (1-n/2)} & (n \neq 2) \\ \frac{\ln(\alpha_f) - \ln(\alpha_i)}{C (\Delta S Y_c)^2} & (n = 2) \end{cases}$$

Λύνοντας ως προς N_f και α_f αντίστοιχα για την περίπτωση $n > 2$ (που είναι και η πραγματικότητα) παίρνουμε αντίστοιχα:

$$N_f = N_i + \frac{\alpha_f^{1-n/2} - \alpha_i^{1-n/2}}{C (\Delta S Y_c)^n (1-n/2)} \quad \& \quad \alpha_f = \sqrt[1-n/2]{C (\Delta S Y_c)^n (1-n/2)(N_f - N_i) + \alpha_i^{1-n/2}}$$

Έτσι, στην περίπτωση της αρχικής ρωγμής: α_0 (για $N_i=0$), οι ολοκληρωμένη μορφή θα είναι:

$$N = \frac{\alpha_f^{1-n/2} - \alpha_i^{1-n/2}}{C (\Delta S Y_c)^n (1-n/2)} \quad (6.21)$$

$$\alpha = \sqrt[1-n/2]{C (\Delta S Y_c)^n (1-n/2)(N_f - N_i) + \alpha_i^{1-n/2}} \quad (6.22)$$

Η αναδρομική μορφή προκύπτει από τις παραπάνω σχέσεις ολοκληρώνοντας για ένα βήμα:

$$N_{k+1} = N_k + \frac{\alpha_{k+1}^{1-n/2} - \alpha_k^{1-n/2}}{C (\Delta S Y)^n (1-n/2)} \quad \& \quad \alpha_{k+1} = \left[C (\Delta S Y)^n \frac{2-n}{2} (N_{k+1} - N_k) + \alpha_k^{(2-n)/2} \right]^{2/(2-n)}$$

Όταν το βήμα αύξησης της ανεξάρτητης ποσότητας κάθε χρονική στιγμή είναι σταθερό και ίσο με $\Delta\alpha$ ή ΔN οι αναδρομικοί τύποι γράφονται :

$$N_{k+1} = N_k + \frac{(\alpha_k + \Delta\alpha)^{1-n/2} - \alpha_k^{1-n/2}}{C (\Delta S Y)^n (1-n/2)} \quad (6.23)$$

$$\alpha_{k+1} = \left[C (\Delta S Y)^n \frac{2-n}{2} \Delta N + \alpha_k^{(2-n)/2} \right]^{2/(2-n)} \quad (6.24)$$

Παρατηρούμε ότι στην Κατηγορία 1, η εξίσωση μοιάζει με αυτήν του Shanley με μόνη διαφορά ότι οι συντελεστές, γνωστοί και άγνωστοι έχουν πιο αναλυτική μορφή που επιτρέπει την εφαρμογή του ίδιου τύπου σε διαφορετικές συνθήκες (π.χ. ΔS).

2) Κατηγορία 2η. Πεπερασμένα Δοκίμια CT & CC, $Y=f(\alpha)$

Στην περίπτωση αυτή το Y είναι συνάρτηση του μήκους της ρωγμής (δοκίμια CC, CT), $Y = Y(\alpha)$, και το ΔK είναι: $(\Delta S Y(\alpha) \sqrt{\alpha})$.

Η διαφορική εξίσωση του Paris γίνεται :

$$d\alpha/dN = C (\Delta S Y(\alpha) \sqrt{\alpha})^n \quad (6.25)$$

Η λογαριθμική εξίσωση είναι :

$$\text{Log}(d\alpha/dN) = \text{Log}(C) + n \cdot \text{Log}(\Delta S Y(\alpha) \sqrt{\alpha}) \quad (6.26)$$

Η ολοκλήρωση του νόμου έχει ως εξής :

$$dN = d\alpha / (C \cdot (\Delta K)^n) \Rightarrow \int_{N_i}^{N_f} dN = \int_{\alpha_i}^{\alpha_f} \frac{d\alpha}{C (\Delta S Y(\alpha) \sqrt{\alpha})^n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_f = N_i + \frac{1}{C \Delta S^n} \cdot \int_{\alpha_i}^{\alpha_f} \frac{d\alpha}{(Y(\alpha) \sqrt{\alpha})^n} \quad (6.27)$$

Δυστυχώς η ολοκλήρωση της παραπάνω ποσότητας δεν μπορεί να υπολογίζεται πάντα αναλυτικά.

Ανάλογα με την μορφή της ποσότητας $Y(\alpha)$, μπορούμε να προχωρήσουμε στην ολοκλήρωση, είτε ως έχει αν αυτό είναι δυνατόν, είτε, αφού απλοποιήσουμε πρώτα τη σχέση πραγματοποιώντας ορισμένες προσεγγίσεις ή λογικές παραδοχές. Αν πάλι και αυτό δεν οδηγεί πουθενά μένει η περίπτωση της αριθμητικής ολοκλήρωσης της παραπάνω ποσότητας, που είναι υπολογιστικά και η πιο βεβαρημένη. Έτσι διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις :

Περίπτωση 2Α. - Μη Βελτιώσιμο $Y(\alpha)$, Γενική Προσέγγιση (Δοκίμια CT, CC, κλπ.)

Το $Y(\alpha)$ δεν μπορεί να μετασχηματισθεί ούτε να ολοκληρωθεί. Σε τέτοια περίπτωση η ποσότητα αντικαθίσταται από την "σταθερά" $Y(\alpha_m)$ και βγαίνει έξω από το ολοκλήρωμα. Από την (4.19) προκύπτει ότι η ολοκληρωμένη μορφή για το N_f θα είναι:

$$N_f = N_i + \frac{\alpha_f^{1-n/2} - \alpha_i^{1-n/2}}{C (\Delta S Y(\alpha_m))^n (1-n/2)} \quad (6.28)$$

$$\alpha_f = \sqrt[1-n/2]{C (\Delta S Y(\alpha_m))^n (1-n/2)(N_f - N_i) + \alpha_i^{1-n/2}} \quad (6.29)$$

όπου, η ποσότητα α_m και τα όρια της ολοκλήρωσης πρέπει να επιλεγούν έτσι ώστε η Y να μπορεί να θεωρηθεί σταθερά για το συγκεκριμένο διάστημα. Π.χ., μπορεί να επιλεγεί : $\alpha_m = (\alpha_i + \alpha_f)/2$, δηλ. το μέσον του διαστήματος ολοκλήρωσης $[\alpha_i, \alpha_f]$, και το διάστημα αυτό αρκετά μικρό.

Η αναδρομική μορφή που προκύπτει από τις παραπάνω σχέσεις ολοκληρώνοντας για ένα βήμα είναι :

$$N_{k+1} = N_k + \frac{\alpha_{k+1}^{1-n/2} - \alpha_k^{1-n/2}}{C (\Delta S Y(\alpha_m))^n (1-n/2)} \ \& \ \alpha_{k+1} = \left[C (\Delta S Y(\alpha_m))^n \frac{2-n}{2} (N_{k+1} - N_k) + \alpha_k^{(2-n)/2} \right]^{2/(2-n)}$$

ή ακόμα, όταν το βήμα αύξησης της ανεξάρτητης ποσότητας κάθε χρονική στιγμή είναι σταθερό και ίσο με $\Delta\alpha$ ή ΔN οι αναδρομικοί τύποι γράφονται :

$$N_{k+1} = N_k + \frac{(\alpha_k + \Delta\alpha)^{1-n/2} - \alpha_k^{1-n/2}}{C (\Delta S Y(\alpha_m))^n (1-n/2)} \quad (6.30)$$

$$\alpha_{k+1} = \left[C (\Delta S Y(\alpha_m))^n \frac{2-n}{2} \Delta N + \alpha_k^{(2-n)/2} \right]^{2/(2-n)} \quad (6.31)$$

Στην περίπτωση αυτή βλέπουμε ότι οι τύποι που προκύπτουν θυμίζουν τις εξισώσεις της προηγούμενης 1ης Κατηγορίας, με τη διαφορά ότι έχει αντικατασταθεί η σταθερά Y_c από την υπολογιζόμενη σε κάθε βήμα $Y(\alpha_m)$.

Σε αυτήν την περίπτωση ανήκει και ο τύπος δοκιμίου CT του οποίου η εξίσωση για το Y είναι :

$$Y = c_0 + c_1 \frac{\alpha}{w} + c_2 \left(\frac{\alpha}{w}\right)^2 + c_3 \left(\frac{\alpha}{w}\right)^3 + c_4 \left(\frac{\alpha}{w}\right)^4, \text{ και ο νόμος του Paris γίνεται :}$$

$$dN = \frac{d\alpha}{C (\Delta S Y \alpha^{1/2})^n} = \frac{d\alpha}{C \left[\Delta S \left(c_0 + c_1 \frac{\alpha}{w} + c_2 \left(\frac{\alpha}{w}\right)^2 + c_3 \left(\frac{\alpha}{w}\right)^3 + c_4 \left(\frac{\alpha}{w}\right)^4 \right) \sqrt{\alpha} \right]^n} \quad (6.32)$$

Οι διαφορές που προκύπτουν από μία τέτοια προσέγγιση είναι μικρές και κυμαίνονται από το 0.0029% έως κάτω του 0.0002% του αποτελέσματος της αριθμητικής ολοκλήρωσης της εξίσωσης.

Για τον τύπο του δοκιμίου CC όπου το Y είναι $Y = \sqrt{\pi \cos(\pi\alpha/w)}$, αν εφαρμόσουμε την παραπάνω προσέγγιση βλέπουμε ότι οι διαφορές που προκύπτουν είναι πάλι μικρές και κυμαίνονται από το 0.0046% έως κάτω του 0.00013% του αποτελέσματος της αριθμητικής ολοκλήρωσης.

Περίπτωση 2B. - Βελτιώσιμο $Y(\alpha)$, Δοκίμια CC

Για συγκεκριμένες μορφές του $Y(\alpha)$, όπως όταν πρόκειται για CC δοκίμιο, ο τύπος για το $Y = \sqrt{\pi \cos(\pi\alpha/w)}$ δέχεται περαιτέρω απλοποιήσεις. Έτσι ο νόμος του Paris γίνεται:

$$dN = d\alpha / (C \cdot (\Delta K)^n) = \frac{d\alpha}{C (\Delta S Y \alpha^{1/2})^n} = \frac{d\alpha}{C \left(\Delta S \sqrt{\frac{\pi}{\cos(\pi\alpha/w)}} \sqrt{\alpha} \right)^n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_{N_i}^{N_f} dN = \int_{\alpha_i}^{\alpha_f} \frac{d\alpha}{C \Delta S^n \left(\sqrt{\frac{\pi\alpha}{\cos(\pi\alpha/w)}} \right)^n} = \frac{1}{C \Delta S^n} \int_{\alpha_i}^{\alpha_f} \left(\frac{\pi\alpha}{\cos(\pi\alpha/w)} \right)^{-n/2} d\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_f - N_i = \frac{1}{C (\Delta S \sqrt{\pi})^n} \int_{\alpha_i}^{\alpha_f} \left[\alpha \cdot \sec \frac{\pi\alpha}{w} \right]^{-n/2} d\alpha \quad (6.33)$$

Το παραπάνω ολοκλήρωμα μετασχηματίζεται με τον ακόλουθο κανόνα ολοκλήρωσης:

$$\int F(f(x)) dx = \int F(u) \frac{dx}{du} du = \int \frac{F(u)}{f'(x)} du \quad \text{όπου } u = f(x)$$

θέτοντας την παράσταση $\alpha \sec(\pi\alpha/w) = u$ και την $F(x) = x^{-n/2}$, οπότε η (6.33) γίνεται :

$$\begin{aligned}
N_f - N_i &= \frac{1}{C (\Delta S \sqrt{\pi})^n} \int_{\alpha_i}^{\alpha_f} \frac{(\alpha \sec(\pi\alpha/w))^{-n/2}}{[d(\alpha \sec(\pi\alpha/w))/d\alpha]} d(\alpha \sec(\pi\alpha/w)) = \\
&= \frac{1}{C (\Delta S \sqrt{\pi})^n} \int_{\alpha_i}^{\alpha_f} \frac{(\alpha \sec(\pi\alpha/w))^{-n/2} d(\alpha \sec(\pi\alpha/w))}{\sec(\pi\alpha/w) (1 + (\pi\alpha/w) \tan(\pi\alpha/w))} \quad (6.34)
\end{aligned}$$

Ο παρονομαστής του κλάσματος μπορεί να θεωρηθεί σταθερός και να βγει από το ολοκλήρωμα εάν συντρέχουν συγκεκριμένες προϋποθέσεις. Εφόσον τα διαστήματα ολοκλήρωσης είναι μικρά και ο λόγος a/w παραμένει μικρός, μπορούμε πράγματι να θεωρήσουμε τον παρονομαστή σταθερό και ίσο με την τιμή που παίρνει π.χ., στο μέσον του διαστήματος ολοκλήρωσης ($\alpha_m = (\alpha_i + \alpha_f)/2$).

Έτσι, το ολοκλήρωμα υπολογίζεται και είναι:

$$\begin{aligned}
N_f - N_i &= \frac{\int_{\alpha_i}^{\alpha_f} (\alpha \sec(\pi\alpha/w))^{-n/2} d(\alpha \sec(\pi\alpha/w))}{C (\Delta S \sqrt{\pi})^n \sec(\pi\alpha_m/w) (1 + (\pi\alpha_m/w) \tan(\pi\alpha_m/w))} \Rightarrow \\
N_f - N_i &= \frac{(\alpha_f \sec(\pi\alpha_f/w))^{1-n/2} - (\alpha_i \sec(\pi\alpha_i/w))^{1-n/2}}{C (\Delta S \sqrt{\pi})^n (1-n/2) \sec(\pi\alpha_m/w) (1 + (\pi\alpha_m/w) \tan(\pi\alpha_m/w))}
\end{aligned}$$

και η ολοκληρωμένη μορφή θα είναι :

$$N_f = N_i + \frac{(\alpha_f \sec(\pi\alpha_f/w))^{1-n/2} - (\alpha_i \sec(\pi\alpha_i/w))^{1-n/2}}{C (\Delta S \sqrt{\pi})^n (1-n/2) \sec(\pi\alpha_m/w) (1 + (\pi\alpha_m/w) \tan(\pi\alpha_m/w))} \quad (6.35)$$

Οι διαφορές που προκύπτουν από μια τέτοια απλοποίηση είναι πάλι μικρές, και κυμαίνονται από 0.0035% έως και κάτω του 0.00025% του τελικού αποτελέσματος που προκύπτει από την αριθμητική ολοκλήρωση.

Η αναδρομική μορφή του τύπου βρίσκεται εύκολα και είναι:

$$N_{k+1} = N_k + \frac{(\alpha_{k+1} \sec(\pi\alpha_{k+1}/w))^{1-n/2} - (\alpha_k \sec(\pi\alpha_k/w))^{1-n/2}}{C (\Delta S \sqrt{\pi})^n (1-n/2) \sec(\pi\alpha_m/w) (1 + (\pi\alpha_m/w) \tan(\pi\alpha_m/w))} \quad (6.36)$$

Δυστυχώς, η παραπάνω σχέσεις δεν λύνονται απλά ως προς το α_f .

6.3.1.3 Επεκτάσεις της Εξίσωσης Paris - Εξίσωση Forman

Η βασική εξίσωση Paris έχει δεχτεί πολλές επεκτάσεις και προσθήκες. Από τις πλέον κλασικές είναι η εξίσωση Forman. Η διαφορική εξίσωση Forman γράφεται :

$$\frac{d\alpha}{dN} = \frac{C (\Delta K)^n}{(1-R)K_c - \Delta K}, \quad \text{όπου,} \quad \Delta K = \Delta S Y \sqrt{\pi a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dN = \frac{(1-R)K_c - \Delta S Y \alpha^{1/2}}{C \Delta S^n Y^n \alpha^{n/2}} d\alpha \quad (6.37)$$

Διακρίνουμε τις ίδιες κατηγορίες περιπτώσεων για το Y όπως και για τον νόμο του Paris, δηλ. 1) να είναι σταθερά ή 2) να είναι συνάρτηση του μήκους της ρωγμής.

1) *Κατηγορία 1η. Άπειρη Επιφάνεια (IP) Y =σταθ.*

Στην περίπτωση που το Y είναι σταθερό (IP) ο νόμος του Forman ολοκληρώνεται ως εξής:

$$\frac{d\alpha}{dN} = \frac{C (\Delta S Y_c \sqrt{\alpha})^n}{(1-R)K_c - (\Delta S Y_c \sqrt{\alpha})} \Rightarrow dN = \frac{(1-R)K_c - \Delta S Y_c \alpha^{1/2}}{C (\Delta S Y_c)^n \alpha^{n/2}} d\alpha$$

$$\int_{N_i}^{N_f} dN = \int_{\alpha_i}^{\alpha_f} \frac{(1-R)K_c - \Delta S Y_c \alpha^{1/2}}{C (\Delta S Y_c)^n \alpha^{n/2}} d\alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_{N_i}^{N_f} dN = \frac{(1-R)K_c}{C (\Delta S Y_c)^n} \int_{\alpha_i}^{\alpha_f} \alpha^{-n/2} - \frac{1}{C (\Delta S Y_c)^{n-1}} \int_{\alpha_i}^{\alpha_f} \alpha^{(1-n)/2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow N_f - N_i = \begin{cases} \frac{(1-R)K_c (\alpha_f^{1-n/2} - \alpha_i^{1-n/2})}{C (\Delta S Y_c)^n (1-n/2)} - \frac{(\alpha_f^{1.5-n/2} - \alpha_i^{1.5-n/2})}{C (\Delta S Y_c)^{n-1} (1.5-n/2)} & \text{για } n \neq (2;3) \\ \frac{(1-R)K_c (\ln(\alpha_f) - \ln(\alpha_i)) - 2\Delta S Y_c (\alpha_f^{1/2} - \alpha_i^{1/2})}{C (\Delta S Y_c)^2} & \text{για } n = 2 \\ \frac{-2(1-R)K_c (\alpha_f^{-1/2} - \alpha_i^{-1/2}) - \Delta S Y_c (\ln(\alpha_f) - \ln(\alpha_i))}{C (\Delta S Y_c)^3} & \text{για } n = 3 \end{cases}$$

και η ολοκληρωμένη μορφή του για $n \neq 2,3$ είναι :

$$N_f = N_i + \frac{(1-R)K_c (\alpha_f^{1-n/2} - \alpha_i^{1-n/2})}{C (\Delta S Y_c)^n (1-n/2)} - \frac{(\alpha_f^{1.5-n/2} - \alpha_i^{1.5-n/2})}{C (\Delta S Y_c)^{n-1} (1.5-n/2)} \quad (6.38)$$

Η παραπάνω σχέση δεν είναι εύκολο να λυθεί για το α_f . Έτσι τροποποιούμε λίγο την αρχική σχέση θεωρώντας τον παρονομαστή σταθερό στο διάστημα της ολοκλήρωσης, εφόσον αυτό είναι μικρό, και εξαρτώμενο από το α_m που χρησιμοποιήθηκε και στη προηγούμενη παράγραφο.

Η σχέση ως προς dN γίνεται : $dN = \frac{(1-R)K_c - \Delta S Y \alpha^{1/2}}{C \Delta S^n Y^n \alpha_m^{n/2}} da$, και η επίδραση της προσέγγισης στην ακρίβεια των αποτελεσμάτων κυμαίνεται από 0.0003% έως κάτω του 0.0002%. Ολοκληρώνοντας και λύνοντας ως προς α_f θα έχουμε την ολοκληρωμένη μορφή:

$$\alpha_f = \sqrt[1-n/2]{\frac{C (\Delta S Y_c)^n (1-n/2)}{(1-R)K_c - \Delta S Y_c \alpha_m^{1/2}} (N_f - N_i) + \alpha_i^{1-n/2}} \quad (6.39)$$

2) Κατηγορία 2η. Πεπερασμένα Δοκίμια CT & CC, $Y=f(a)$

Στην περίπτωση που το Y είναι συνάρτηση του μήκους της ρωγμής τότε θα χρησιμοποιηθούν οι ίδιοι τύποι με μόνη αλλαγή την αντικατάσταση της ποσότητας Y_c από την υπολογιζόμενη σε κάθε βήμα $Y(\alpha_m)$. Για κάθε μία από τις περιπτώσεις Α και Β χρησιμοποιείται η αντίστοιχη συνάρτηση για το Y (6.9, 6.10) όπως και για την περίπτωση 2Α στην εξίσωση του Paris. Έτσι οι ολοκληρωμένες εξισώσεις θα είναι :

$$N_f = N_i + \frac{(1-R)K_c (\alpha_f^{1-n/2} - \alpha_i^{1-n/2})}{C (\Delta S Y(\alpha_m))^n (1-n/2)} - \frac{(\alpha_f^{1.5-n/2} - \alpha_i^{1.5-n/2})}{C (\Delta S Y(\alpha_m))^{n-1} (1.5-n/2)} \quad (6.40)$$

$$\alpha_f = \sqrt[1-n/2]{\frac{C (\Delta S Y(\alpha_m))^n (1-n/2)}{(1-R)K_c - \Delta S Y(\alpha_m) \alpha_m^{1/2}} (N_f - N_i) + \alpha_i^{1-n/2}} \quad (6.41)$$

Η αναδρομική μορφή θα είναι:

$$N_{k+1} = N_k + \frac{(1-R)K_c ((\alpha_k + \Delta\alpha)^{1-n/2} - \alpha_k^{1-n/2})}{C (\Delta S Y)^n (1-n/2)} - \frac{((\alpha_k + \Delta\alpha)^{1.5-n/2} - \alpha_k^{1.5-n/2})}{C (\Delta S Y)^{n-1} (1.5-n/2)} \quad (6.42)$$

$$\alpha_{k+1} = \left(\frac{C (\Delta S Y)^n (1-n/2)}{(1-R)K_c - \Delta S Y \alpha_m^{1/2}} \Delta N + \alpha_k^{(2-n)/2} \right)^{2/(2-n)} \quad (6.43)$$

όπου, Δa και ΔN είναι το βήμα αύξησης της αντίστοιχης ποσότητας σε μια χρονική στιγμή, και η ποσότητα Y θα διαφέρει ανάλογα με τον τύπο του καταπονούμενου εξαρτήματος, όπως και στην εξίσωση Paris.

Συγκεκριμένα η Y θα είναι για μεν την Κατηγορία 1 θα είναι σταθερά (Y_c), για δε την Κατηγορία 2 θα είναι συνάρτηση του α_m (δηλ., $Y(\alpha_m)$).

6.3.1.4 Μη Γραμμική εξίσωση Larsen

Η μη-γραμμική εξίσωση που θα μελετηθεί είναι η εξίσωση που παρουσιάστηκε στο προηγούμενο κεφάλαιο (3.3.2.2), προτάθηκε από τον Larsen [] και μελετήθηκε και από τους Yang et al. []. Η διαφορική εξίσωση του μοντέλου διάδοσης των ρωγμών έχει την μορφή :

$$da/dN = 10^{C_1} \sinh(C_2 \text{Log}(\Delta K) + C_3) + C_4 \quad (6.44)$$

Η λογαριθμική εξίσωση θα είναι:

$$\text{Log}(da/dN) = C_1 \sinh(C_2 \text{Log}(\Delta K) + C_3) + C_4 \quad (6.45)$$

Η ολοκλήρωση της παραπάνω ποσότητας δεν είναι τετριμμένη. Η προσέγγιση που αναγκάζομαστε να κάνουμε είναι να εξισώσουμε το da/dN με το $\Delta a/\Delta N$ εφόσον αυτό διατηρείται αρκετά μικρό. Έτσι έχουμε :

$$\Delta a/\Delta N = 10^{C_1} \sinh(C_2 \log(\Delta K) + C_3) + C_4$$

$$\text{ή } \frac{\alpha_{k+1} - \alpha_k}{N_{k+1} - N_k} = 10^{C_1} \sinh(C_2 \log(\Delta K) + C_3) + C_4$$

με το ΔK να είναι συνάρτηση του a και του $Y(a)$ όπως και στους άλλους νόμους.

Λύνοντας έχουμε την παρακάτω αναδρομική μορφή:

$$N_{k+1} = N_k + \frac{\alpha_{k+1} - \alpha_k}{10^{C_1} \sinh(C_2 \log(\Delta K(\alpha_k, \alpha_m)) + C_3) + C_4} \quad (6.46)$$

όπου $\alpha_m = (\alpha_i + \alpha_f)/2$, και

$$\alpha_{k+1} = \alpha_k + (N_{k+1} - N_k) 10^{C_1} \sinh(C_2 \log(\Delta K(\alpha_k, \alpha_m)) + C_3) + C_4 \quad (6.47)$$

Για μικρά διαστήματα ολοκλήρωσης η ολοκληρωμένη μορφή θα είναι:

$$N_f = N_i + \frac{\alpha_f - \alpha_i}{10^{C_1} \sinh(C_2 \log(\Delta K(\alpha_i, \alpha_m)) + C_3) + C_4} \quad (6.48)$$

$$\alpha_f = \alpha_i + (N_f - N_i) 10^{C_1} \sinh(C_2 \log(\Delta K(\alpha_i, \alpha_m)) + C_3) + C_4 \quad (6.49)$$

όπου α_m θα είναι πάλι το μέσον του διαστήματος $[\alpha_i, \alpha_f]$ που αντιστοιχεί στο $[N_i, N_f]$. Τα μεγαλύτερα διαστήματα ολοκλήρωσης τα μετατρέπουμε σε άθροισμα μικρότερων.

6.3.2 Προτεινόμενα Ολοκληρωμένα & Αναδρομικά Μοντέλα

Σκοπός είναι να δημιουργηθούν μοντέλα κατάλληλα για τις υπό μελέτη μεθόδους. Τα μοντέλα βασίζονται στις εφαρμοζόμενες εξισώσεις που αναφέραμε και καλύπτουν ένα μεγάλο εύρος από το πιο απλό έως το πλέον περίπλοκο.

Κοινά χαρακτηριστικά στη χρήση των προτεινομένων μοντέλων:

1. Όλα τα μοντέλα που προτείνονται θα ταυτοποιηθούν στο Κεφάλαιο 8 με τη μέθοδο των Μη Γραμμικών Ελαχίστων Τετραγώνων (NLS). Επιπλέον, για λόγους σύγκρισης με τις μεθόδους αναφοράς, τα Λογαριθμικά μοντέλα θα ταυτοποιηθούν και με τη μέθοδο των Γραμμικών Ελαχίστων Τετραγώνων (LLS) όπως προτείνεται από την ASME.
2. Όλα τα προτεινόμενα μοντέλα χρησιμοποιούν τα δεδομένα a vs N του Virkler ως έχουν (raw data), εκτός από τα Λογαριθμικά μοντέλα τα οποία απαιτούν το μετασχηματισμό τους σε $\log(da/dN)$ vs $\log(\Delta K)$ ή σε $\log(da/dN)$ vs $\log(a)$.
3. Μαζί με την εξίσωση του κάθε μοντέλου παραθέτουμε και τις μερικές παραγώγους ως προς τις παραμέτρους του (n , C , $C1$, κλπ.). Οι μερικές παράγωγοι χρησιμοποιούνται στα επόμενα κεφάλαια από τις προηγμένες μεθόδους, για τον υπολογισμό των μεταβολών του μοντέλου κατά τη ταυτοποίηση των παραμέτρων.

6.3.2.1 Μοντέλα S - Βασιζόμενα στο Νόμο του Shanley

Από τη παράγραφο 6.3.1.1 επιλέχθηκαν οι εξής διατυπώσεις του τύπου του Shanley για τον σχηματισμό μοντέλων:

Μοντέλο **Slog1** - Λογαριθμική μορφή

$$\log \frac{d\alpha}{dN} = \log C + n \cdot \log \alpha$$

Μοντέλο **Sint1N** - Ολοκληρωμένη μορφή του τύπου $N = f(\alpha, \alpha_0, n, C)$.

$$N = \frac{\alpha^{1-n} - \alpha_0^{1-n}}{C(1-n)},$$

$$\frac{\partial N}{\partial C} = -\frac{\alpha^{1-n} - \alpha_0^{1-n}}{C^2(1-n)}, \quad \frac{\partial N}{\partial n} = \frac{\alpha^{1-n} - \alpha_0^{1-n}}{C(1-n)^2} - \frac{\alpha^{1-n} \log \alpha - \alpha_0^{1-n} \log \alpha_0}{C(1-n)}$$

Μοντέλο **Sint1A** - Ολοκληρωμένη μορφή του τύπου $\alpha = f(N, \alpha_0, n, C)$

$$\alpha = [C(1-n)N + \alpha_0^{1-n}]^{\frac{1}{1-n}}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial C} = N[C(1-n)N + \alpha_0^{1-n}]^{\frac{1}{1-n}-1}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial n} = \frac{[C(1-n)N + \alpha_0^{1-n}]^{\frac{1}{1-n}-1} [-CN - \alpha_0^{1-n} \log \alpha_0]}{1-n} + \frac{[C(1-n)N + \alpha_0^{1-n}]^{\frac{1}{1-n}} \log(C(1-n)N + \alpha_0^{1-n})}{(1-n)^2}$$

Μοντέλο **Srec1N** - Αναδρομική μορφή του τύπου $N_{k+1} = f(N_k, \Delta\alpha, \alpha_k, n, C)$:

$$N_{k+1} = N_k + \frac{\alpha_{k+1}^{1-n} - \alpha_k^{1-n}}{C(1-n)} = N_k + \frac{(\alpha_k + \Delta\alpha)^{1-n} - \alpha_k^{1-n}}{C(1-n)}$$

Μοντέλο **Srec1A** - Αναδρομική μορφή του τύπου $\alpha_{k+1} = f(\alpha_k, \Delta N, n, C)$:

$$\alpha_{k+1} = [C(1-n)\Delta N + \alpha_k^{1-n}]^{\frac{1}{1-n}}$$

Οι μερικές παράγωγοι των αναδρομικών μοντέλων προκύπτουν από αυτές των ολοκληρωμένων αν αντικαταστήσουμε το α με α_{k+1} , το α_0 με α_k , και το N με ΔN .

6.3.2.2 Μοντέλα P - Βασισζόμενα στη Εξίσωση Paris

Από τη παράγραφο 6.3.1.2 επιλέχθηκαν οι εξής διατυπώσεις του τύπου του Paris για τον σχηματισμό μοντέλων:

Κατηγορία 1η. Απειρη Επιφάνεια (IP), $Y = Y_c$

Μοντέλο **Plg1** - Λογαριθμική μορφή

$$\log \frac{d\alpha}{dN} = \log C + n \cdot \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha})$$

Μοντέλο **Pint1N** - Ολοκληρωμένη μορφή του τύπου $N = f(\alpha, \alpha_0, n, C)$.

$$N = \frac{\alpha^{1-n/2} - \alpha_0^{1-n/2}}{C(1-n/2)(\Delta SY_c)^n},$$

$$\frac{\partial N}{\partial C} = -\frac{\alpha^{1-n/2} - \alpha_0^{1-n/2}}{C^2(1-n/2)(\Delta SY_c)^n},$$

$$\frac{\partial N}{\partial n} = \frac{\alpha^{1-n/2} - \alpha_0^{1-n/2}}{2C(1-n/2)^2(\Delta SY_c)^n} - \frac{\alpha^{1-n/2} \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha}) - \alpha_0^{1-n/2} \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_0})}{C(1-n/2)(\Delta SY_c)^n}$$

Μοντέλο **Pint1A** - Ολοκληρωμένη μορφή του τύπου $\alpha = f(N, \alpha_0, n, C)$

$$\alpha = \left[C(1-n/2)(\Delta SY_c)^n N + \alpha_0^{1-n/2} \right]^{\frac{1}{1-n/2}},$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial C} = N(\Delta SY_c)^n \left[C(1-n/2)(\Delta SY_c)^n N + \alpha_0^{1-n/2} \right]^{\frac{1}{1-n/2}-1},$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha}{\partial n} = & \frac{\left[C(1-n/2)(\Delta SY_c)^n N + \alpha_0^{1-n/2} \right]^{\frac{1}{1-n/2}-1}}{1-n/2} \cdot \left[\frac{-CN(\Delta SY_c)^n - \alpha_0^{1-n/2} \log \alpha_0}{2} + \right. \\ & \left. + C(1-n/2)(\Delta SY_c)^n N \log(\Delta SY_c) \right] + \\ & + \frac{\left[C(1-n/2)(\Delta SY_c)^n N + \alpha_0^{1-n/2} \right]^{\frac{1}{1-n/2}} \log \left[C(1-n/2)(\Delta SY_c)^n N + \alpha_0^{1-n/2} \right]}{2(1-n/2)^2} \end{aligned}$$

Μοντέλο **Prec1N** - Αναδρομική μορφή του τύπου $N_{k+1} = f(N_k, \Delta\alpha, \alpha_k, n, C)$:

$$N_{k+1} = N_k + \frac{\alpha_{k+1}^{1-n/2} - \alpha_k^{1-n/2}}{C(1-n/2)(\Delta SY_c)^n} = N_k + \frac{(\alpha_k + \Delta\alpha)^{1-n/2} - \alpha_k^{1-n/2}}{C(1-n/2)(\Delta SY_c)^n}$$

Μοντέλο **Prec1A** - Αναδρομική μορφή του τύπου $\alpha_{k+1} = f(\alpha_k, \Delta N, n, C)$:

$$\alpha_{k+1} = \left[C(1 - n/2)(\Delta SY_c)^n \Delta N + \alpha_k^{1-n/2} \right]^{\frac{1}{1-n/2}}$$

Οι μερικές παράγωγοι των αναδρομικών μοντέλων προκύπτουν από αυτές των ολοκληρωμένων αν αντικαταστήσουμε το α με α_{k+1} , το α_0 με α_k , και το N με ΔN .

Κατηγορία 2η. Πεπερασμένα Δοκίμια (CT, CC,...), $Y = Y(\alpha)$

Μοντέλο **Plog2** - Λογαριθμική μορφή

$$\log \frac{d\alpha}{dN} = \log C + n \cdot \log(\Delta SY(\alpha)\sqrt{\alpha})$$

Μοντέλο **Pint2N** - Ολοκληρωμένη μορφή του τύπου $N = f(\alpha, \alpha_0, \alpha_m, n, C)$.

$$N = \frac{\alpha^{1-n/2} - \alpha_0^{1-n/2}}{C(1 - n/2)(\Delta SY(\alpha_m))^n}$$

Μοντέλο **Pint2A** - Ολοκληρωμένη μορφή του τύπου $\alpha = f(N, \alpha_0, \alpha_m, n, C)$

$$\alpha = \left[C(1 - n/2)(\Delta SY(\alpha_m))^n N + \alpha_0^{1-n/2} \right]^{\frac{1}{1-n/2}},$$

Μοντέλο **Prec2N** - Αναδρομική μορφή του τύπου $N_{k+1} = f(N_k, \Delta \alpha, \alpha_k, \alpha_m, n, C)$:

$$N_{k+1} = N_k + \frac{\alpha_{k+1}^{1-n/2} - \alpha_k^{1-n/2}}{C(1 - n/2)(\Delta SY(\alpha_m))^n} = N_k + \frac{(\alpha_k + \Delta \alpha)^{1-n/2} - \alpha_k^{1-n/2}}{C(1 - n/2)(\Delta SY(\alpha_m))^n}$$

Μοντέλο **Prec2A** - Αναδρομική μορφή του τύπου $\alpha_{k+1} = f(\alpha_k, \alpha_m, \Delta N, n, C)$:

$$\alpha_{k+1} = \left[C(1 - n/2)(\Delta SY(\alpha_m))^n \Delta N + \alpha_k^{1-n/2} \right]^{\frac{1}{1-n/2}}$$

Όλες οι μερικές παράγωγοι των μοντέλων αυτής της κατηγορίας προκύπτουν από μερικές παραγώγους της 1ης κατηγορίας αντικαθιστώντας το Y_c με το $Y(\alpha_m)$ που περιγράφει το καταπονούμενο δοκίμιο (CT, CC, ή άλλο).

Όπως αναφέραμε στη παράγραφο 6.3.1.2, η ποσότητα α_m είναι κάποια μέση τιμή που θεωρείται σταθερή για το διάστημα της ολοκλήρωσης (π.χ.: $\alpha_m = (\alpha + \alpha_0)/2$) ή για τη περίοδο της αναδρομής (π.χ.: $\alpha_m = \alpha_k + \Delta \alpha/2$, ή, $\alpha_m = \alpha_k$ εάν $\Delta \alpha \ll \alpha_k$).

Κατηγορία 2B. Δοκίμια CC, $Y(\alpha) = (\pi/\cos(\pi\alpha/w))^{1/2} = (\pi \sec(\pi\alpha/w))^{1/2}$

Μοντέλο **Pint2bN** - Ολοκληρωμένη μορφή του τύπου $N = f(\alpha, \alpha_0, \alpha_m, n, C)$.

$$N = \frac{(\alpha \sec(\pi\alpha/w))^{1-n/2} - (\alpha_0 \sec(\pi\alpha_0/w))^{1-n/2}}{C(\Delta S\sqrt{\pi})^n (1-n/2) \sec(\pi\alpha_m/w) (1 + (\pi\alpha_m/w) \tan(\pi\alpha_m/w))}$$

$$\frac{\partial N}{\partial C} = - \frac{(\alpha \sec(\pi\alpha/w))^{1-n/2} - (\alpha_0 \sec(\pi\alpha_0/w))^{1-n/2}}{C^2(\Delta S\sqrt{\pi})^n (1-n/2) \sec(\pi\alpha_m/w) (1 + (\pi\alpha_m/w) \tan(\pi\alpha_m/w))}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial n} = & \frac{(\alpha \sec(\pi\alpha/w))^{1-n/2} - (\alpha_0 \sec(\pi\alpha_0/w))^{1-n/2}}{2C(\Delta S\sqrt{\pi})^n (1-n/2)^2 \sec(\pi\alpha_m/w) (1 + (\pi\alpha_m/w) \tan(\pi\alpha_m/w))} \\ & - \frac{\log(\Delta S\sqrt{\pi}) [(\alpha \sec(\pi\alpha/w))^{1-n/2} - (\alpha_0 \sec(\pi\alpha_0/w))^{1-n/2}]}{C(\Delta S\sqrt{\pi})^n (1-n/2) \sec(\pi\alpha_m/w) (1 + (\pi\alpha_m/w) \tan(\pi\alpha_m/w))} \\ & - \frac{\log(\alpha \sec(\pi\alpha/w)) (\alpha \sec(\pi\alpha/w))^{1-n/2}}{2C(\Delta S\sqrt{\pi})^n (1-n/2) \sec(\pi\alpha_m/w) (1 + (\pi\alpha_m/w) \tan(\pi\alpha_m/w))} + \\ & + \frac{\log(\alpha_0 \sec(\pi\alpha_0/w)) (\alpha_0 \sec(\pi\alpha_0/w))^{1-n/2}}{2C(\Delta S\sqrt{\pi})^n (1-n/2) \sec(\pi\alpha_m/w) (1 + (\pi\alpha_m/w) \tan(\pi\alpha_m/w))} \end{aligned}$$

Μοντέλο **Prec2bN** - Αναδρομική μορφή του τύπου $N_{k+1} = f(N_k, \Delta\alpha, \alpha_k, \alpha_m, n, C)$:

$$\begin{aligned} N_{k+1} &= N_k + \frac{(\alpha_{k+1} \sec(\pi\alpha_{k+1}/w))^{1-n/2} - (\alpha_k \sec(\pi\alpha_k/w))^{1-n/2}}{C(\Delta S\sqrt{\pi})^n (1-n/2) \sec(\pi\alpha_m/w) (1 + (\pi\alpha_m/w) \tan(\pi\alpha_m/w))} = \\ &= N_k + \frac{((\alpha_k + \Delta\alpha) \sec(\pi(\alpha_k + \Delta\alpha)/w))^{1-n/2} - (\alpha_k \sec(\pi\alpha_k/w))^{1-n/2}}{C(\Delta S\sqrt{\pi})^n (1-n/2) \sec(\pi\alpha_m/w) (1 + (\pi\alpha_m/w) \tan(\pi\alpha_m/w))} \end{aligned}$$

Οι μερικές παράγωγοι του αναδρομικού μοντέλου προκύπτουν από αυτές του ολοκληρωμένου αν αντικαταστήσουμε το α με α_{k+1} , και το α_0 με α_k .

6.3.2.3 Μοντέλα L - Βασιζόμενα στην Εξίσωση Larsen

Από τη παράγραφο 6.3.1.4 επιλέχθηκαν οι εξής διατυπώσεις της εξίσωσης Larsen για τον σχηματισμό μοντέλων:

Κατηγορία 1η. Άπειρη Επιφάνεια (IP), $Y = Y_c$

Μοντέλο **Llog1** - Λογαριθμική μορφή

$$\log \frac{d\alpha}{dN} = C_1 \sinh [C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha}) + C_3] + C_4$$

Μοντέλο **Lrec1N** - Αναδρομική μορφή του τύπου $N_{k+1} = f(N_k, \Delta\alpha, \alpha_k, C_1, C_2, C_3, C_4)$:

$$N_{k+1} = N_k + \frac{\alpha_{k+1} - \alpha_k}{10^{C_1 \sinh [C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k}) + C_3] + C_4}} = N_k + \frac{\Delta\alpha}{10^{C_1 \sinh [C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k}) + C_3] + C_4}}$$

$$\frac{\partial N}{\partial C_1} = - \frac{\Delta\alpha \sinh [C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k}) + C_3]}{10^{C_1 \sinh [C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k}) + C_3] + C_4}}$$

$$\frac{\partial N}{\partial C_2} = - \frac{\Delta\alpha C_1 \cosh [C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k}) + C_3] \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k})}{10^{C_1 \sinh [C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k}) + C_3] + C_4}}$$

$$\frac{\partial N}{\partial C_3} = - \frac{\Delta\alpha C_1 \cosh [C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k}) + C_3]}{10^{C_1 \sinh [C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k}) + C_3] + C_4}}$$

$$\frac{\partial N}{\partial C_4} = - \frac{\Delta\alpha}{10^{C_1 \sinh [C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k}) + C_3] + C_4}}$$

Μοντέλο **Lrec1A** - Αναδρομική μορφή του τύπου $\alpha_{k+1} = f(\alpha_k, \Delta N, C_1, C_2, C_3, C_4)$:

$$\alpha_{k+1} = \alpha_k + \Delta N 10^{C_1 \sinh [C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k}) + C_3] + C_4}$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial C_1} = 10^{C_1 \sinh [C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k}) + C_3] + C_4} \Delta N \sinh [C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k}) + C_3]$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial C_2} = 10^{C_1 \sinh [C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k}) + C_3] + C_4} \Delta N C_1 \cosh [C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k}) + C_3] \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k})$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial C_3} = 10^{C_1 \sinh [C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k}) + C_3] + C_4} \Delta N \cosh [C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k}) + C_3]$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial C_4} = 10^{C_1 \sinh [C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k}) + C_3] + C_4} \Delta N$$

Κατηγορία 2η. Πεπερασμένα Δοκίμια (CT, CC,...), $Y = Y(\alpha)$

Μοντέλο **Llog2** - Λογαριθμική μορφή

$$\log \frac{d\alpha}{dN} = C_1 \sinh[C_2 \log(\Delta SY(\alpha)\sqrt{\alpha}) + C_3] + C_4$$

Μοντέλο **Lrec2N** - Αναδρομική μορφή του τύπου $N_{k+1} = f(N_k, \Delta\alpha, \alpha_k, C_1, C_2, C_3, C_4)$:

$$N_{k+1} = N_k + \frac{\alpha_{k+1} - \alpha_k}{10^{C_1 \sinh[C_2 \log(\Delta SY(\alpha_m)\sqrt{\alpha_k}) + C_3] + C_4}} = N_k + \frac{\Delta\alpha}{10^{C_1 \sinh[C_2 \log(\Delta SY(\alpha_m)\sqrt{\alpha_k}) + C_3] + C_4}}$$

$$\text{όπου: } \alpha_m = \alpha_k + \Delta\alpha/2$$

Όλες οι μερικές παράγωγοι του μοντέλου αυτού προκύπτουν από τις μερικές παραγώγους της 1ης κατηγορίας (**Lrec1N**) αντικαθιστώντας το Y_c με το $Y(\alpha_m)$ που περιγράφει το καταπονούμενο δοκίμιο (CT, CC, ή άλλο).

Μοντέλο **Lrec2A** - Αναδρομική μορφή του τύπου $\alpha_{k+1} = f(\alpha_k, \alpha_m, \Delta N, C_1, C_2, C_3, C_4)$:

$$\alpha_{k+1} = \alpha_k + \Delta N 10^{C_1 \sinh[C_2 \log(\Delta SY(\alpha_m)\sqrt{\alpha_k}) + C_3] + C_4}$$

$$\text{όπου: } \alpha_m = \alpha_k + \Delta\alpha/2$$

Όλες οι μερικές παράγωγοι του μοντέλου αυτού προκύπτουν από τις μερικές παραγώγους της 1ης κατηγορίας (**Lrec1A**) αντικαθιστώντας το Y_c με το $Y(\alpha_m)$ που περιγράφει το καταπονούμενο δοκίμιο (CT, CC, ή άλλο).

6.4 Διατύπωση των Νόμων Διάδοσης Ρωγμών με Μοντέλα Χώρου Κατάστασης.

Στο τμήμα αυτό επιχειρείται να δοθεί στις εξισώσεις διάδοσης ρωγμών που επελέγησαν και αναλύθηκαν παραπάνω, η μορφή μοντέλων χώρου κατάστασης (State-Space). Η περιγραφή με χωρο-καταστατικές εξισώσεις δίνει ευχέρεια στον χειρισμό των μοντέλων μέσω προηγμένων μεθόδων προσδιορισμού παραμέτρων και εκτίμησης καταστάσεων. Η θεωρία των μεθόδων αυτών παρουσιάστηκε λεπτομερώς στο προηγούμενο κεφάλαιο. Στο τμήμα αυτό επαναλαμβάνονται μόνο όσα στοιχεία κρίθηκαν απαραίτητα.

Η γενική μορφή των μοντέλων χώρου κατάστασης είναι :

$$x(k+1) = f[k,x(k)] + g[k,x(k)] \cdot w(k) \quad (6.50)$$

$$z(k) = h[k,x(k)] + v(k) \quad (6.51)$$

όπου, η πρώτη εξίσωση περιγράφει την εξέλιξη της κατάστασης x του συστήματος, και η δεύτερη τις παρατηρήσεις / μετρήσεις μας z για το σύστημα. Η ποσότητα w είναι οι εσωτερικές διαταραχές ή είσοδοι του συστήματος και συχνά καλύπτει και ανακρίβειες του μοντέλου, η δε ποσότητα v είναι ο θόρυβος των μετρήσεων με τις οποίες παρατηρούμε το σύστημα.

Μπορούν να δοθούν διάφορες μορφές για ένα μοντέλο χώρου κατάστασης, ανάλογα με το ποια θα είναι η μετρούμενη ποσότητα, ποια ποσότητα θεωρείται ότι περιγράφει την κατάσταση του συστήματος καλύτερα, ποιες παράμετροι είναι ή θεωρούνται γνωστές και ποιες χρειάζεται να εκτιμηθούν, ποιες είναι οι επιθυμητές προβλέψεις, κ.α.

Στο τμήμα αυτό του κεφαλαίου παρουσιάζονται τα βασικά μοντέλα με τις επί μέρους παραλλαγές τους. Κάθε μορφή μοντέλου καλύπτει και μια διαφορετική γωνία αναπαράστασης και μελέτης του φαινομένου της διάδοσης των ρωγμών και του χρόνου ζωής των κατασκευών.

6.4.1 Μοντέλα Πρόβλεψης Χρόνου-Ζωής

6.4.1.1 Μη Γραμμικό Μοντέλο Πρόβλεψης Χρόνου-Ζωής

Το μοντέλο αυτό υπολογίζει τον χρόνο-ζωής (ή αλλιώς το πλήθος κύκλων καταπόνησης) ενός υλικού μέχρις ότου επέλθει καταστροφική θραύση (δηλ. το μέγεθος μιας ρωγμής να ξεπεράσει συγκεκριμένα όρια. Το μοντέλο είναι κατάλληλο για τις περιπτώσεις δοκιμών όπου ελέγχονται και παρατηρούνται οι δύο ποσότητες a & N .

Οι γενικές καταστατικές εξισώσεις του μοντέλου θα είναι:

$$x_{k+1} = fn(x_k) + w_k : \begin{bmatrix} N \\ a \\ \Delta\alpha \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} N + f(a, \Delta\alpha) \\ a + \Delta a \\ \Delta\alpha \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} w_N \\ w_a \\ w_{\Delta\alpha} \end{bmatrix}_k$$
$$z_k = H \cdot x_k + v_k : \begin{bmatrix} N \\ a \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} N \\ a \\ \Delta\alpha \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} v_N \\ v_a \end{bmatrix}_k$$

όπου, η συνάρτηση fn εξαρτάται από τον νόμο με τον οποίο θα υλοποιηθεί το μοντέλο.

Οι αρχικές τιμές και οι διασπορές είναι :

$$x_0 = \begin{bmatrix} N \\ a \\ \Delta\alpha \end{bmatrix}, p_0 = \begin{bmatrix} p_N & 0 & 0 \\ 0 & p_a & 0 \\ 0 & 0 & p_{\Delta\alpha} \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} q_N & 0 & 0 \\ 0 & q_a & 0 \\ 0 & 0 & q_{\Delta\alpha} \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} R_N & 0 \\ 0 & R_a \end{bmatrix}$$

και ο πίνακας F_n με τις μερικές παραγώγους θα είναι :

$$F_n = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\partial f}{\partial a} & \frac{\partial f}{\partial \Delta a} \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Η τελική μορφή εξαρτάται από τον νόμο με τον οποίο θα υλοποιηθεί η f .

A. Υλοποίηση με το νόμο του Shanley

$$N_{k+1} = N_k + \frac{(\alpha_k + \Delta\alpha_k)^{1-n} - \alpha_k^{1-n}}{C(1-n)}, \quad \delta\eta\lambda.: \quad f(a, \Delta a) = \frac{(a + \Delta a)^{1-n} - a^{1-n}}{C(1-n)}$$

οπότε ο πίνακας F_n γίνεται :

$$F_n = \begin{bmatrix} 1 & \frac{(a + \Delta a)^{-n} - a^{-n}}{C} & \frac{(a + \Delta a)^{-n}}{C} \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

B. Υλοποίηση με το νόμο του Paris (IP)

$$N_{k+1} = N_k + \frac{(\alpha_k + \Delta\alpha_k)^{1-n/2} - \alpha_k^{1-n/2}}{C(1-n/2)(\Delta SY_c)^n}, \quad \delta\eta\lambda.: \quad f(a, \Delta a) = \frac{(a + \Delta a)^{1-n/2} - a^{1-n/2}}{C(1-n/2)(\Delta SY_c)^n}$$

οπότε ο πίνακας F_n γίνεται :

$$F_n = \begin{bmatrix} 1 & \frac{(a + \Delta a)^{-n/2} - a^{-n/2}}{C} & \frac{(a + \Delta a)^{-n/2}}{C(\Delta SY_c)^n} \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Γ. Υλοποίηση με το νόμο του Larsen (IP)

$$N_{k+1} = N_k + \frac{\Delta\alpha_k}{10^{C_1 \sinh[C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k}) + C_3] + C_4}}, \quad \delta\eta\lambda.: \quad f(a, \Delta a) = \frac{\Delta\alpha_k}{10^{C_1 \sinh[C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{a}) + C_3] + C_4}}$$

οπότε ο πίνακας F_n γίνεται :

$$F_n = \begin{bmatrix} 1 & \frac{C_1 C_2 \Delta a A c}{2a 10^{C_4 + C_1 A s}} & \frac{1}{10^{C_4 + C_1 A s}} \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

όπου, $Ac = \text{Cosh}(C_3 + C_2 A l)$, $As = \text{Sinh}(C_3 + C_2 A l)$, $A l = \text{Log}(\sqrt{a} \Delta SY_c)$

6.4.1.2 Πλήρες Παραμετρικό Μοντέλο Πρόβλεψης Χρόνου-Ζωής

Το μοντέλο αυτό θα υπολογίζει τον χρόνο-ζωής (ή αλλιώς το πλήθος κύκλων καταπόνησης) ενός υλικού μέχρις ότου επέλθει καταστροφική θραύση (δηλ. το μέγεθος μιας ρωγμής να ξεπεράσει συγκεκριμένα όρια) προσδιορίζοντας ταυτόχρονα την τιμή των παραμέτρων του μοντέλου. Το μοντέλο είναι κατάλληλο για τις περιπτώσεις δοκιμών όπου ελέγχονται και παρατηρούνται και οι δύο ποσότητες a & N .

Οι γενικές καταστατικές εξισώσεις του μοντέλου θα είναι:

$$x_{k+1} = fn(x_k) + w_k : \begin{bmatrix} N \\ a \\ \Delta\alpha \\ C \\ n \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} N + f(a, \Delta a, C, n) \\ a + \Delta a \\ \Delta a \\ C \\ n \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} w_N \\ w_a \\ w_{\Delta a} \\ w_C \\ w_n \end{bmatrix}_k$$

$$z_k = H \cdot x_k + v_k : \begin{bmatrix} N \\ a \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} N \\ a \\ \Delta\alpha \\ C \\ n \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} v_N \\ v_a \end{bmatrix}_k$$

όπου, η συνάρτηση fn εξαρτάται από το νόμο με τον οποίο θα υλοποιηθεί το μοντέλο.

Οι αρχικές τιμές και οι διασπορές είναι :

$$x_0 = \begin{bmatrix} N_0 \\ a_0 \\ \Delta a_0 \\ C_0 \\ n_0 \end{bmatrix}, p_0 = \begin{bmatrix} p_N & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{\Delta a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_C & p_{nC} \\ 0 & 0 & 0 & p_{nC} & p_n \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} q_N & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_{\Delta a} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_n \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} R_N & 0 \\ 0 & R_a \end{bmatrix}$$

και ο πίνακας F_n με τις μερικές παραγώγους θα είναι :

$$F_n = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\partial f}{\partial a} & \frac{\partial f}{\partial \Delta a} & \frac{\partial f}{\partial C} & \frac{\partial f}{\partial n} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Η τελική μορφή εξαρτάται από τον νόμο με τον οποίο θα υλοποιηθεί η f .

A. Υλοποίηση με το νόμο του Shanley

$$N_{k+1} = N_k + \frac{(\alpha_k + \Delta\alpha_k)^{1-n_k} - \alpha_k^{1-n_k}}{C_k(1-n_k)}, \quad \delta\eta\lambda.: \quad f(a, \Delta a, C, n) = \frac{(\alpha_k + \Delta\alpha_k)^{1-n_k} - \alpha_k^{1-n_k}}{C_k(1-n_k)}$$

οπότε ο πίνακας F_n γίνεται :

$$F_n = \begin{bmatrix} 1 & \frac{(a + \Delta a)^{-n} - a^{-n}}{C} & \frac{(a + \Delta a)^{-n}}{C} & \frac{(a + \Delta a)^{1-n} - a^{1-n}}{C^2(1-n)} & \frac{\partial f}{\partial n} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

όπου,
$$\frac{\partial f}{\partial n} = \frac{(a + \Delta a)^{1-n} - a^{1-n}}{C(1-n)^2} - \frac{(a + \Delta a)^{1-n} \text{Log}(a + \Delta a) - a^{1-n} \text{Log}(a)}{C(1-n)}$$

B. Υλοποίηση με το νόμο του Paris (IP)

$$N_{k+1} = N_k + \frac{(\alpha_k + \Delta\alpha_k)^{1-n_k/2} - \alpha_k^{1-n_k/2}}{C_k(1-n_k/2)(\Delta SY_c)^{n_k}}, \quad \delta\eta\lambda.: \quad f(a, \Delta a, C, n) = \frac{(\alpha_k + \Delta\alpha_k)^{1-n_k/2} - \alpha_k^{1-n_k/2}}{C_k(1-n_k/2)(\Delta SY_c)^{n_k}}$$

οπότε ο πίνακας F_n γίνεται :

$$F_n = \begin{bmatrix} 1 & \frac{(a + \Delta a)^{-n/2} - a^{-n/2}}{C} & \frac{(a + \Delta a)^{-n/2}}{C(\Delta SY_c)^n} & \frac{(a + \Delta a)^{1-n/2} - a^{1-n/2}}{C^2(1-n/2)(\Delta SY_c)^n} & \frac{\partial f}{\partial n} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

όπου, $\partial f / \partial n =$

$$\frac{(a + \Delta a)^{1-n/2} - a^{1-n/2}}{2C(1-n/2)^2(\Delta SY_c)^n} - \frac{(a + \Delta a)^{1-n/2} \text{Log}(a + \Delta a) - a^{1-n/2} \text{Log}(a)}{2C(1-n/2)(\Delta SY_c)^n} - \frac{(a + \Delta a)^{1-n/2} - a^{1-n/2}}{C(1-n/2)(\Delta SY_c)^n} \text{Log}(\Delta SY_c)$$

Γ. Υλοποίηση με το νόμο του Larsen (IP)

$$N_{k+1} = N_k + \frac{\Delta\alpha_k}{10^{C_{1k} \sinh[C_{2k} \log(\Delta SY_c \sqrt{a_k}) + C_{3k}] + C_{4k}}}, \text{ δηλ. : } f(a, \Delta\alpha, C_1) = \frac{\Delta\alpha_k}{10^{C_{1k} \sinh[C_{2k} \log(\Delta SY_c \sqrt{a_k}) + C_{3k}] + C_{4k}}}$$

με 4 παραμέτρους : $C_{1_{k+1}} = C_{1_k}$, $C_{2_{k+1}} = C_{2_k}$, $C_{3_{k+1}} = C_{3_k}$, $C_{4_{k+1}} = C_{4_k}$

οπότε η καταστατική εξίσωση γίνεται:

$$x_{k+1} = fn(x_k) + w_k : \begin{bmatrix} N \\ a \\ \Delta\alpha \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} N + f(a, \Delta\alpha, C_1, C_2, C_3, C_4) \\ a + \Delta a \\ \Delta\alpha \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_N \\ w_a \\ w_{\Delta\alpha} \\ w_{C_1} \\ w_{C_2} \\ w_{C_3} \\ w_{C_4} \end{bmatrix}_k$$

Οι αρχικές τιμές και διασπορές είναι :

$$x_0 = \begin{bmatrix} N \\ a \\ \Delta\alpha \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix}_0, p_0 = \begin{bmatrix} p_N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_{\Delta\alpha} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_{C_1} & p_{C_{12}} & p_{C_{13}} & p_{C_{14}} \\ 0 & 0 & 0 & p_{C_{12}} & p_{C_2} & p_{C_{23}} & p_{C_{24}} \\ 0 & 0 & 0 & p_{C_{13}} & p_{C_{23}} & p_{C_3} & p_{C_{34}} \\ 0 & 0 & 0 & p_{C_{14}} & p_{C_{24}} & p_{C_{34}} & p_{C_4} \end{bmatrix}$$

και ο πίνακας F_n με τις μερικές παραγώγους θα είναι : $F_n =$

$$\begin{bmatrix} 1 & -\frac{C_1 C_2 \Delta a A c}{2a 10^{C_4 + C_1 A s}} & \frac{1}{10^{C_4 + C_1 A s}} & -\frac{\Delta a A s}{10^{C_4 + C_1 A s}} & -\frac{C_1 \Delta a A c A l}{10^{C_4 + C_1 A s}} & -\frac{C_1 \Delta a A c}{10^{C_4 + C_1 A s}} & -\frac{\Delta a}{10^{C_4 + C_1 A s}} \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

όπου, $Ac = \text{Cosh}(C_3 + C_2 Al)$, $As = \text{Sinh}(C_3 + C_2 Al)$, $Al = \text{Log}(\sqrt{a} \Delta SY_c)$

6.4.1.3 Μειωμένο Παραμετρικό Μοντέλο Πρόβλεψης Χρόνου-Ζωής

Το μοντέλο αυτό υπολογίζει τον χρόνο-ζωής (ή αλλιώς το πλήθος κύκλων καταπόνησης) ενός υλικού μέχρις ότου επέλθει καταστροφική θραύση (δηλ. το μέγεθος μιας ρωγμής να ξεπεράσει συγκεκριμένα όρια) προσδιορίζοντας ταυτόχρονα την τιμή των αγνώστων (50%) παραμέτρων του μοντέλου.

Η καταστατική εξίσωση του μοντέλου είναι ίδια με το πλήρες μοντέλο εκτός από την απουσία των μισών παραμέτρων που θεωρούνται σταθερές

A. Υλοποίηση με το νόμο του Shanley ή Paris (IP)

Στην υλοποίηση με τους δύο αυτούς νόμους, θεωρούμε σταθερή τη παράμετρο n και προσδιορίζουμε μόνο τη παράμετρο C .

$$x_{k+1} = fn(x_k) + w_k : \begin{bmatrix} N \\ a \\ \Delta\alpha \\ C \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} N + f(a, \Delta\alpha, C) \\ a + \Delta a \\ \Delta a \\ C \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} w_N \\ w_a \\ w_{\Delta\alpha} \\ w_C \end{bmatrix}_k$$

B. Υλοποίηση με το νόμο του Larsen (IP)

Στην υλοποίηση με νόμο Larsen, θεωρούμε σταθερές 3 από τις παραμέτρους C_i . Συγκεκριμένα, κατόπιν των συμπερασμάτων του Κεφ.8, επιλέχθηκαν σαν σταθερές παράμετροι οι C_1 , C_3 & C_4 , και προσδιορίζεται η C_2 .

$$x_{k+1} = fn(x_k) + w_k : \begin{bmatrix} N \\ a \\ \Delta\alpha \\ C_2 \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} N + f(a, \Delta\alpha, C_2) \\ a + \Delta a \\ \Delta a \\ C_2 \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} w_N \\ w_a \\ w_{\Delta\alpha} \\ w_{C_2} \end{bmatrix}_k$$

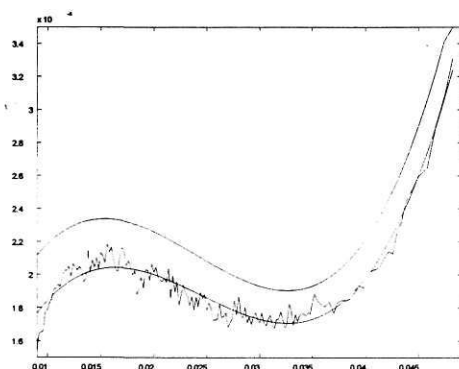
Οι υπόλοιποι πίνακες και οι μερικές παράγωγοι είναι ανάλογοι της υλοποίησης, όπως και στο προηγούμενο μοντέλο.

6.4.1.4 Επέκταση του Μειωμένου Παραμετρικού Μοντέλου με Μεταβαλλόμενη τη Παράμετρο C

Το μοντέλο αυτό υπολογίζει τον χρόνο-ζωής (ή αλλιώς το πλήθος κύκλων καταπόνησης) του υλικού μέχρις ότου επέλθει καταστροφική θραύση (δηλ. το μέγεθος μιας ρωγμής να ξεπεράσει συγκεκριμένα όρια) θεωρώντας ότι μία παράμετρος είναι σταθερή και γνωστή, ενώ η άγνωστη μεταβάλλεται κατά την εξέλιξη του φαινομένου.

Κατά την εκτίμηση της C παρατηρήθηκε ότι δεν συγκλίνει σταθερά σε μία τιμή αλλά διατηρεί μία μικρή διακύμανση γύρω από τη βέλτιστη. Αυτό οφείλεται στην αδυναμία του μοντέλου να περιγράψει επακριβώς το φαινόμενο.

Για να εντοπίσουμε αυτή τη μεταβολή, λύνουμε ως προς C για όλα τα ζεύγη τιμών (α,N) των δεδομένων και παίρνουμε τον μέσο όρο των 68 πειραμάτων. Το αποτέλεσμα είναι η καμπύλη του παρακάτω σχήματος. Παρατηρούμε ότι παρά τις διακυμάνσεις ξεχωρίζει η κυματοειδής μεταβολή της C. Παρόμοια συμπεριφορά παρατηρείται στη C για οποιαδήποτε “σταθερή” τιμή του n.



Σχήμα 6.1: Μέση διακύμανση της παραμέτρου C κατά την εξέλιξη της ρωγμής, και το πολυώνυμο 3ου βαθμού που την προσεγγίζει.

Η καμπύλη αυτή προσεγγίζεται πολύ καλά από ένα τριτοβάθμιο πολυώνυμο που θα δίνει την C σαν συνάρτηση του μήκους της ρωγμής a δηλ. της μορφής :

$$C(a) = A_3 a^3 + A_2 a^2 + A_1 a + A_0$$

Οι τιμές των συντελεστών του πολυωνύμου προκύπτουν με την εφαρμογή του στις μέσες τιμές της παραμέτρου C, και είναι αντίστοιχα:

- με το κοινό για όλες τις πειραματικές καμπύλες $n = 1.87299$; $A_3 = 16.933$, $A_2 = -1.2182$, $A_1 = 0.025444$, $A_0 = 6.9035e-005$.
- με τα n της κάθε καμπύλης: $A_3 = 15.864$, $A_2 = -1.1673$, $A_1 = 0.025518$, $A_0 = 2.9879e-005$.

Τα πολυώνυμα αυτά περιγράφουν πολύ καλά την συμπεριφορά της C όπως φαίνεται και στο προηγούμενο σχήμα. Αν ακόμη θεωρήσουμε ότι η C αποτελείται από δύο μέρη, ένα σταθερό και ένα μεταβαλλόμενο. Το σταθερό μέρος θα αντιστοιχεί στις εκτιμήσεις των προηγούμενων παραγράφων & κεφαλαίων για το C (κεφ. 8 & 9), και το μεταβαλλόμενο θα είναι το τρίτοβάθμιο πολυώνυμο που παριστάνει την διακύμανσή της C κατά την διάρκεια του φαινομένου, ανεξαρτήτως καμπύλης. Στη περίπτωση αυτή οι προτεινόμενες μέσες τιμές για τους συντελεστές είναι: $A_3 = 16.5$, $A_2 = -1.19$, $A_1 = 0.0255$, και, $A_0 = Cc$ (του κάθε πειράματος).

Το μοντέλο που προκύπτει, βασίζεται στην υλοποίηση με το νόμο Shanley και θεωρεί τη παράμετρο n σταθερή και την C ότι αλλάζει με την εξέλιξη της ρωγμής σύμφωνα με τη μορφή που αναφέρθηκε πιο πάνω.

$$x_{k+1} = f_n(x_k) + w_k : \begin{bmatrix} N \\ a \\ \Delta a \\ Cc \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} N + f(a, \Delta a, Ca) \\ a + \Delta a \\ \Delta a \\ Cc \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} w_N \\ w_a \\ w_{\Delta a} \\ w_{Cc} \end{bmatrix}_k$$

όπου, $Ca(a) = A_3 a_k^3 + A_2 a_k^2 + A_1 a_k + Cc$, και, $dCa(a) = 3A_3 a_k^2 + 2A_2 a_k + A_1$ η παράγωγος της, και, $f(a, \Delta a, Ca) = \frac{(\alpha_k + \Delta \alpha_k)^{1-n} - \alpha_k^{1-n}}{Ca_k(1-n)}$.

οπότε ο πίνακας F_n γίνεται :

$$F_n = \begin{bmatrix} 1 & \frac{dCa[(a + \Delta a)^{1-n} - a^{1-n}]}{Ca^2(1-n)} + \frac{(a + \Delta a)^{-n} - a^{-n}}{Ca} & \frac{(a + \Delta a)^{-n}}{Ca} & -\frac{(a + \Delta a)^{1-n} - a^{1-n}}{Ca^2(1-n)} \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6.4.2 Παραμετρικά Μοντέλα Υπολογισμού της Γήρανσης του Υλικού

6.4.2.1 Μη Γραμμικό Μοντέλο Υπολογισμού της Γήρανσης του Υλικού

Το μοντέλο αυτό υπολογίζει την επιδείνωση των ελαττωμάτων (νέες διαστάσεις της ρωγμής), λόγω της χρήσης ενός εξαρτήματος / υλικού (δηλ. μετά τη πάροδο ορισμένου αριθμού κύκλων καταπόνησης)

Οι γενικές καταστατικές εξισώσεις του μοντέλου θα είναι:

$$x_{k+1} = fa(x_k) + w_k : \begin{bmatrix} a \\ \Delta N \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} f(a, \Delta N) \\ \Delta N \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} w_a \\ w_{\Delta N} \end{bmatrix}_k$$
$$z_k = H \cdot x_k + v_k : \begin{bmatrix} a \\ \Delta N \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ \Delta N \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} v_a \\ v_{\Delta N} \end{bmatrix}_k$$

όπου, η συνάρτηση fa εξαρτάται από το νόμο με τον οποίο θα υλοποιηθεί το μοντέλο.

Οι αρχικές τιμές και οι διασπορές είναι :

$$x_0 = \begin{bmatrix} a_0 \\ \Delta N_0 \end{bmatrix}, p_0 = \begin{bmatrix} p_a & 0 \\ 0 & p_{\Delta N} \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} q_a & 0 \\ 0 & q_{\Delta N} \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} R_a & 0 \\ 0 & R_{\Delta N} \end{bmatrix},$$

και ο πίνακας Fa με τις μερικές παραγώγους θα είναι :

$$Fa = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial a} & \frac{\partial f}{\partial \Delta N} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Η τελική μορφή εξαρτάται από τον νόμο με τον οποίο θα υλοποιηθεί η f .

A. Υλοποίηση με το νόμο του Shanley

$$\alpha_{k+1} = [C(1-n)\Delta N + \alpha_k^{1-n}]^{\frac{1}{1-n}}, \quad \delta\eta\lambda.: \quad f(a, \Delta N) = [C(1-n)\Delta N + \alpha^{1-n}]^{\frac{1}{1-n}}$$

οπότε ο πίνακας Fa γίνεται :

$$Fa = \begin{bmatrix} \alpha^{-n} [C(1-n)\Delta N + \alpha^{1-n}]^{\frac{n}{1-n}} & C [C(1-n)\Delta N + \alpha^{1-n}]^{\frac{n}{1-n}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

B. Υλοποίηση με το νόμο του Paris (IP)

$$\alpha_{k+1} = [C(1-n/2)(\Delta SY_c)^n \Delta N + \alpha_k^{1-n/2}]^{\frac{1}{1-n/2}} = f(a, \Delta N)$$

θέτοντας για συντομία $CN = C \Delta N (\Delta SY_c)^n (1-n/2)$ ο πίνακας Fa γίνεται :

$$Fa = \begin{bmatrix} a^{-\frac{n}{2}} \left(a^{1-\frac{n}{2}} + CN \right)^{\frac{n}{2-n}} & C (\Delta SY_c)^n \left(a^{1-\frac{n}{2}} + CN \right)^{\frac{n}{2-n}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Γ. Υλοποίηση με το νόμο του Larsen (IP)

$$\alpha_{k+1} = \alpha_k + \Delta N 10^{C_1 \sinh [C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k}) + C_3] + C_4} = f(a, \Delta N)$$

θέτοντας για συντομία,

$$Ac = \text{Cosh}(C_3 + C_2 Al), \quad As = \text{Sinh}(C_3 + C_2 Al), \quad Al = \text{Log}(\sqrt{a} \Delta SY_c), \quad Es = 10^{C_4 + C_1 As}$$

ο πίνακας Fa γίνεται :

$$Fa = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Es C_1 C_2 \Delta N Ac}{2a} & Es \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6.4.2.2 Παραμετρικό Μοντέλο Υπολογισμού της Γήρανσης του Υλικού

Το μοντέλο αυτό υπολογίζει την επιδείνωση των ελαττωμάτων (νέες διαστάσεις της ρωγμής), λόγω της χρήσης ενός εξαρτήματος / υλικού (δηλ. μετά τη πάροδο ορισμένου αριθμού κύκλων καταπόνησης)

Οι γενικές καταστατικές εξισώσεις του μοντέλου θα είναι:

$$x_{k+1} = fa(x_k) + w_k : \begin{bmatrix} a \\ \Delta N \\ C \\ n \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} f(a, \Delta N, C, n) \\ \Delta N \\ C \\ n \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} w_a \\ w_{\Delta N} \\ w_C \\ w_n \end{bmatrix}_k$$

$$z_k = H \cdot x_k + v_k : \begin{bmatrix} a \\ \Delta N \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ \Delta N \\ C \\ n \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} v_a \\ v_{\Delta N} \end{bmatrix}_k$$

όπου, η συνάρτηση fa εξαρτάται από το νόμο με τον οποίο θα υλοποιηθεί το μοντέλο.

Οι αρχικές τιμές και οι διασπορές είναι :

$$x_0 = \begin{bmatrix} a_0 \\ \Delta N_0 \\ C_0 \\ n_0 \end{bmatrix}, p_0 = \begin{bmatrix} p_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p_{\Delta N} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p_C & p_{nC} \\ 0 & 0 & p_{nC} & p_n \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} q_a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_{\Delta N} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_n \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} R_a & 0 \\ 0 & R_{\Delta N} \end{bmatrix},$$

και ο πίνακας Fa με τις μερικές παραγώγους θα είναι :

$$Fa = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial a} & \frac{\partial f}{\partial \Delta N} & \frac{\partial f}{\partial C} & \frac{\partial f}{\partial n} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Η τελική μορφή εξαρτάται από τον νόμο με τον οποίο θα υλοποιηθεί η f .

A. Υλοποίηση με το νόμο του Shanley

$$\alpha_{k+1} = [C(1-n)\Delta N + \alpha_k^{1-n}]^{\frac{1}{1-n}}, \quad \delta\eta\lambda.: \quad f(a, \Delta N, C, n) = [C(1-n)\Delta N + \alpha^{1-n}]^{\frac{1}{1-n}}$$

οπότε ο πίνακας Fa γίνεται :

$$Fa = \begin{bmatrix} \alpha^{-n} [C(1-n)\Delta N + \alpha^{1-n}]^{\frac{n}{1-n}} & C [C(1-n)\Delta N + \alpha^{1-n}]^{\frac{n}{1-n}} & \Delta N [C(1-n)\Delta N + \alpha^{1-n}]^{\frac{n}{1-n}} & \frac{\partial f}{\partial n} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

όπου,

$$\frac{\partial f}{\partial n} = \frac{[C(1-n)\Delta N + \alpha^{1-n}]^{\frac{n}{1-n}} (-C\Delta N - \alpha^{1-n} \text{Log}(a))}{1-n} + \frac{[C(1-n)\Delta N + \alpha^{1-n}]^{\frac{1}{1-n}} \text{Log}(C(1-n)\Delta N + \alpha^{1-n})}{(1-n)^2}$$

B. Υλοποίηση με το νόμο του Paris (IP)

$$\alpha_{k+1} = [C(1-n/2)(\Delta SY_c)^n \Delta N + \alpha_k^{1-n/2}]^{\frac{1}{1-n/2}} = f(a, \Delta N, C, n)$$

θέτοντας για συντομία $CN = C\Delta N(\Delta SY_c)^n(1-n/2)$ ο πίνακας Fa γίνεται :

$$Fa = \begin{bmatrix} a^{-\frac{n}{2}} \left(a^{1-\frac{n}{2}} + CN \right)^{\frac{n}{2-n}} & C(\Delta SY_c)^n \left(a^{1-\frac{n}{2}} + CN \right)^{\frac{n}{2-n}} & \Delta N(\Delta SY_c)^n \left(a^{1-\frac{n}{2}} + CN \right)^{\frac{n}{2-n}} & \frac{\partial f}{\partial n} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

όπου,

$$\frac{\partial f}{\partial n} = \frac{\left(a^{1-\frac{n}{2}} + CN \right)^{\frac{n}{2-n}} \left(-\frac{1}{2} C\Delta N(\Delta SY_c)^n - \frac{1}{2} a^{1-\frac{n}{2}} \text{Log}(a) + C\Delta N(\Delta SY_c)^n \left(1 - \frac{n}{2} \right) \text{Log}(\Delta SY_c) \right)}{1-n/2} +$$

$$+ \frac{\left(a^{1-\frac{n}{2}} + CN \right)^{\frac{1}{2-n}} \text{Log} \left(a^{1-\frac{n}{2}} + CN \right)}{2(1-n/2)^2}$$

Γ. Υλοποίηση με το νόμο του Larsen (IP)

$$\alpha_{k+1} = \alpha_k + \Delta N 10^{C_1 \sinh[C_2 \log(\Delta SY_c \sqrt{\alpha_k}) + C_3] + C_4} = f(a, \Delta N, C_1, C_2, C_3, C_4)$$

με 4 παραμέτρους, οπότε η καταστατική εξίσωση γίνεται:

$$x_{k+1} = f(x_k) + w_k : \begin{bmatrix} a \\ \Delta N \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} f(a, \Delta a, C_1, C_2, C_3, C_4) \\ \Delta N \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} w_a \\ w_{\Delta N} \\ w_{C_1} \\ w_{C_2} \\ w_{C_3} \\ w_{C_4} \end{bmatrix}_k$$

θέτοντας για συντομία,

$$Ac = \text{Cosh}(C_3 + C_2 Al), \quad As = \text{Sinh}(C_3 + C_2 Al), \quad Al = \text{Log}(\sqrt{a} \Delta SY_c), \quad Es = 10^{C_4 + C_1 As}$$

ο πίνακας Fa γίνεται :

$$Fa = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Es C_1 C_2 \Delta N Ac}{2a} & Es & Es \Delta N As & Es C_1 \Delta N Ac Al & Es C_1 \Delta N Ac & Es \Delta N \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

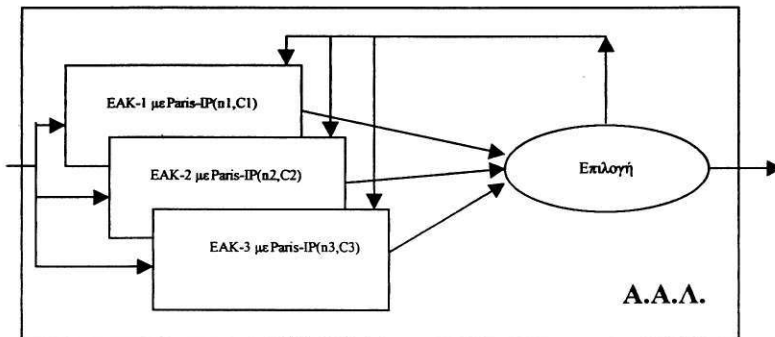
6.4.3 Πολλαπλά Μοντέλα Πρόβλεψης Χρόνου-Ζωής

6.4.3.1 Πολλαπλό Μοντέλο Παραμετρικό από μία Υλοποίηση

Το μοντέλο αυτό υπολογίζει τον χρόνο-ζωής (ή αλλιώς το πλήθος κύκλων καταπόνησης) ενός υλικού μέχρις ότου επέλθει καταστροφική θραύση (δηλ. το μέγεθος μιας ρωγμής να ξεπεράσει συγκεκριμένα όρια).

A. Shanley/Paris-IP, με 3 ζεύγη τιμών παραμέτρων n-C

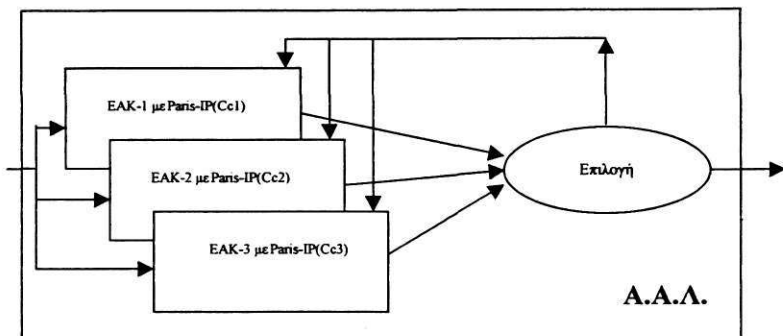
Με βάση το μοντέλο της παραγράφου 6.4.1.1.B, επιλέγουμε 3 ζεύγη τιμών των παραμέτρων n & C και υπολογίζουμε τα αντίστοιχα μοντέλα. Ο Α.Α.Λ θα χρησιμοποιήσει 3 αλγόριθμους Ε.Α.Κ, ένα για κάθε μοντέλο και θα επιλέγει το συνδυασμό που εκτιμά καλύτερα την κατάσταση, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 6.2: Σχηματική αναπαράσταση του πολλαπλού μοντέλου 6.4.3.1.A με τον αλγόριθμο Α.Α.Λ.

B. Shanley/Paris-IP/Larsen, με n-fixed & 3 τιμές παραμέτρου C

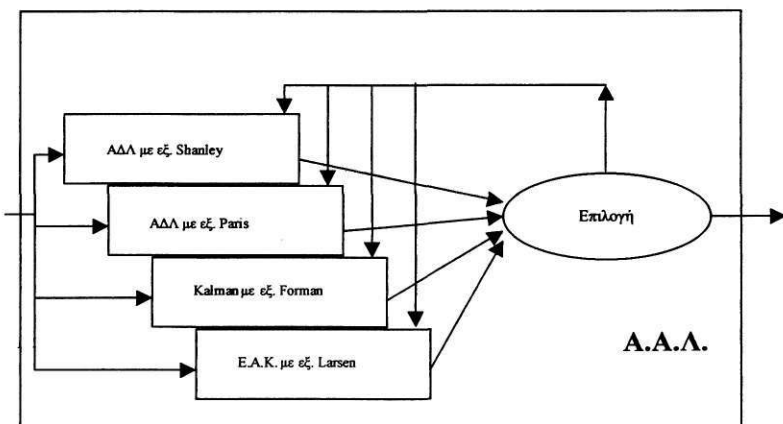
Με βάση το μοντέλο των παραγράφων 6.4.1.1.A & 6.4.1.3, επιλέγουμε 3 τιμές της παραμέτρου C & Cc και υπολογίζουμε τα αντίστοιχα μοντέλα. Ο Α.Α.Λ θα χρησιμοποιήσει 3 αλγόριθμους Ε.Α.Κ, ένα για κάθε μοντέλο και θα επιλέγει το συνδυασμό που εκτιμά καλύτερα την κατάσταση, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 6.3: Σχηματική αναπαράσταση του πολλαπλού μοντέλου 6.4.3.1.B με τον αλγόριθμο Α.Α.Λ.

6.4.3.2 Πολλαπλό Μοντέλο Επιλογής Βέλτιστης Υλοποίησης

Με βάση τα γραμμικά λογαριθμικά μοντέλα του κεφαλαίου, επιλέγουμε ένα για κάθε νόμο ή υλοποίηση νόμου, και προσαρμόζουμε στο καθένα ένα γραμμικό αλγόριθμο (Kalman ή Α.Δ.Λ). Ο Α.Α.Λ θα χρησιμοποιήσει τους αλγόριθμους και τις εκτιμήσεις τους με βάση τα λογαριθμισμένα δεδομένα, για να επιλέξει το νόμο που εκτιμά καλύτερα την κατάσταση. Η όλη εργασία μπορεί να πραγματοποιηθεί με το μέσο όρο όλων των πειραμάτων ή ανά πείραμα καθώς εξελίσσεται το φαινόμενο.



Σχήμα 6.4: Σχηματική αναπαράσταση του πολλαπλού μοντέλου 6.4.3.2 με τον αλγόριθμο Α.Α.Λ.

6.5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκαν και αναλύθηκαν τα μοντέλα διάδοσης ρωγμών που θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια για την περιγραφή και κυρίως για την πρόβλεψη του φαινομένου.

Τα μοντέλα είναι όπως είδαμε δύο ειδών, εσωτερικά και εξωτερικά. Τα εσωτερικά ημιεμπειρικά μοντέλα περιγράφουν την εσωτερική δομή του συστήματος, ακόμη και μέρη που δεν μπορούμε να παρατηρήσουμε απ' ευθείας ενώ τα εξωτερικά μοντέλα περιγράφουν μόνο την σχέση εισόδου /εξόδου του συστήματος.

Ο υπολογισμός και η μελέτη των εξωτερικών μοντέλων ARMA, που περιγράφουν το φαινόμενο χωρίς την γνώση των εσωτερικών του λειτουργιών, θα γίνει στο επόμενο κεφάλαιο 7.

Ο υπολογισμός και η μελέτη των εσωτερικών ημι-εμπειρικών μοντέλων θα γίνει στο κεφάλαιο 8, με τη χρήση βασικών μεθόδων εκτίμησης.

Ο υπολογισμός και η μελέτη των εσωτερικών ημι-εμπειρικών μοντέλων που διατυπώνονται στην μορφή εξισώσεων χώρου κατάστασης (State-Space), θα γίνει στο κεφάλαιο 9, με τη χρήση προηγμένων και μη-γραμμικών μεθόδων εκτίμησης.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 : ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΤΗΣ ΡΩΓΜΗΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ARIMA ΜΟΝΤΕΛΩΝ

7.1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό εξετάζεται η συμπεριφορά των μοντέλων ARIMA, που προτάθηκαν στο Κεφάλαιο 6, εφαρμόζοντάς τα σε πραγματικά δεδομένα. Η μελέτη τους αρχίζει με τον προσδιορισμό της τάξης του μοντέλου, συνεχίζει με την ταυτοποίηση των παραμέτρων και τελειώνει με την εξέταση των δυνατοτήτων πρόβλεψης νέων δεδομένων και αναπαραγωγής παλαιότερων.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιούνται είναι τα πειραματικά αποτελέσματα καταπόνησης δοκιμίων του Virkler et al., τα οποία διατέθηκαν από τον καθηγητή B. M. Hillberry του πανεπιστημίου Purdue (USA).

7.2 Τα υπό Εξέταση ARMA Μοντέλα

Όπως είδαμε στο Κεφάλαιο 6, δύο τύποι μοντέλων ARMA έχουν επιλεγεί για την μοντελοποίηση του φαινομένου της διάδοσης ρωγμών. Ο πρώτος είναι ένα ARIMA μοντέλο της μορφής:

$$\phi_p(B)\nabla^d N_\alpha = \theta_q(B)u_\alpha \quad (7.1)$$

και ο δεύτερος ένα μη-γραμμικό πολλαπλασιαστικό μοντέλο ARIMA (Seasonal) της μορφής:

$$\phi_p(B)\Phi_p(B^s)\nabla^d \nabla_s^D N_A = \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)u_A \quad (7.2)$$

όπου,

N_α = αριθμός κύκλων για διάσταση ρωγμής ("χρονική στιγμή") α (ή A),

u = λευκή στοχαστική διαδικασία με κανονική κατανομή, μέσο όρο 0 και διασπορά σ_u ,

$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$ (AR τελεστής),

$\theta_q(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$ (MA τελεστής),

B = τελεστής καθυστέρησης, ορίζεται σαν $B^s N_\alpha = N_{\alpha-s}$,

∇ = τελεστής διαφοράς, ορίζεται σαν: $\nabla N_\alpha = N_\alpha - N_{\alpha-1}$, και ισοδυναμεί με $1 - B$,

$\nabla_s = 1 - B^s$, ($= N_\alpha - N_{\alpha-s}$),

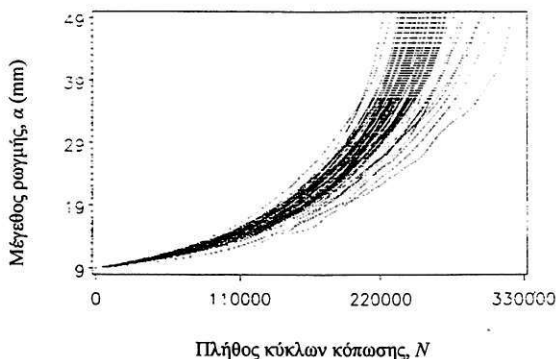
$\Phi_p(B^s)$ & $\Theta_Q(B^s)$ = πολυώνυμα του B^s βαθμού P και Q αντίστοιχα.

Η τάξη του κάθε μοντέλου θα επιλεγεί βάσει των κριτηρίων AIC και SBC που εξηγήθηκαν στο Κεφάλαιο 6.

7.3 Μορφοποίηση των Πειραματικών Δεδομένων

Τα πειραματικά δεδομένα που θα χρησιμοποιηθούν για την πιστοποίηση των μοντέλων είναι τα αποτελέσματα της εργασίας του Virkler [3] που παρουσιάζονται στο Σχήμα 7.1. Αναλυτικά στοιχεία και πλήρης περιγραφή των δεδομένων ευρίσκεται στο Κεφάλαιο 4.

Λόγω του τρόπου μέτρησης τα δεδομένα αυτά δεν είναι ισαπέχοντα στο χρόνο, όπως θα ταίριαζε με μία χρονοσειρά, ώστε ο χρόνος να αντιστοιχεί στο πλήθος των κύκλων κόπωσης N . Αντίθετα έχουν σταθερό βήμα στην μέτρηση της διάστασης της ρωγμής. Με σκοπό λοιπόν την διατήρηση των αρχικών δεδομένων η απλούστερη λύση είναι η αλλαγή του ρόλου των μεταβλητών έτσι ώστε να θεωρηθεί η διάσταση της ρωγμής a σαν ανεξάρτητη μεταβλητή ("χρόνος") και το πλήθος των κύκλων η εξαρτημένη της οποίας μελετάμε την συμπεριφορά. Αυτή η αλλαγή οπτικής γωνίας ταιριάζει απόλυτα και με την κριτική ανάλυση των νόμων διάδοσης ρωγμών της [12] καθώς επίσης και της [13] όπου φαίνεται απόλυτα φυσική η μοντελοποίηση του πλήθους κύκλων κόπωσης σαν τυχαία μεταβλητή.

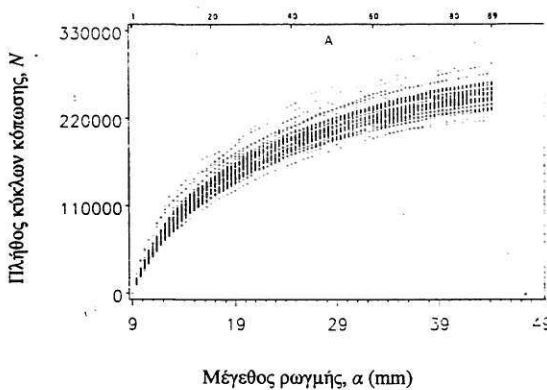


ΣΧΗΜΑ 7.1: Διάδοση ρωγμών σε πειραματικά δοκίμια τύπου CC (Virkler).

Από το σύνολο των πειραματικών δεδομένων θα χρησιμοποιηθούν για κάθε πείραμα οι μετρήσεις που αντιστοιχούν σε σταθερό βήμα $\Delta a = 0.40$ mm αρχίζοντας από $a_0 = 9$ mm. Τα τελευταία επτά σημεία κάθε καμπύλης δεν λαμβάνονται υπ' όψιν καθώς αντιστοιχούν σε διαφορετικό βήμα (0.80 mm) και δεν προσφέρουν επιπλέον

πληροφορία για την μελέτη της ρωγμής και του μοντέλου. Έτσι, καταλήγουμε σε ένα σύνολο δεδομένων που αποτελείται από 68 καμπύλες με 89 ισαπέχοντα σημεία η κάθε μια.

Η νέα μορφή των δεδομένων φαίνεται στο Σχήμα 7.2. Οι διαστάσεις των ρωγμών αντιστοιχούν αμφιμονοσήμαντα στον αύξοντα αριθμό της μέτρησης, δηλαδή, το σημείο υπ' αριθμόν 1 αντιστοιχεί στην διάσταση $\alpha = 9$ mm, το σημείο υπ' αριθμόν 2 αντιστοιχεί στην διάσταση $\alpha = 9.4$ mm, ...κοκ., και τέλος το σημείο υπ' αριθμόν 89 αντιστοιχεί στην διάσταση $\alpha = 44.2$ mm.



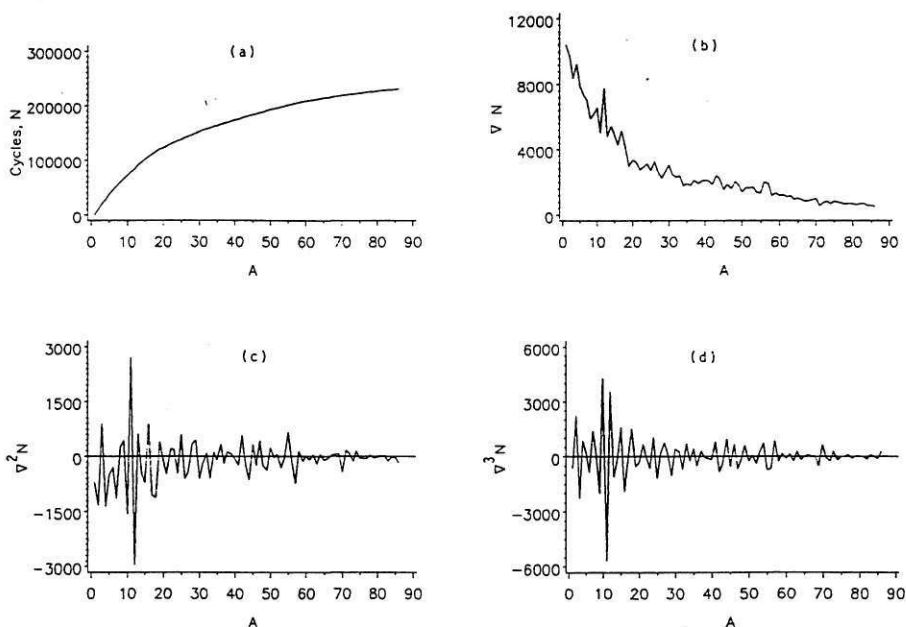
ΣΧΗΜΑ 7.2: Τροποποιημένη παρουσίαση των δεδομένων του σχήματος 7.1 για λόγους μορφοποίησης (Αλλαγή αξόνων και αραιότερη δειγματοληψία).

7.4 Εφαρμογή του Βασικού Μοντέλου ARIMA

Ο προσδιορισμός του μοντέλου της εξίσωσης (7.1) γίνεται σε 3 βήματα όπως τα περιγράψαμε στο Κεφάλαιο 6.

7.4.1 Βήμα 1: Προσδιορισμός της Τάξης του Μοντέλου.

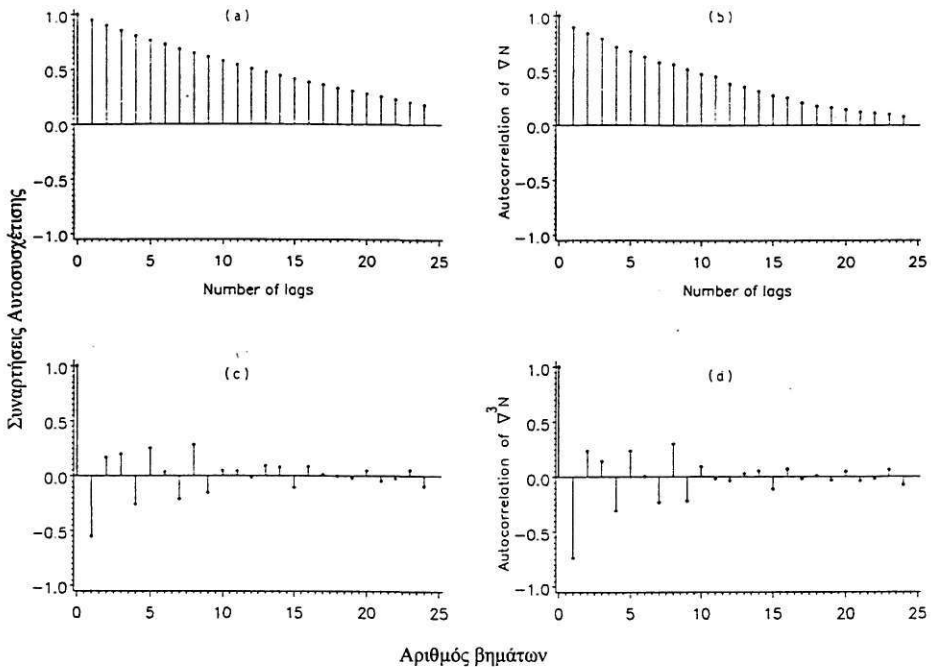
Σ' αυτό το βήμα γίνεται ο προσδιορισμός των παραμέτρων p , d , q του μοντέλου. Η πρώτη παράμετρος που πρέπει να προσδιορίσουμε είναι η d που ορίζει το πλήθος των διαφορών που πρέπει να εφαρμοστούν στα δεδομένα ώστε να παρουσιάζουν στάσιμα χαρακτηριστικά. Ξεκινώντας κατ' αρχάς με μία από τις καμπύλες του Σχήματος 7.2 σχηματίζουμε τις τρεις πρώτες διαφορές της (∇ , ∇^2 , ∇^3), και ελέγχουμε την στασιμότητα των καμπυλών που προκύπτουν. Στο Σχήμα 7.3 περιέχονται η πρωτότυπη καμπύλη (a), η πρώτη (b), η δεύτερη (c), και η τρίτη (d) διαφορά της.



ΣΧΗΜΑ 7.3: Η αρχική καμπύλη (N), η πρώτη (∇N), η δεύτερη ($\nabla^2 N$), και η τρίτη ($\nabla^3 N$) διαφορά της για το πρώτο από τα πειράματα.

Παρατηρούμε ότι η δεύτερη διαφορά $\nabla^2 N$ αρχίζει να δείχνει μία στάσιμη συμπεριφορά, αλλά τελικά η τρίτη $\nabla^3 N$ είναι που ικανοποιεί καλύτερα τις απαιτήσεις του μοντέλου, καθώς έχει σαφώς μέσο όρο μηδέν και διακύμανση σε όλο το μήκος της. Έτσι η παράμετρος d θα μπορούσε να έχει την τιμή 3.

Η παραπάνω υπόθεση επιβεβαιώνεται με την εξέταση της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης. Για τις καμπύλες των 89 σημείων είναι αρκετό να χρησιμοποιήσουμε παράθυρο μεγέθους 22 σημείων ($\approx 89/4$). Στο Σχήμα 7.4 παρουσιάζονται οι συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης (σ.α.) για κάθε μία από τις καμπύλες του Σχήματος 7.3.

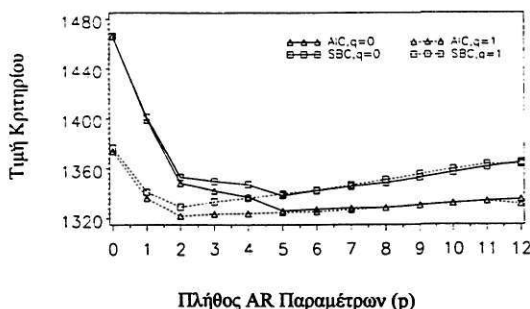


ΣΧΗΜΑ 7.4: Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης για το πρώτο από τα πειράματα και των διαδοχικών διαφορών της.

Φαίνεται λοιπόν καθαρά ότι η σ.α. της καμπύλης N και της πρώτης διαφοράς της ∇N έχουν μη-στάσιμα χαρακτηριστικά. Όμως η δεύτερη $\nabla^2 N$ και ακόμη περισσότερο η τρίτη διαφορά $\nabla^3 N$ δείχνουν έντονα στάσιμα χαρακτηριστικά δηλαδή σβήνουν αρκετά γρήγορα και με εκθετικό ρυθμό. Επιβεβαιώνεται έτσι η επιλογή της παραμέτρου $d = 3$. Επιπλέον, η τελευταία έχει τη μορφή ενός μείγματος εκθετικά αποσβενούμενων

ημίτονων, πράγμα που υποδηλώνει [16] ότι η υπό μελέτη διαδικασία περιέχει και AR και MA μέρος.

Για τον προσδιορισμό των παραμέτρων p και q θα συμβουλευτούμε τα κριτήρια AIC και SBC ενώ ταυτόχρονα για πρακτικούς λόγους θα επιθυμούσαμε ένα q όσο γίνεται μικρότερο. Τα αποτελέσματα των κριτηρίων για τη περιοχή μοντέλων με $d=3$, $p=0...12$, και $q=0...1$, παρουσιάζονται στο Σχήμα 7.5.



ΣΧΗΜΑ 7.5: Συμπεριφορά των κριτηρίων AIC & SBC για το πρώτο πείραμα.

Σύμφωνα με τα AIC και SBC κριτήρια παρουσιάζονται τα εξής ελάχιστα : α) για $q=0$ στο $p=5$, και, β) για $q=1$ στο $p=2$. Το δεύτερο είναι και η απολύτως μικρότερη τιμή των κριτηρίων.

Και τα δύο υποψήφια μοντέλα θα εξεταστούν στα επόμενα βήματα, πριν την τελική επιλογή, η οποία πρέπει να λαμβάνει υπ' όψιν και τις ικανότητες πρόβλεψης που διαθέτουν. Η παραπάνω μελέτη για την τάξη του μοντέλου επαναλήφθηκε για όλες τις καμπύλες των δεδομένων και έδωσε τα ίδια αποτελέσματα.

7.4.2 Βήμα 2: Ταυτοποίηση των Παραμέτρων.

Η εκτίμηση των παραμέτρων γίνεται για κάθε πείραμα και ενδεικτικά οι τιμές των παραμέτρων των δύο μοντέλων για το πρώτο πείραμα συνοψίζονται στον Πίνακα 1. Όλη η αριθμητική εργασία πραγματοποιήθηκε με τη βοήθεια του πακέτου SAS [18] και των σχετικών εργαλείων που διαθέτει για την ταυτοποίηση μοντέλων. Οι μέθοδοι που χρησιμοποιήθηκαν βασίζονται κυρίως στην τυποποίηση των Box & Jenkins [16], και δεν θα αναπτυχθούν λεπτομερώς σ' αυτήν την εργασία.

ΠΙΝΑΚΑΣ 7.1: Τιμές των παραμέτρων των δύο ARIMA μοντέλων για το πρώτο πείραμα.

	ARIMA(5,3,0)		ARIMA(2,3,1)	
	ϕ	θ	ϕ	θ
1	-1.64191	-	-0.92598	0.85170
2	-1.61439	-	-0.44547	-
3	-1.20966	-	-	-
4	-0.85981	-	-	-
5	-0.37683	-	-	-
σ_u	514.6		506.4	
AIC	1326.24		1321.87	
SBC	1338.51		1329.24	

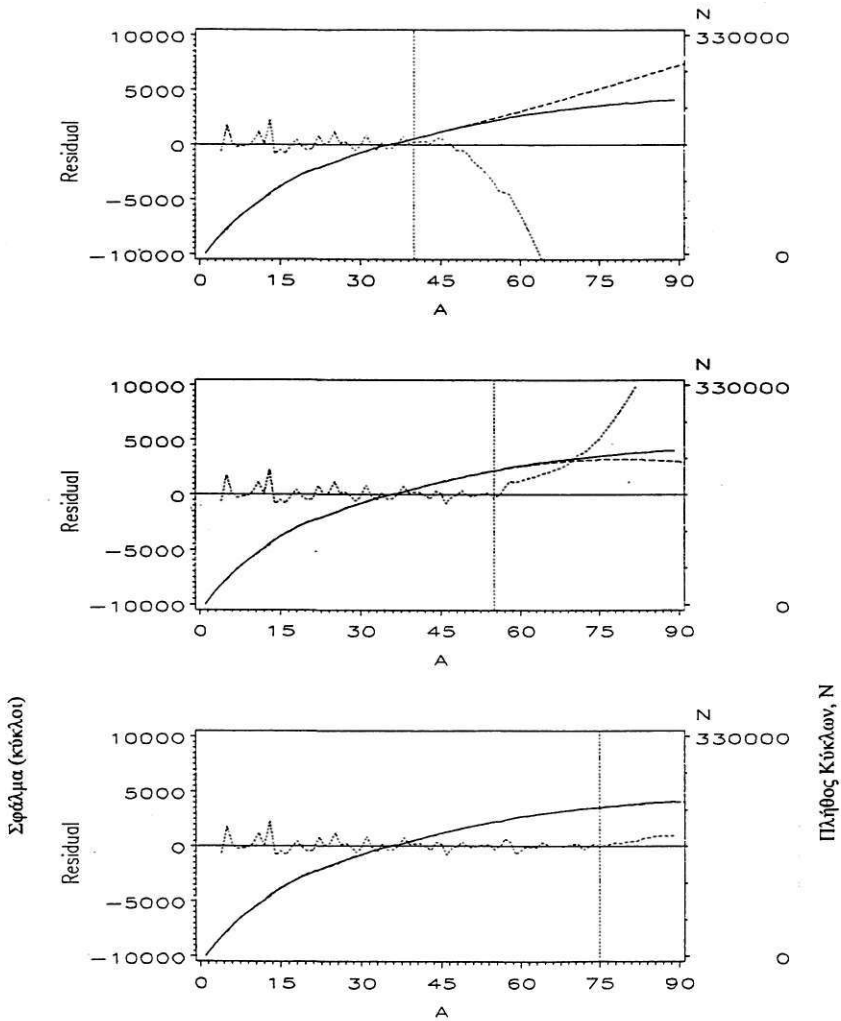
7.4.3 Βήμα 3: Διαγνωστικές Δοκιμές για τον Έλεγχο της Απόδοσης του Μοντέλου

Τα δύο παραπάνω μοντέλα θα ελεγχθούν ως προς τις δυνατότητες πρόβλεψης που διαθέτουν. Συγκεκριμένα θέλουμε να προβλέψουμε τους απαιτούμενους κύκλους κόπωσης N για να φτάσουμε σε ένα τελικό μήκος ρωγμής a_f ξεκινώντας από διαφορετικά αρχικά σημεία A .

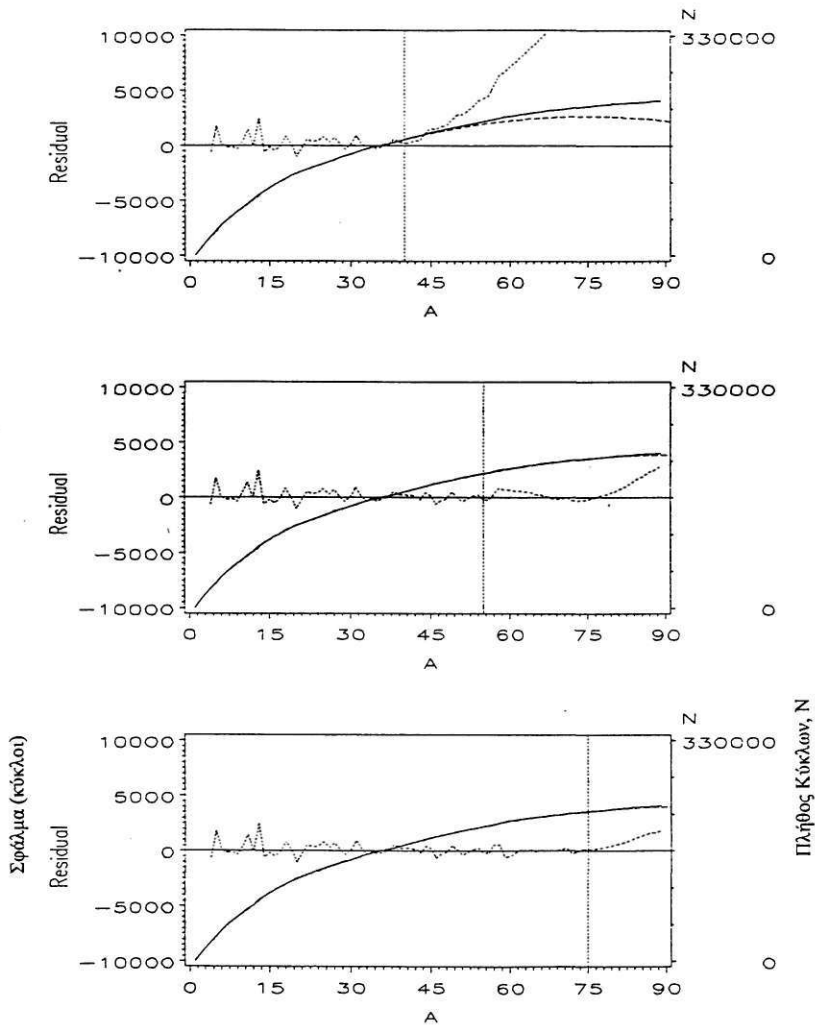
Ο έλεγχος θα πραγματοποιηθεί χρησιμοποιώντας τα μοντέλα που προσδιορίστηκαν για το πρώτο πείραμα, για να προβλεφθεί το ίδιο πείραμα ξεκινώντας από τρία διαφορετικά αρχικά σημεία.

Συγκεκριμένα έχοντας εκτιμήσει το μοντέλο βάσει όλων των μετρήσεων του πειράματος, πηγαίνουμε ξανά στην αρχή, και χρησιμοποιώντας τις πρώτες 40, 55 & 75 μετρήσεις θέλουμε να προβλέψουμε μετά 60, 45 & 25 αντίστοιχα βήματα αύξησης της ρωγμής (οριακή τιμή a_f), πόσοι κύκλοι κόπωσης N απαιτήθηκαν.

Τα Σχήματα 7.6 & 7.7 περιέχουν τα αποτελέσματα της πρόβλεψης για το κάθε μοντέλο. Κάθε γράφημα περιέχει τρεις καμπύλες: τα πραγματικά δεδομένα και η πρόβλεψη αναφέρονται στον δεξί κάθετο άξονα και το σφάλμα (η διαφορά τους) στον αριστερό κάθετο άξονα. Η κάθετη γραμμή υποδηλώνει τη αρχή της πρόβλεψης.



ΣΧΗΜΑ 7.6: Μοντέλο $(p,d,q) = (5,3,0)$. Αποτελέσματα πρόβλεψης για το 1ο πείραμα, αρχίζοντας από τρία διαφορετικά σημεία των δεδομένων.



ΣΧΗΜΑ 7.7: Μοντέλο $(p,d,q) = (2,3,1)$. Αποτελέσματα πρόβλεψης για το 1ο πείραμα, αρχίζοντας από τρία διαφορετικά σημεία των δεδομένων.

Γενικά τα σφάλματα είναι μικρά και όπως αναμενόταν αυξάνουν όσο νωρίτερα ξεκινά η πρόβλεψη. Αλλά ακόμη και σε αυτήν τη περίπτωση η πρόβλεψη για πιο σύντομα διαστήματα (π.χ. 10 βημάτων) είναι πάρα πολύ καλή. Επιπλέον, η πραγματική καμπύλη βρίσκεται πάντοτε μεταξύ των ορίων του 95% της κανονικής κατανομής. Τα όρια αυτά μπορούν να σχεδιαστούν αριστερά και δεξιά της πρόβλεψης αλλά δεν δείχνονται στα διαγράμματα για λόγους ευκρίνειας. Οι προβλέψεις της δεύτερης (55) και τρίτης (75) περίπτωσης δίνουν εξαιρετικά αποτελέσματα, ιδίως όσον αφορά το μοντέλο (2,3,1) όπου δεν διαχωρίζεται η πραγματική καμπύλη από την πρόβλεψή της.

Η παραπάνω συμπεριφορά καθώς και η γενικότερη φιλοσοφία κατασκευής των μοντέλων οδηγούν στην επιλογή του μοντέλου (2,3,1) σαν το πλέον κατάλληλο ARIMA για την περιγραφή του υπό μελέτη φαινομένου.

Η τελική μορφή του μοντέλου ARIMA επομένως θα είναι της μορφής :

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2) \nabla^3 N_\alpha = (1 - \theta_1 B) u_\alpha \quad (7.3)$$

Αναπτύσσοντας τους τελεστές της παραπάνω εξίσωσης παίρνουμε την πλήρη μορφή της εξίσωσης που είναι :

$$N_\alpha = (3 + \phi_1) N_{\alpha-1} + (-3 - 3\phi_1 + \phi_2) N_{\alpha-2} + (1 + 3\phi_1 - 3\phi_2) N_{\alpha-3} + (-\phi_1 + 3\phi_2) N_{\alpha-4} - \phi_2 N_{\alpha-5} + u_\alpha - \theta_1 u_{\alpha-1} \quad (7.4)$$

Για να δώσουμε και συγκεκριμένες τιμές στους συντελεστές χρησιμοποιούμε τις τιμές του Πίνακα 1 που βρέθηκαν για το πρώτο από τα πειράματα και θα έχουμε :

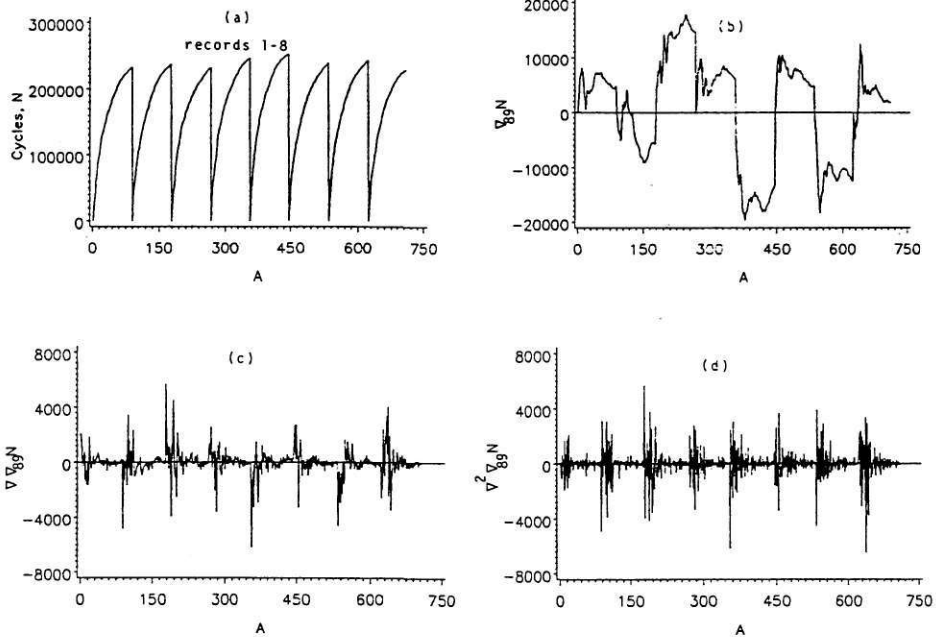
$$N_\alpha = 2.07402 N_{\alpha-1} - 0.66753 N_{\alpha-2} - 0.44153 N_{\alpha-3} - 0.41043 N_{\alpha-4} + 0.44547 N_{\alpha-5} + u_\alpha - 0.85170 u_{\alpha-1} \quad (7.5)$$

Η ύπαρξη πολλών διαφορετικών πειραμάτων συνεπάγεται αντίστοιχα διαφορετικές εκτιμήσεις στις τιμές των παραπάνω συντελεστών. Εκτιμώντας τις τιμές τους για κάθε πείραμα χωριστά και κατασκευάζοντας τα αντίστοιχα ιστογράμματα /κατανομές, μπορεί κανείς να ισχυριστεί ότι το σύνολο των σχετικών δεδομένων αναπαρίσταται με ένα μοντέλο ARMA του οποίου οι συντελεστές είναι τυχαίες μεταβλητές. Παρόλο που μια τέτοια προσέγγιση θα μπορούσε να δώσει καλά αποτελέσματα, Θα φανεί παρακάτω ότι το πολλαπλασιαστικό ARIMA μοντέλο υπερισχύει σημαντικά και αντικαθιστά όποια τυχαιοποίηση ή παραλλαγή του παραπάνω μοντέλου.

7.5 Εφαρμογή του Πολλαπλ/κού Μη-Γραμμικού Μοντέλου ARIMA

Τοποθετώντας τις πειραματικές καμπύλες του Σχήματος 7.2, την μία μετά την άλλη, τότε όλα τα δεδομένα παίρνουν την μορφή μίας σειράς που αποτελείται από 68 συνεχόμενες καμπύλες (Σχήμα 7.8α). Έτσι η πρώτη καμπύλη είναι από το σημείο 1 έως το 89, η δεύτερη από το 90 έως το 178, κοκ. Είναι προφανές ότι θα εμφανίζονται ομοιότητες στη συμπεριφορά των καμπυλών μεταξύ σημείων που απέχουν 89 βήματα. Έτσι μπορούμε να πούμε ότι η σειρά παρουσιάζει μία περιοδική συμπεριφορά με περίοδο $s = 89$.

Τα ίδια βήματα της προηγούμενης παραγράφου θα ακολουθηθούν και εδώ κατά τον προσδιορισμό του πολλαπλασιαστικού μοντέλου (εξίσωση 7.2) ώστε να περιγραφεί σωστά η παραπάνω περιοδική σειρά..



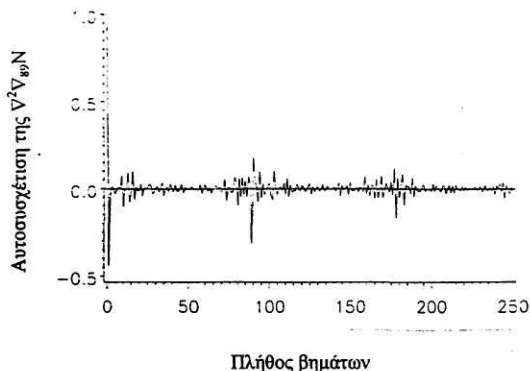
Σχήμα 7.8: Ακολουθιακή παρουσίαση μερικών πειραματικών καμπυλών (a), και των διαδοχικών διαφορών ως προς: το κάθε πείραμα (b), το μήκος της ρωγμής (c, d).

7.5.1 Βήμα 1: Προσδιορισμός της Τάξης του Μοντέλου.

Η τάξη αυτού του πολλαπλασιαστικού μοντέλου είναι $(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$. Από την εμπειρία μας με το προηγούμενο μοντέλο ψάχνουμε για ένα στάσιμο σήμα ανάμεσα

στις διαφορές των αρχικών δεδομένων με $d=[1-3]$ και $D=[0-1]$. Πράγματι μετά από τρεις διαφορές, μία ως προς τη προηγούμενη καμπύλη ($D=1$, $s=89$) και δύο ως προς τα προηγούμενα σημεία ($d=2$), προκύπτει η στάσιμη καμπύλη του Σχήματος 7.8d.

Η καμπύλη $\nabla^2 \nabla_{89} N_A$, διαθέτει στάσιμα χαρακτηριστικά σαφώς ανώτερα από εκείνα του Σχήματος 7.3(d). Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης που φαίνεται στο Σχήμα 7.9 δείχνει καθαρά την συσχέτιση κάθε 89 βήματα και την εκθετική απόσβεση ενδιάμεσα.



ΣΧΗΜΑ 7.9: Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης της διαφοράς $\nabla^2 \nabla_{89} N_A$.

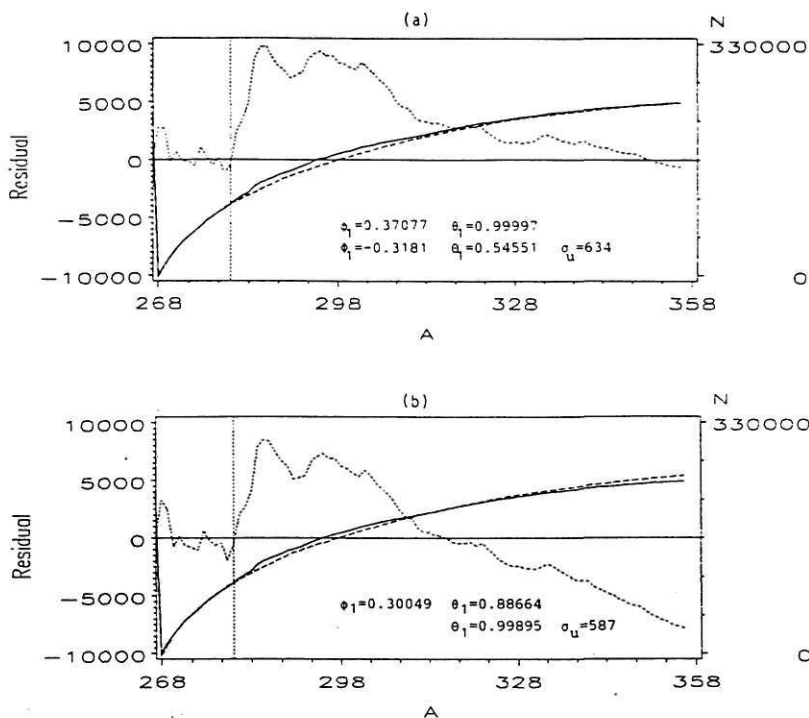
Κατά τον εντοπισμό του πλήθους των παραμέτρων βρέθηκε ότι χρειάζονται λίγες παράμετροι p και q , καθώς και ότι τα P και Q δεν είναι μεγαλύτερα της μονάδος. Μετά από πολλές δοκιμές διαφορετικών συνδυασμών, το μοντέλο με $p=1$, $q=1$, $P=1$, $Q=1$ έδειξε πολύ καλές δυνατότητες πρόβλεψης όπως επίσης και το πιο οικονομικό μοντέλο με $P=0$ (Σχήμα 7.10). Και τα δύο μοντέλα ικανοποιούν τα κριτήρια AIC και SBC, αλλά προτιμήθηκε το δεύτερο για λόγους οικονομίας.

Έτσι η τελική μορφή του πολλαπλασιαστικού μοντέλου γράφεται αναλυτικά σαν:

$$(1 - \varphi_1 B) \nabla^2 \nabla_{89} N_A = (1 - \theta_1 B)(1 - \Theta_1 B^{89}) u_A \quad (7.6)$$

ή, σε ανεπτυγμένη μορφή σαν:

$$\begin{aligned} N_A = & (2 + \varphi_1)N_{A-1} - (1 + 2\varphi_1)N_{A-2} + \varphi_1 N_{A-3} + \\ & + N_{A-89} - (2 + \varphi_1)N_{A-90} + (1 + 2\varphi_1)N_{A-91} + N_{A-92} + \\ & + u_A - \theta_1 u_{A-1} - \Theta_1 u_{A-89} + \theta_1 \Theta_1 u_{A-90} \end{aligned} \quad (7.7)$$



ΣΧΗΜΑ 7.10: Πρόβλεψη του 4ου πειράματος, με τα πολλαπλ/κά μοντέλα:
 $(1,2,1) \times (1,1,1)_{89}$ (a), και $(1,2,1) \times (0,1,1)_{89}$ (b)

7.5.2 Βήμα 2: Ταυτοποίηση των Παραμέτρων.

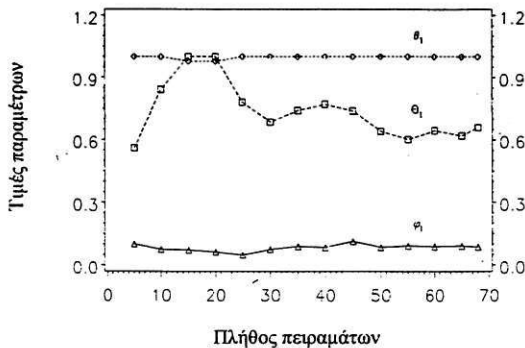
Η εξίσωση (7.7) δείχνει καθαρά ποιοι όροι συνεισφέρουν στην δημιουργία του N_A . Η τρέχουσα καμπύλη με 3 όρους, η προηγούμενη της με 4 όρους, ο τρέχων θόρυβος με δύο όρους και ο θόρυβος της προηγούμενης καμπύλης με 2 όρους. Η παραπάνω εξίσωση αναπαριστά ικανοποιητικά όλα τα δεδομένα διάδοσης ρωγμής που χρησιμοποιήθηκαν για τον προσδιορισμό της.

Όμως, η σύνδεση με το προηγούμενο πείραμα δεν έχει κάποια φυσική βάση καθώς η σειρά εκτέλεσης των πειραμάτων είναι τυχαία και δεν υπάρχει σύνδεση της συμπεριφοράς των διαφόρων δοκιμών. Εκείνο που υπάρχει είναι μία κοινή μέση συμπεριφορά και παρόμοιος ρυθμός διάδοσης της ρωγμής σε όλα τα δοκίμια.

Έτσι, είναι πολύ πιο λογικό και κοντά στη φυσική εξήγηση της συνάφειας των πειραμάτων, να αντικατασταθεί η "προηγούμενη" καμπύλη από την "μέση καμπύλη" όλων των μέχρι στιγμής γνωστών αποτελεσμάτων. Ταυτόχρονα συμπιέζουμε έτσι και τον όγκο των προηγούμενων δεδομένων σε μία μόνο καμπύλη, η οποία περιγράφει τη μέση συμπεριφορά του υλικού αγνοώντας τις τυχαίες τοπικές διακυμάνσεις.

Επιπλέον, θα πρέπει η ταυτοποίηση των παραμέτρων να είναι όσον το δυνατόν πιο ανεξάρτητη του της σειράς των πειραμάτων. Όπως φαίνεται και στο Σχήμα 7.11, η τιμές των παραμέτρων μεταβάλλονται ανάλογα με το πλήθος των δεδομένων που χρησιμοποιούνται για την εκτίμησή τους. Παρατηρείται όμως ότι όσο αυτά αυξάνουν, οι παράμετροι συγκλίνουν σε ορισμένες τιμές. Λαμβάνοντας υπ' όψιν το σύνολο των δεδομένων, 68 καμπύλες, οι τιμές των παραμέτρων είναι:

$$\varphi_1 = 0.08544, \theta_1 = 0.99999 \approx 1, \text{ και, } \Theta_1 = 0.65878, \text{ ενώ το } \sigma_u = 1861.$$



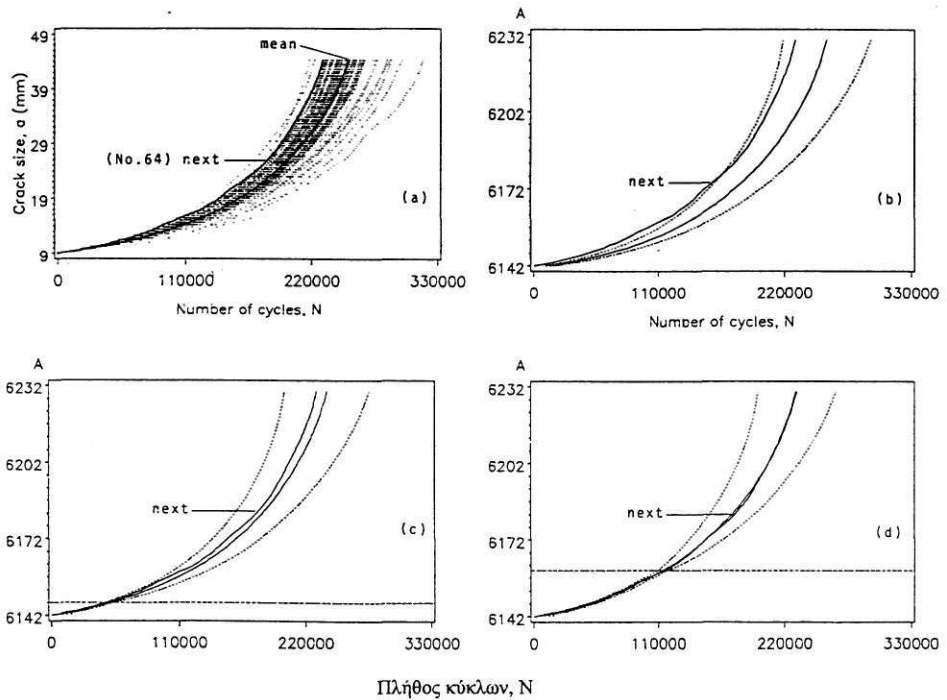
ΣΧΗΜΑ 7.11: Σύγκλιση των παραμέτρων του πολλαπλ/κού μοντέλου $(1,2,1) \times (0,1,1)_{89}$ για τα 68 πειράματα.

7.5.3 Βήμα 3: Διαγνωστικές Δοκιμές για τον Έλεγχο της Απόδοσης του Μοντέλου

Η απόδοση του μοντέλου φαίνεται καθαρά με το παρακάτω παράδειγμα. Έστω ότι ένα νέο δοκίμιο υποβάλλεται σε καταπόνηση και η "άγνωστη" καμπύλη του είναι αυτή που δηλώνεται στο Σχήμα 7.12α σαν "hexi". Σαν νέα καμπύλη επιλέχθηκε η υπ' αριθμόν 64 η οποία αποτελεί και ακραία περίπτωση, αρκετά διαφορετική από την μέση συμπεριφορά του δείγματος ("mean") που αποτελεί και την μόνη a-priori γνώση μας.

Η a-priori πληροφορία που διαθέτουμε επιτρέπει και μία a-priori πρόβλεψη της συμπεριφοράς του επομένου δοκιμίου (Σχήμα 7.12b). Η πρόβλεψη αυτή δεν είναι άλλη από τη μέση καμπύλη και την Gaussian κατανομή της οποίας τα όρια του 95% φαίνονται επίσης στο Σχήμα 7.12a. Παρατηρούμε ότι η καμπύλη που επλέξαμε μετά βίας εμπίπτει στα όρια αυτά a-priori.

Επαναλαμβάνοντας την διαδικασία αφού όμως έχουμε μερικές από τις νέες μετρήσεις στη διάθεσή μας, η πρόβλεψη μετακινείται σταδιακά προς την πραγματική καμπύλη. Συγκεκριμένα, στο Σχήμα 7.12c φαίνεται η μικρή διαφορά της πραγματικής καμπύλης από την πρόβλεψη έχοντας μόνο το 5% των μετρήσεων, ενώ στο Σχήμα 7.12d όπου γνωρίζουμε το 20% οι δύο καμπύλες πρακτικά ταυτίζονται. Επιπλέον το εύρος της κατανομής στενεύει αυξάνοντας την πιστότητα της τελικής πρόβλεψης.



Πλήθος κύκλων, N

ΣΧΗΜΑ 7.12: a) Οι πειραματικές καμπύλες με το μέσο όρο τους (mean) και το επόμενο προς εκτίμηση 64ο πείραμα (next). b) Η a-priori πρόβλεψη για το επόμενο πείραμα. c) Η πρόβλεψη έχοντας το 5% των μετρήσεων. d) η πρόβλεψη έχοντας το 20% των μετρήσεων.

Επομένως παρατηρούμε ότι το πολλαπλασιαστικό μοντέλο της εξίσωσης (7.6) με τις τρεις μόνον παραμέτρους αναπαράγει και προβλέπει εκκληκτικά καλά τις καμπύλες διάδοσης των ρωγμών. Η ικανότητά του οφείλεται στην δυνατότητα που έχει να αφομοιώνει την βασική συμπεριφορά του όλου φαινομένου.

Για να λειτουργήσει το μοντέλο αυτό σωστά χρειάζεται να έχει τις 3 πρώτες μετρήσεις της νέας καμπύλης και την προηγούμενη ή τον μέσο όρο όλων των προηγούμενων καμπυλών (89 σημεία). Ενθυμίζουμε ότι το μοντέλο της προηγούμενης παραγράφου χρησιμοποιεί μόνο τις 5 προηγούμενες μετρήσεις της νέας καμπύλης.

7.6 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Οι ARMA διαδικασίες και τα μοντέλα τους που παρουσιάστηκαν στο Κεφάλαιο 6 χρησιμοποιήθηκαν για την πρόβλεψη του χρόνου ζωής ενός υλικού (πλήθος κύκλων κόπωσης) μέχρις ότου δημιουργηθούν καταστροφικά ελαττώματα (οριακή τιμή της διάστασης της ρωγμής). Τα μοντέλα δοκιμάστηκαν με πραγματικά δεδομένα που προέρχονται από τα πειράματα των Virkler et al. [].

Διαπιστώθηκε ότι ένα απλό πείραμα αναπαράγεται ικανοποιητικά από μία ARIMA διαδικασία τάξεως $(p, d, q) = (2, 3, 1)$. Η ποιότητα των προβλέψεων εξαρτάται από το σημείο έναρξης. Νωρίς επιτρέπονται μόνο σύντομες προβλέψεις ενώ όσο προχωρούμε αργότερα οι προβλέψεις βελτιώνονται χωρίς περιορισμούς. Εν συνεχεία διαπιστώθηκε ότι το, μη-γραμμικό, πολλαπλασιαστικό ARIMA αναπαριστά ολόκληρο το πακέτο των δεδομένων περισσότερο από ικανοποιητικά. Το μοντέλο αυτό είναι της τάξεως $(p, d, q) \times (P, D, Q) = (1, 2, 1) \times (0, 1, 1)_{g9}$, και διαπιστώθηκε ότι διαθέτει εξαιρετικές ικανότητες αναπαραγωγής των δεδομένων και πρόβλεψης των νέων πειραμάτων.

Κατασκευάστηκε λοιπόν μία νέα οικογένεια μοντέλων που αναπαριστούν πολύ ικανοποιητικά το φαινόμενο της διάδοσης ρωγμών, όντας ταυτόχρονα συμπαγή, εύχρηστα και απλά στην εφαρμογή. Είναι ιδιαίτερα χρήσιμα σε πρακτικές εφαρμογές όπου μας προσφέρουν ανανεωμένες προβλέψεις για την εναπομένονσα ζωή των υλικών κατόπιν περιοδικών ελέγχων.

Περαιτέρω έρευνα στο θέμα αυτό μπορεί να κατευθυνθεί στην απόδοση φυσικής σημασίας στις διαφόρους παραμέτρους και στην μεταφορά τους σε διαφορετικές συνθήκες περιβάλλοντος [14, 20]. Επίσης η απόδοσή των μοντέλων θα μπορούσε να βελτιωθεί (σε βάρος της απλότητας φυσικά) αν εφαρμοστούν, μη γραμμικές μετατροπές στα δεδομένα [21] που να τα κάνουν πιο στάσιμα ή ειδικοί ARMA αλγόριθμοι [22-24] για μη στάσιμες διαδικασίες.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8 : ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΤΗΣ ΡΩΓΜΗΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΩΝ ΗΜΙΕΜΠΕΙΡΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΒΑΣΙΚΩΝ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ

8.1 Εισαγωγή

Στο Κεφάλαιο 6 παρουσιάστηκαν τα αντιπροσωπευτικά ημιεμπειρικά μοντέλα διατυπωμένα σε τρεις μορφές, την λογαριθμική, την αναδρομική και την ολοκληρωμένη.

Η λογαριθμική είναι η πιο συνηθισμένη μορφή των μοντέλων, καθώς απλοποιεί αρκετά τις εξισώσεις ώστε να είναι ανεκτή η χρήση γραμμικών μεθόδων. Όμως, τα πιο πολύπλοκα αναδρομικά (ή τα ολοκληρωμένα, αν υπάρχουν) μοντέλα παρουσιάζουν ιδιαίτερο ερευνητικό ενδιαφέρον γιατί είναι αυτά που τελικά χρησιμοποιούνται για την αναδημιουργία του φαινομένου και την πρόβλεψή του.

Στο παρόν κεφάλαιο θα χρησιμοποιηθούν τα δεδομένα του Virkler για τον προσδιορισμό (ταυτοποίηση) των παραμέτρων όλων των παραπάνω μορφών των μοντέλων. Ο προσδιορισμός τους θα γίνει με δύο μεθόδους, την τυποποιημένη των Γραμμικών Ελαχίστων Τετραγώνων (ΓΕΤ) και την γενικευμένη των Μη-Γραμμικών Ελαχίστων Τετραγώνων (ΜΓΕΤ).

Σκοπός της σύγκρισης είναι η αξιολόγηση των διαφόρων συνδυασμών μεθόδου-μοντέλου και ο προσδιορισμός του ακριβέστερου που αναπαριστά το φαινόμενο με το μικρότερο σφάλμα.

Εκτός από τη διαπίστωση της καταλληλότητας και της απόδοσης των προτεινομένων μεθόδων, τα αποτελέσματα αυτά θα χρησιμοποιηθούν σαν δεδομένα ή αρχικές συνθήκες για τις μεθόδους του Κεφαλαίου 9.

8.1.1 Τα Μοντέλα

Τα επιλεγμένα μοντέλα που παρουσιάστηκαν αναλυτικά στο Κεφάλαιο 6 αναφέρονται επιγραμματικά στον παρακάτω πίνακα και χωρίζονται σε τρεις κύριες κατηγορίες:

- Τα μοντέλα 1-6 που αποτελούν απλοποιημένες διατυπώσεις του φαινομένου της διάδοσης ρωγμών.
- Τα μοντέλα 7-11 που ανήκουν στις πλέον διαδεδομένες μορφές.
- Τα μοντέλα 12-15 τα οποία είναι ιδιαίτερα μη-γραμμικά και αποκλείουν τη χρήση των γραμμικών τυποποιημένων μεθόδων.

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.1.1

	Εξίσωση	Μορφή	Μοντέλο	Σημειώσεις
1	Shanley	Λογαρ.	Slog1	Απλοποιημένη μορφή, δεν χρησιμοποιεί το ΔΚ και ολοκληρώνεται άμεσα. Η λογαριθμική μορφή είναι γραμμική.
2		Αναδρ.	Srec1N	
3		Ολοκλ.	Sint1N	
4	Paris IP	Λογαρ.	Plog1	Η εξίσωση για άπειρη επιφάνεια, $\Delta K = \text{σταθ.}$ συμπεριφέρεται όπως ο νόμος του Shanley. Η λογαριθμική μορφή είναι γραμμική.
5		Αναδρ.	Prec1N	
6		Ολοκλ.	Pint1N	
7	Paris CC	Λογαρ.	Plog2	Η εξίσωση για δοκίμια CC, $\Delta K = f(a)$, είναι η πλέον διαδεδομένη μορφή. Δεν ολοκληρώνεται χωρίς προσεγγίσεις. Δύο περιπτώσεις A (L1) & B (L2) μελετώνται. Η λογαριθμική μορφή είναι γραμμική.
8		Αναδρ.-A	Prec2N	
9		Αναδρ.-B	Prec2bN	
10		Ολοκλ.-A	Pint2N	
11		Ολοκλ.-B	Pint2bN	
12	Larsen IP	Λογαρ.	Llog1	Η εξίσωση για άπειρη επιφάνεια, $\Delta K = \text{σταθ.}$ όλες οι μορφές της εξίσωσης είναι Μη-Γραμμικές.
13		Αναδρ.	Lrec1N	
14	Larsen CC	Λογαρ.	Llog2	Η εξίσωση για δοκίμια CC, $\Delta K = f(a)$, όλες οι μορφές της εξίσωσης είναι Μη-Γραμμικές.
15		Αναδρ.	Lrec2N	

Επιπλέον, το κάθε μοντέλο αντιμετωπίζεται με δύο τρόπους: α) σαν πλήρες, δηλ με όλες τις παραμέτρους του (2 ή 4) άγνωστες, και β) σαν μειωμένο με τις μισές παραμέτρους γνωστές και σταθερές (1 ή 2) από προηγούμενη εκτίμηση, και τις άλλες μισές άγνωστες. Η ταυτοποίηση των αγνώστων αυτών παραμέτρων γίνεται με τις μεθόδους που παρουσιάζουμε παρακάτω.

8.1.2 Οι Μέθοδοι

8.1.2.1 Η Γραμμική (ΓΕΤ) και Τυποποιημένη Μέθοδος ASME

Χαρακτηριστικό της είναι η χρήση της Γραμμικής μεθόδου των Ελαχίστων Τετραγώνων (ΓΕΤ) για τον προσδιορισμό των παραμέτρων του Λογαριθμικού μοντέλου του νόμου του Paris. Επιπλέον απαιτεί και τον μετασχηματισμό των δεδομένων $a-N$ σε λογαριθμική μορφή και δεν δίνει τη δυνατότητα χρήσης άλλων συνδυασμών μεθόδων-μοντέλων.

Η τυποποιημένη μέθοδος θεωρεί κατ' αρχάς τα δεδομένα σαν ένα νέφος σημείων και προσδιορίζει ένα ζευγάρι τιμών (n , $\text{Log}C$) που ορίζει και την ευθεία των Ελαχ.Τετρ. (Πλήρες Μοντέλο). Εν συνεχεία διατηρώντας σταθερό το n υπολογίζει ξανά το $\text{Log}C$ για κάθε ένα σημείο (Μειωμένο Μοντέλο). Διακρίνουμε λοιπόν δύο περιπτώσεις: τις A1 & A2 αντίστοιχα για τα δύο είδη μοντέλου.

Με την χρήση της τυποποιημένης μεθόδου καταλήγουμε σε ένα ζευγάρι μέσων τιμών για τα n & C και σε μία κατανομή για το C . Το n θεωρείται σταθερό, η δε κατανομή για το C δεν διακρίνει ιδιαιτερότητες μεταξύ των πειραμάτων ή τυχόν μεταβολές του μέσα στο ίδιο πείραμα, αλλά τα τοποθετεί όλα μαζί.

Επέκταση της Τυποποιημένης Μεθόδου

Για να πετύχουμε πιο χρήσιμα και συγκρίσιμα αποτελέσματα θα χρησιμοποιήσουμε, σαν δεύτερο βήμα, τη μέθοδο χωριστά για κάθε ένα από τα 68 πειράματα του Virkler. Εδώ διακρίνουμε πάλι δύο περιπτώσεις: τις A3 & A4 κατά τα πρότυπα των προηγούμενων, δηλ. η δεύτερη εκτίμηση γίνεται θεωρώντας το n σταθερό και ίσο με τον Μέσο Όρο της πρώτης.

Τα αποτελέσματα που προκύπτουν είναι πλέον απ' ευθείας συγκρίσιμα και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την αναδημιουργία των πειραματικών δεδομένων κατά την προσομοίωση και πρόβλεψη.

Όμως, η λογαριθμική μορφή των μοντέλων δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την προσομοίωση του φαινομένου. Έτσι πρέπει να καταφύγουμε στην αναδρομική ή ολοκληρωμένη μορφή του εκάστοτε νόμου για την πρόβλεψη του φαινομένου. Αυτό όμως συνεπάγεται, την εφαρμογή των παραμέτρων που εκτιμήθηκαν για το λογαριθμικό μοντέλο, στο διαφορετικό αναδρομικό ή ολοκληρωμένο μοντέλο και συνεπώς την αύξηση της ανακρίβειας της μεθόδου που θα το απαιτεί.

8.1.2.2 Η Μη-Γραμμική Μέθοδος

Καθώς η μετέπειτα αναπαράσταση του φαινομένου θα απαιτεί τη χρήση των αναδρομικών μοντέλων, φαίνεται πιο λογικό και η εκτίμηση των παραμέτρων να γίνει από αυτά και όχι από τα λογαριθμικά. Τα μοντέλα αυτά όμως είναι μη-γραμμικά και έτσι απαιτείται μια μη-γραμμική μέθοδος εκτίμησης όπως αυτή των Μη-Γραμμικών Ελαχίστων Τετραγώνων (ΜΓΕΤ).

Ο προτεινόμενος αυτός τρόπος επεξεργασίας, εκτός του ότι δεν απαιτεί μετατροπή των δεδομένων, εκτιμά και εν συνεχεία χρησιμοποιεί τις παραμέτρους επάνω στο ίδιο μοντέλο, και, το κυριότερο, επιτρέπει τη εφαρμογή οποιουδήποτε νόμου διάδοσης των ρωγμών.

Η μέθοδος εφαρμόζεται στα αναδρομικά, λογαριθμικά και ολοκληρωμένα μοντέλα, σε δύο βήματα, ένα για κάθε είδος του μοντέλου. Πρώτα για τον προσδιορισμό όλων των παραμέτρων ανά πειραματική καμπύλη, και μετά τον επαναπροσδιορισμό ορισμένων από αυτές, θεωρώντας τις υπόλοιπες (συνήθως τις μισές) σταθερές.

Η μη-γραμμική μέθοδος είναι αναδρομική και απαιτεί μια αρχική τιμή για τις εκτιμώμενες ποσότητες. Η συνηθέστερη αρχική τιμή είναι αυτή που παίρνουμε από την τυποποιημένη μέθοδο.

8.1.3 Οι Συγκρίσεις Απόδοσης

Για κάθε μοντέλο και κάθε υλοποίηση του εφαρμόζονται, εφόσον είναι δυνατόν, και οι δύο μέθοδοι εκτίμησης των παραμέτρων του. Για να αξιολογηθούν τα αποτελέσματα, γίνεται εν συνεχεία προσομοίωση των πειραμάτων και σύγκριση με τα αρχικά δεδομένα. Για τη σύγκριση αυτή λαμβάνονται υπ' όψιν το Μέσο Απόλυτο Σφάλμα (ΜΑΣ) και το Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα (ΜΤΣ) του κάθε συνδυασμού μεθόδου-μοντέλου.

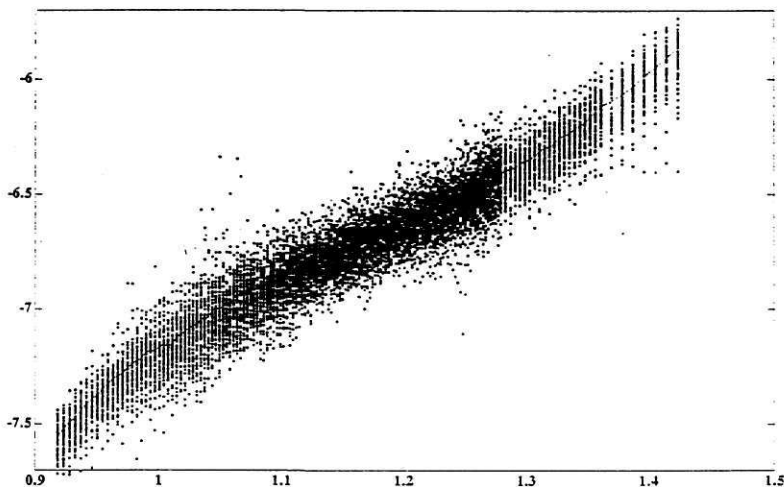
Τα υπολογιζόμενα σφάλματα αυτά είναι δύο ειδών: α) ως προς και τις 68 καμπύλες των δεδομένων (Μ68), και, β) ως προς τον μέσο όρο των δεδομένων (ΜΟ). Το πρώτο που είναι και το κυριότερο, δείχνει την ικανότητα του κάθε συνδυασμού να αναπαράγει με ακρίβεια τα πειραματικά δεδομένα, ενώ το δεύτερο δείχνει την ικανότητα αναπαράστασης της μέσης συμπεριφοράς του φαινομένου.

Ειδικότερα, στην περίπτωση της τυποποιημένης μεθόδου, δεν μπορούμε να αναδημιουργήσουμε όλες τις πειραματικές καμπύλες ώστε να έχουμε κάποιο μέτρο της απόδοσης της μεθόδου. Συγκεκριμένα η περίπτωση Α1 μας δίνει την δυνατότητα προσομοίωσης μόνο του μέσου όρου. Σαν οριακή περίπτωση μπορούμε συγκρίνουμε την μία αυτή καμπύλη με τις 68 πειραματικές. Για τη περίπτωση Α2 δεν γίνονται προσομοιώσεις καθώς δεν μας δίνει κανένα επιπλέον στοιχείο από την Α1. Μπορούμε μόνο να χρησιμοποιήσουμε την κατανομή των τιμών της C για να παράγουμε μία κατανομή πιθανών τελικών ρωγμών. Το τελευταίο γίνεται με Monte-Carlo προσομοίωση, αλλά είναι εκτός των πλαισίων του κεφαλαίου αυτού.

8.2 Ταυτοποίηση των Παραμέτρων των Προτεινομένων Μοντέλων Διάδοσης Ρωγμής

Στο πρώτο αυτό τμήμα του κεφαλαίου παρουσιάζονται τα αποτελέσματα (μέσοι όροι, στατιστικά, διαγράμματα) από την ταυτοποίηση των παραμέτρων των μοντέλων με τα πειραματικά δεδομένα του Virkler.

Η εκτίμηση γίνεται με τη χρήση των μεθόδων των Γραμμικών Ελαχίστων Τετραγώνων (ΓΕΤ) και Μη-Γραμμικών Ελαχίστων Τετραγώνων (ΜΓΕΤ) οι οποίες εφαρμόζονται για τις διάφορες υλοποιήσεις και μορφές των μοντέλων.



ΣΧΗΜΑ 8.2.1: Διάγραμμα με τα λογαριθμισμένα δεδομένα του Virkler ($\log(da/dN)$ vs $\log(\Delta K)$) που χρησιμοποιούνται για τα λογαριθμικά μοντέλα.

8.2.1 Μοντέλο Shanley

8.2.1.1 Συνολικά Αποτελέσματα από τις 68 Καμπύλες Δεδομένων

Γραμμική Μέθοδος (ΓΕΤ)

Το λογαριθμικό μοντέλο υπολογίζει την παράμετρο LogC αντί της C. Όμως, για την περαιτέρω επεξεργασία χρειάζονται οι τιμές της C και πρέπει να υπολογίσουμε τη τιμή του 10^{LogC} . Οι μετατροπές αυτές μας οδηγούν σε διαφορετικούς μέσους όρους και διασπορές για το C. Οι διαφορές στις τιμές οφείλονται στο ότι, ενώ στην περίπτωση A1 απολογαριθμίζουμε μία τιμή, τον μέσο όρο, στην περίπτωση A2 απολογαριθμίζουμε 11,000 τιμές και μετά βρίσκουμε τον μέσο όρο και, τέλος, στις περιπτώσεις A3 & A4 απολογαριθμίζουμε 68 τιμές και μετά βρίσκουμε τον μέσο όρο.

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.2.1
Αποτελέσματα Μοντέλου Shanley - Γραμμική Μέθοδος (ΓΕΤ)

Shanley Λογαρ.	Παράμετροι	Μέσος Όρος Μ.Ο.	Διασπορά	Πλήθος Τιμών	Μοντέλο	Data
<i>Επεξεργασία σαν ένα σύνολο σημείων (Γυκοποιημένη)</i>						
A1	n	1.86009	-	1	Slog1	nCSa1
	LogC	-3.68906	-	1		
	C	0.000204618	-	1		
A2	n(=σταθ.)	1.86009	0	1	Slog1	CSa2
	LogC	-3.68906	0.0117562	~11,000		
	C	0.000211324	3.29015e-9	~11,000		
<i>Επεξεργασία ανά πείραμα</i>						
A3	n	1.8601	1.1247e-002	68	Slog1	nCSa3
	LogC	-3.6891	3.7858e-002	68		
	C	0.000223536	7.9028e-009	68		
A4	n(=σταθ.)	1.8601	0	1	Slog1	CSa4
	LogC	-3.6891	1.1144e-003	68		
	C	0.000205201	2.32896e-10	68		

Μη-Γραμμική Μέθοδος (ΜΓΕΤ)

Η χρήση της μη-γραμμικής μεθόδου (ΜΓΕΤ) στο λογαριθμικό μοντέλο (B1, B2) μας δίνει τα ίδια αποτελέσματα με τα μοντέλα A1, A2 της προηγούμενης παραγράφου, όπως ήταν αναμενόμενο.

Επίσης, όπως και παραπάνω, το λογαριθμικό μοντέλο υπολογίζει την παράμετρο LogC. Όμως, για την περαιτέρω επεξεργασία χρειάζονται οι τιμές της C και πρέπει να υπολογίσουμε τη τιμή του 10^{LogC} . Οι διαφορές στις τιμές οφείλονται στο ότι, στις περιπτώσεις B1 & B2 απολογαριθμίζουμε δύο διαφορετικά σύνολα τιμών (68) που τυχαίνει να έχουν τον ίδιο λογαριθμικό μέσο όρο.

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.2.2

Αποτελέσματα Μοντέλου Shanley - Μη-Γραμμική Μέθοδος (ΜΓΕΤ)

Shanley Λογάρ.	Παράμετροι	Μέσος Όρος Μ.Ο.	Διασπορά	Πλήθος Τιμών	Μοντέλο	Data
B1	n	1.8601	1.1247e-002	68	Slog1	nCsb1
	LogC	-3.6891	3.7858e-002	68		
	C	0.000223536	7.9028e-009	68		
B2	n(=σταθ.)	1.8601	0	1	Slog1	CSb2
	LogC	-3.6891	1.1144e-003	68		
	C	0.000205201	2.32896e-10	68		
Αναδρ.						
C1	n	1.8091	1.3165e-002	68	Srec1N	nCSe1
	C	1.8194e-004	1.1324e-008	68		
	n(=σταθ.)	1.8091	0	1		
C2	C	1.6176e-004	1.1644e-010	68	Srec1N	CSc2
	Ολοκλ.					
D1	n	1.8097	1.3448e-002	68	Sint1N	nCSD1
	C	1.8309e-004	1.2158e-008	68		
	n(=σταθ.)	1.8097	0	1		
D2	C	1.6217e-004	1.1704e-010	68	Sint1N	CSd2

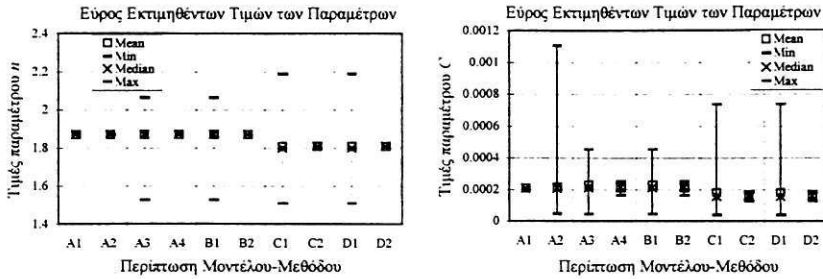
Χρησιμοποιώντας τις δύο τελευταίες μορφές του μοντέλου (C, D) και την μέθοδο των ΜΓΕΤ δεν χρειάζεται να μετασχηματίσουμε τα δεδομένα και φυσικά, εκτιμούμε κατ' ευθείαν την παράμετρο C. Επιπλέον, οι τιμές των n & C θα χρησιμοποιηθούν από τα ίδια μοντέλα για τα οποία εκτιμήθηκαν, κατά την διαδικασία της προσομοίωσης και πρόβλεψης.

8.2.1.2 Στατιστικά Στοιχεία των Παραμέτρων

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.2.3

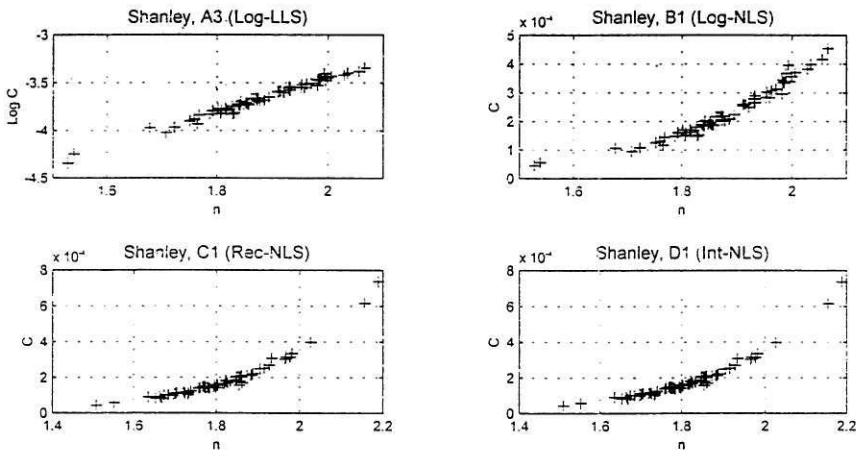
	Params	MEAN	VARIANCE	STD	MIN	MEDIAN	MAX
A1	n	1.86009	0				
	log(C)	-3.68906	0				
	C	0.000204618	0				
A2	log(C)	-3.68906	0.0117562	0.108426	-4.32003	-3.69364	-2.96913
	C	0.000211324	3.29015e-009	0.0000573598	0.0000478597	0.000202468	0.00107367
	n	1.86009	0.0112467	0.10605	1.51811	1.85843	2.0511
A3	log(C)	-3.68906	0.0378579	0.194571	-4.35352	-3.68643	-3.35753
	C	0.000223536	7.9028e-009	0.0000888977	0.0000443077	0.000205891	0.000439005
	log(C)	-3.68906	0.00111442	0.0333829	-3.79653	-3.6825	-3.60957
A4	C	0.000205201	2.32896e-010	0.0000152609	0.00015976	0.000207732	0.000245717
	n	1.86009	0.0112467	0.10605	1.51811	1.85843	2.0511
	log(C)	-3.68906	0.0378579	0.194571	-4.35352	-3.68643	-3.35753
B1	C	0.000223536	7.9028e-009	0.0000888977	0.0000443077	0.000205891	0.000439005
	log(C)	-3.68906	0.00111442	0.0333829	-3.79653	-3.6825	-3.60957
	C	0.000205201	2.32896e-010	0.0000152609	0.00015976	0.000207732	0.000245717
C1	n	1.80913	0.0131654	0.114741	1.50918	1.80171	2.17131
	C	0.000181939	1.1324e-008	0.000106414	0.0000416577	0.000155258	0.000686025
	C	0.000161756	1.16438e-010	0.0000107906	0.00012898	0.00016185	0.000186701
D1	n	1.80974	0.0134478	0.115965	1.50917	1.79995	2.18648
	C	0.000183095	1.21578e-008	0.000110262	0.0000416558	0.000156164	0.000731916
	C	0.000162173	1.17039e-010	0.0000108185	0.000129312	0.000162267	0.000187182

Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτουν τα ακόλουθα διαγράμματα με το εύρος των τιμών κάθε παραμέτρου κατά περίπτωση.



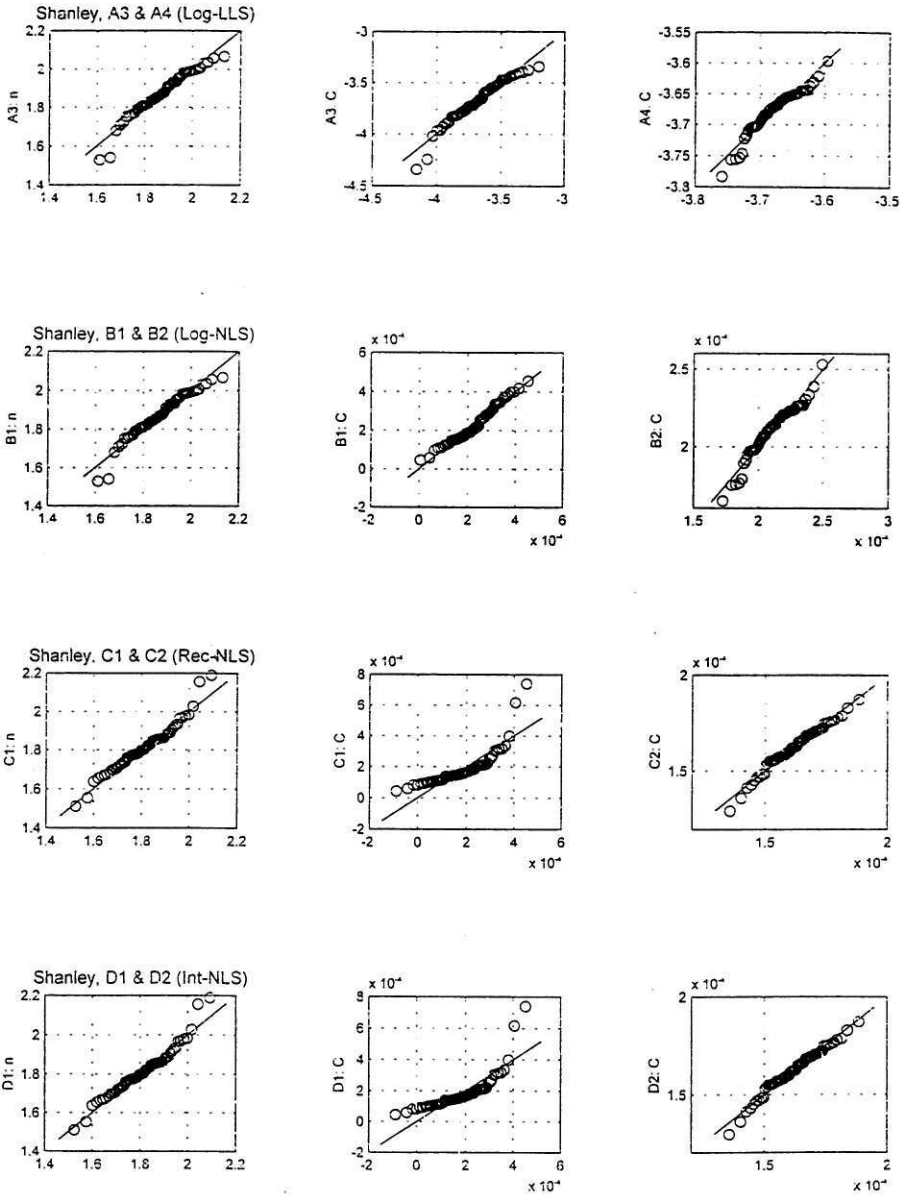
ΣΧΗΜΑ 8.2.2: Γραφική αναπαράσταση των στοιχείων του πίνακα 8.2.3

Στα διαγράμματα C vs n (Σχήμα 8.2.3) παρατηρούμε τη συσχέτιση των παραμέτρων του μοντέλου. Τα αποτελέσματα δικαιολογούν την διερεύνηση της περίπτωσης που η μία παράμετρος (n) είναι σταθερή.



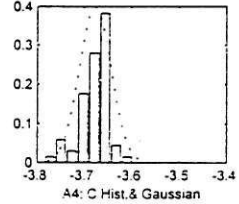
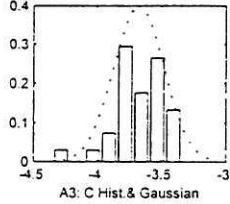
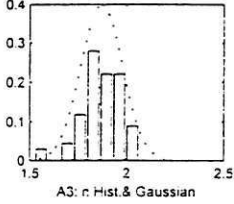
ΣΧΗΜΑ 8.2.3: Διαγράμματα συσχέτισης των παραμέτρων

Εκτός από τις τιμές του Πίνακα 8.2.3 που περιγράφουν κάποιες στατιστικές ιδιότητες των παραμέτρων για τις 68 περιπτώσεις ελέγχουμε επιπλέον την κανονικότητα των κατανομών τους στα Σχήματα 8.2.4(α) & 8.2.4(β). Παρατηρούμε ότι οι τιμές της C δεν είναι τόσο κοντά στη κανονική κατανομή όσο αυτές της $\log C$, ή της C με σταθερό n .

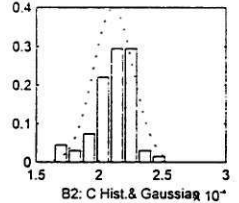
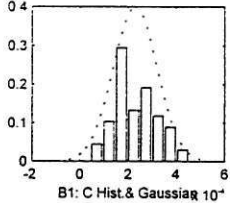
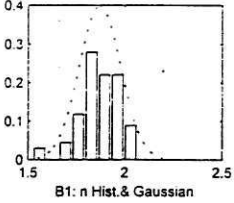


ΣΧΗΜΑ 8.2.4(α): Q-Q τεστ κανονικότητας των τιμών

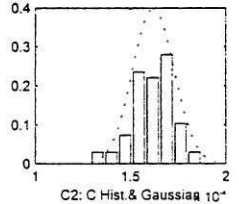
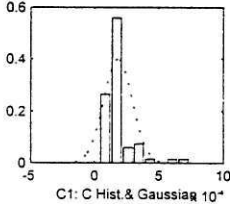
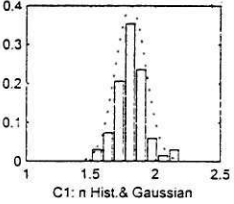
Shanley, A3 & A4 (Log-LLS)



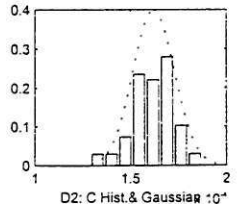
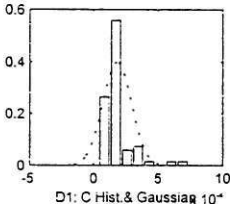
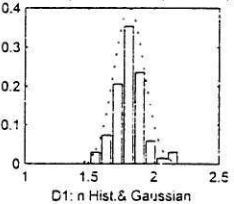
Shanley, B1 & B2 (Log-NLS)



Shanley, C1 & C2 (Rec-NLS)



Shanley, D1 & D2 (Int-NLS)



ΣΧΗΜΑ 8.2.4(β): Ιστογράμματα των τιμών και αντίστοιχη κανονική κατανομή

8.2.2 Μοντέλο Paris-IP

8.2.2.1 Συνολικά Αποτελέσματα από τις 68 Καμπύλες Δεδομένων

Για το μοντέλο αυτό ισχύουν τα ίδια σχόλια ανά περίπτωση, με αυτά του μοντέλου του Shanley.

Γραμμική Μέθοδος (ΓΕΤ)

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.2.4
Αποτελέσματα Μοντέλου Paris (IP) - Γραμμική Μέθοδος (ΓΕΤ)

Paris-IP Λογαρ.	Παράμετροι	Μέσος Όρος Μ.Ο.	Διασπορά	Πλήθος Τιμών	Μοντέλο	Data
<i>Επεξεργασία σαν ένα σύνολο σημείων (Τυποποιημένη)</i>						
A1	n	3.72018	-	1	Plog1	nC0a1
	LogC	-10.8771	-	1		
	C	1.32714e-11	-	1		
A2	n(=σταθ.)	3.72018	0	1	Plog1	C0a2
	LogC	-10.8771	0.0117562	~11,000		
	C	1.37063e-11	1.38407e-23	~11,000		
<i>Επεξεργασία ανά πείραμα</i>						
A3	n	3.7202	4.4987e-002	68	Plog1	nC0a3
	LogC	-1.0877	4.7842e-002	68		
	C	1.53235e-11	1.10842e-22	68		
A4	n(=σταθ.)	3.7202	0	1	Plog1	C0a4
	LogC	-1.0877	1.1144e-003	68		
	C	1.53235e-11	1.10842e-22	68		

Μη-Γραμμική Μέθοδος (ΜΓΕΤ)

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.2.5
Αποτελέσματα Μοντέλου Paris-IP - Μη-Γραμμική Μέθοδος (ΜΓΕΤ)

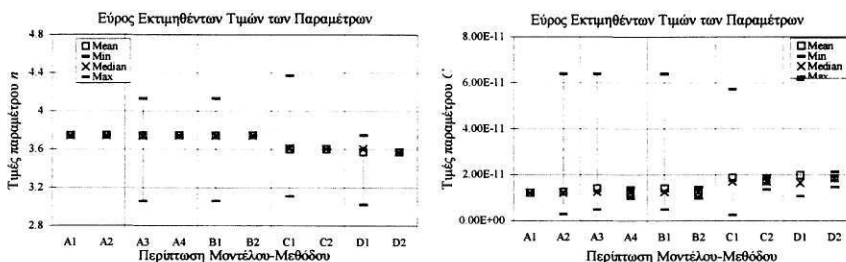
Paris-IP Λογαρ.	Παράμετροι	Μέσος Όρος	Διασπορά	Πλήθος Τιμών	Μοντέλο	Data
B1	n	3.7202	4.4987e-002	68	Plog1	nC0b1
	LogC	-1.0877e+001	4.7842e-002	68		
	C	1.53235e-11	1.10842e-22	68		
B2	n(=σταθ.)	3.7202	0	1	Plog1	C0b2
	LogC	-1.0877e+001	1.1144e-003	68		
	C	1.33091e-11	9.79724e-25	68		
Αναδρ.						
C1	n	3.4756	1.0101e-002	68	Prec1N	nC0c1
	C	2.3867e-011	6.0314e-023	68		
C2	n(=σταθ.)	3.4756	0	1	Prec1N	C0c2
	C	2.3068e-011	2.3663e-024	68		
Ολοκλ.						
D1	n	3.4746	1.0334e-002	68	Pint1N	nC0d1
	C	2.3959e-011	6.0806e-023	68		
D2	n(=σταθ.)	3.4746	0	1	Pint1N	C0d2
	C	2.3124e-011	2.3778e-024	68		

8.2.2.2 Στατιστικά Στοιχεία των Εκτιμηθέντων Παραμέτρων

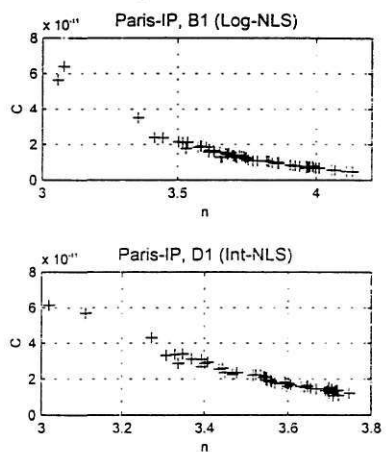
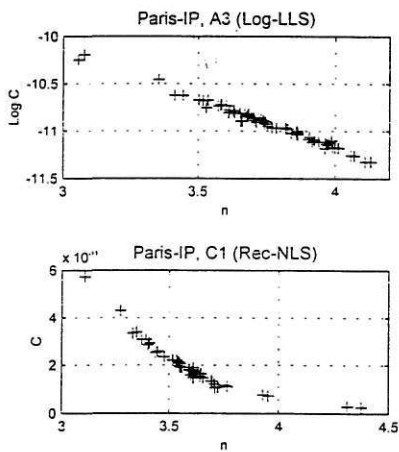
ΠΙΝΑΚΑΣ 8.2.6

Case	Params	MEAN	VARIANCE	STD	MIN	MEDIAN	MAX
A1	n	3.72018	0				
	logC	-10.8771	0				
	C	1.32714e-11	0				
A2	logC	-10.8771	0.0117562	0.108426	-11.5081	-10.8817	-10.1572
	C	1.37063e-11	1.38407e-23	3.72031e-12	3.10413e-12	1.31319e-11	6.96372e-11
	n	3.72018	0.0449868	0.212101	3.03622	3.71687	4.10219
A3	logC	-10.8771	0.0478417	0.218727	-11.2851	-10.8656	-10.1614
	C	1.53235e-11	1.10842e-22	1.05281e-11	5.18637e-12	1.36277e-11	6.89555e-11
	n	3.72018	0.0449868	0.212101	3.03622	3.71687	4.10219
A4	logC	-10.8771	0.00111442	0.0333829	-10.9846	-10.8705	-10.7976
	C	1.33091e-11	9.79723e-25	9.8981e-13	1.03619e-11	1.34733e-11	1.59369e-11
	n	3.72018	0.0449868	0.212101	3.03622	3.71687	4.10219
B1	logC	-10.8771	0.0478417	0.218727	-11.2851	-10.8656	-10.1614
	C	1.53235e-11	1.10842e-22	1.05281e-11	5.18637e-12	1.36277e-11	6.89555e-11
	n	3.72018	0.0449868	0.212101	3.03622	3.71687	4.10219
B2	logC	-10.8771	0.00111442	0.0333829	-10.9846	-10.8705	-10.7976
	C	1.33091e-11	9.79724e-25	9.8981e-13	1.03619e-11	1.34733e-11	1.59369e-11
	n	3.72018	0.0449868	0.212101	3.03622	3.71687	4.10219
C1	n	3.47565	0.0101009	0.100503	3.0187	3.5	3.70985
	C	2.38665e-11	6.03142e-23	7.76622e-12	1.06247e-11	2.17648e-11	6.12861e-11
C2	C	2.30677e-11	2.36634e-24	1.53829e-12	1.83943e-11	2.30823e-11	2.66209e-11
	n	3.47462	0.0103335	0.101654	3.01835	3.5	3.72323
D1	C	2.39594e-11	6.08064e-23	7.79785e-12	1.06258e-11	2.20574e-11	6.13366e-11
	C	2.31237e-11	2.37783e-24	1.54202e-12	1.8439e-11	2.31383e-11	2.66855e-11

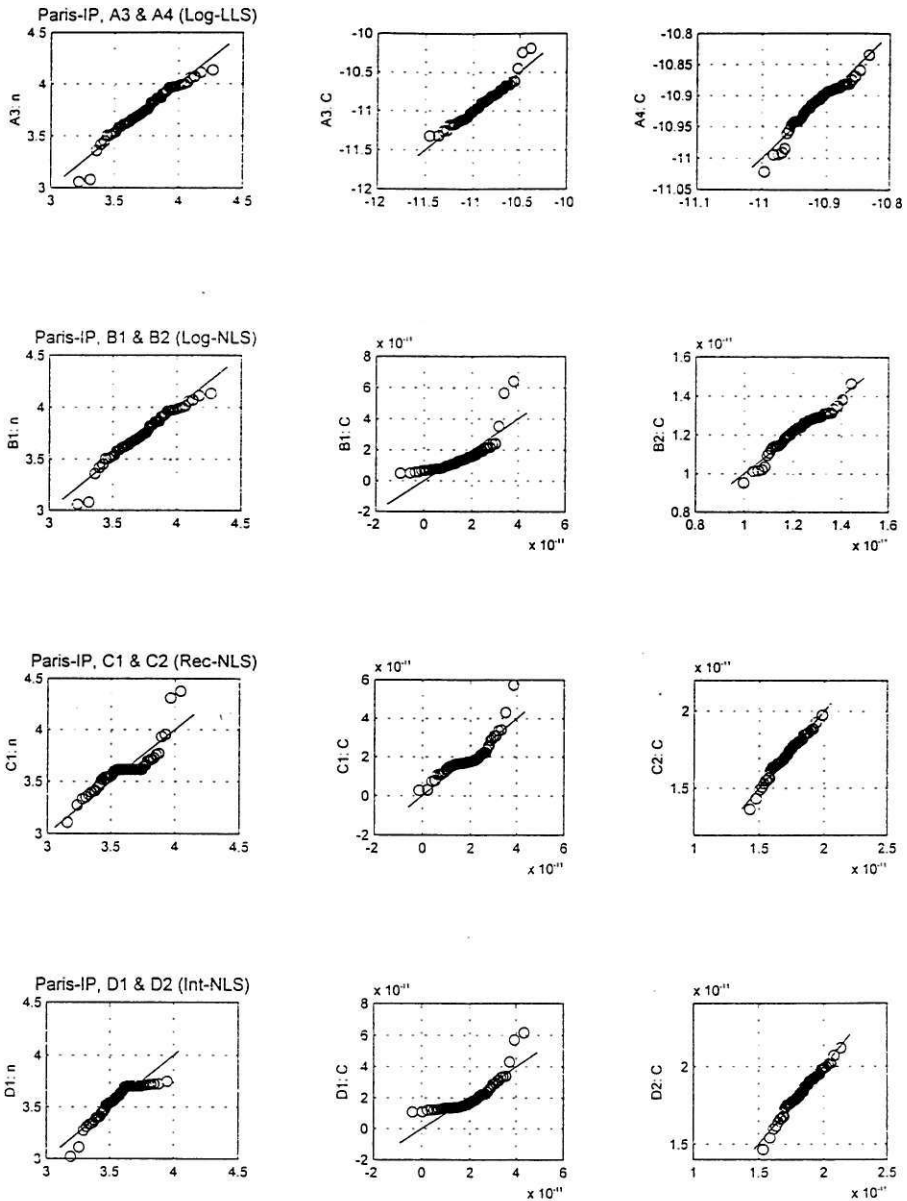
Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτουν τα ακόλουθα διαγράμματα με το εύρος των τιμών κάθε παραμέτρου για κάθε περίπτωση μοντέλου.



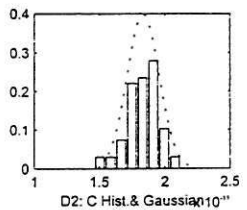
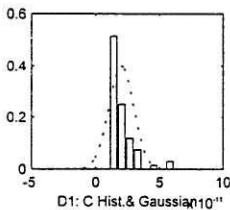
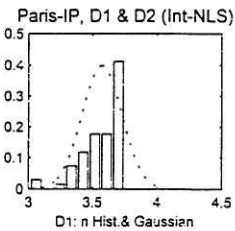
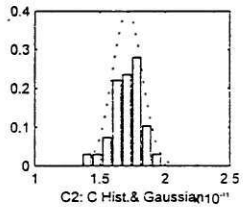
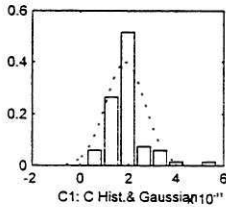
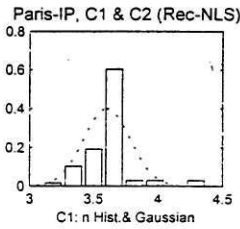
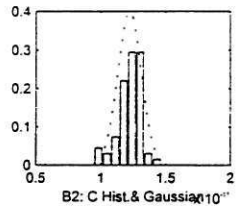
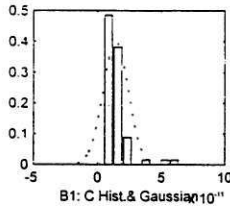
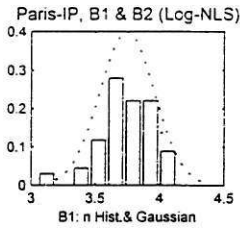
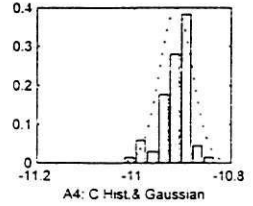
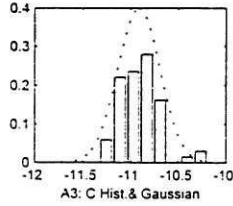
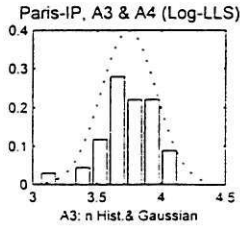
ΣΧΗΜΑ 8.2.5: Γραφική αναπαράσταση των στοιχείων του πίνακα 8.2.6



ΣΧΗΜΑ 8.2.6: Διαγράμματα συσχέτισης των παραμέτρων



ΣΧΗΜΑ 8.2.7(α): Q-Q τεστ κανονικότητας των τιμών



ΣΧΗΜΑ 8.2.7(β): Ιστόγραμμα των τιμών και αντίστοιχη κανονική κατανομή

8.2.3 Μοντέλο Paris-CC

8.2.3.1 Συνολικά Αποτελέσματα από τις 68 Καμπύλες Δεδομένων

Ισχύουν και εδώ οι ίδιες παρατηρήσεις ανά περίπτωση, με το μοντέλο του Paris-IP. όσον αφορά τις λογαριθμίσεις.

Γραμμική Μέθοδος (ΓΕΤ)

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.2.7
Αποτελέσματα Μοντέλου Paris-CC - Γραμμική Μέθοδος (ΓΕΤ)

Paris-CC Λογάρ.	Παράμετροι	Μέσος Όρος	Διασπορά	Πλήθος Τιμών	Μοντέλο	Data
<i>Επεξεργασία σαν ένα σύνολο σημείων (Τυποποιημένη)</i>						
A1	n	2.87701	-	1	Plog2	nC1a1
	LogC	-10.0463	-	1		
	C	8.989e-11	-	1		
A2	n(=σταθ.)	2.87701	0	1	Plog2	C1a2
	LogC	-10.0463	0.0103765	~11,000		
	C	9.24352e-11	5.23221e-22	~11,000		
<i>Επεξεργασία ανά πείραμα</i>						
A3	n	2.8770	2.7375e-002	68	Plog2	nC1a3
	LogC	-1.0046e+001	3.0055e-002	68		
	C	9.80935e-11	2.38438e-21	68		
A4	n(=σταθ.)	2.8770	0	1	Plog2	C1a4
	LogC	-1.0046e+001	1.1144e-003	68		
	C	9.0146e-11	4.49465e-23	68		

Μη-Γραμμική Μέθοδος (ΜΓΕΤ)

Όπως είδαμε στο Κεφάλαιο 6, το μοντέλο αυτό δεν μπορεί να ολοκληρωθεί παρά μόνο κατόπιν ορισμένων προσεγγίσεων & παραδοχών. Έτσι διακρίναμε δύο τρόπους προσέγγισης κατά την δημιουργία του αναδρομικού & ολοκληρωμένου μοντέλου, τους οποίους και θα αναφέρουμε παρακάτω σαν περιπτώσεις: A & B αντίστοιχα (με $a_m = a_i = a_k$).

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.2.8
Αποτελέσματα Μοντέλου Paris-CC - Μη-Γραμμική Μέθοδος (ΜΓΕΤ)

Paris-CC Λογάρ.	Παράμετροι	Μέσος Όρος	Διασπορά	Πλήθος Τιμών	Μοντέλο	Data
B1	n	2.8770	2.7375e-002	68	Plog2	nC1b1
	LogC	-1.0046e+001	3.0055e-002	68		
	C	9.80935e-11	2.38438e-21	68		
B2	n(=σταθ.)	2.8770	0	1	Plog2	C1b2
	LogC	-1.0046e+001	1.1144e-003	68		
	C	9.0146e-11	4.49465e-23	68		

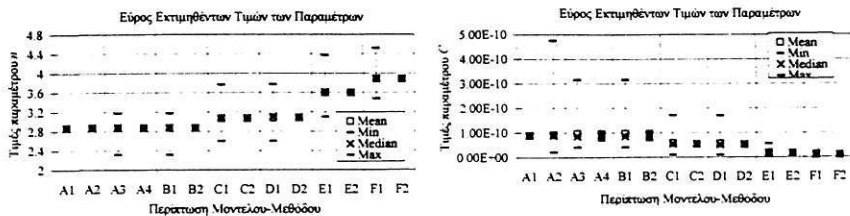
Αναδρ. Α						
C1	n	3.0822	2.9753e-002	68		
	C	5.7355e-011	6.3280e-022	68	Prec2N	nC1c1
C2	n(=σταθ.)	3.0822	0	1		
	C	5.2503e-011	1.2262e-023	68	Prec2N	C1c2
Αναδρ. Β						
D1	n	3.0832	2.8809e-002	68		
	C	5.7176e-011	6.2358e-022	68	Prec2bN	nC1d1
D2	n(=σταθ.)	3.0832	0	1		
	C	5.2423e-011	1.2224e-023	68	Prec2bN	C1d2
Ολοκλ. Α						
E1	n	3.0572	1.8947e-002	68		
	C	6.2365e-011	4.6681e-022	68	Pint2N	nC1e1
E2	n(=σταθ.)	3.0572	0	1		
	C	5.8938e-011	1.5442e-023	68	Pint2N	C1e2
Ολοκλ. Β						
F1	n	3.0621	1.2486e-002	68		
	C	6.3952e-011	3.8125e-022	68	Pint2bN	nC1f1
F2	n(=σταθ.)	3.0621	0	1		
	C	6.1478e-011	1.6793e-023	68	Pint2bN	C1f2

8.2.3.2 Στατιστικά Στοιχεία των Εκτιμηθέντων Παραμέτρων

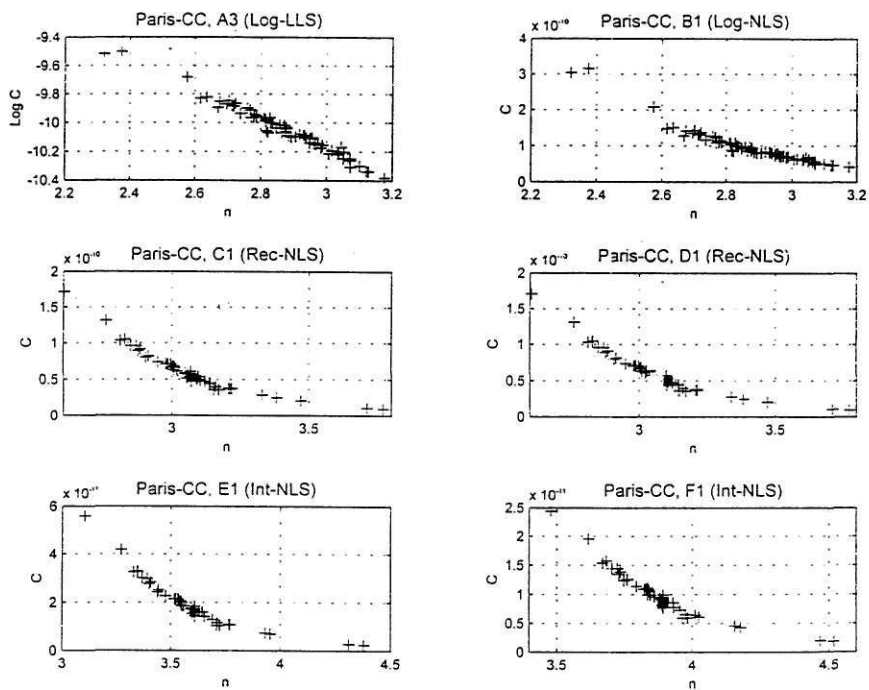
ΠΙΝΑΚΑΣ 8.2.9

Case	Params	MEAN	VARIANCE	STD	MIN	MEDIAN	MAX
A1	n	2.87701	0				
	logC	-10.0463	0				
	C	8.989e-11	0				
A2	logC	-10.0463	0.0103765	0.101865	-10.6608	-10.0469	-9.31974
	C	9.24352e-11	5.23221e-22	2.2874e-11	2.18382e-11	8.97642e-11	4.78918e-10
A3	n	2.87701	0.0273755	0.165455	2.3268	2.88095	3.18133
	logC	-10.0463	0.030055	0.173364	-10.3778	-10.0628	-9.49557
	C	9.80935e-11	2.38438e-21	4.88301e-11	4.18945e-11	8.65308e-11	3.19467e-10
A4	logC	-10.0463	0.00111442	0.0333829	-10.1538	-10.0397	-9.9668
	C	9.0146e-11	4.49465e-23	6.70422e-12	7.01834e-11	9.12577e-11	1.07945e-10
B1	n	2.87701	0.0273755	0.165455	2.3268	2.88095	3.18133
	logC	-10.0463	0.030055	0.173364	-10.3778	-10.0628	-9.49557
	C	9.80935e-11	2.38438e-21	4.88301e-11	4.18945e-11	8.65308e-11	3.19467e-10
B2	logC	-10.0463	0.00111442	0.0333829	-10.1538	-10.0397	-9.9668
	C	9.0146e-11	4.49465e-23	6.70422e-12	7.01834e-11	9.12577e-11	1.07945e-10
C1	n	3.08218	0.0297531	0.172491	2.60166	3.1	3.77028
	C	5.7355e-11	6.32797e-22	2.51555e-11	9.45112e-12	5.07515e-11	1.71654e-10
C2	C	5.25033e-11	1.22618e-23	3.50168e-12	4.18699e-11	5.25338e-11	6.06022e-11
D1	n	3.08321	0.0288092	0.169733	2.60424	3.1	3.74416
	C	5.71758e-11	6.23578e-22	2.49715e-11	1.00617e-11	5.07983e-11	1.70741e-10
D2	C	5.2423e-11	1.22243e-23	3.49632e-12	4.18058e-11	5.24535e-11	6.05095e-11
E1	n	3.05722	0.0189473	0.137649	2.65647	3.1	3.64091
	C	6.23649e-11	4.68809e-22	2.16058e-11	1.35594e-11	5.56433e-11	1.5898e-10
E2	C	5.89381e-11	1.54416e-23	3.92959e-12	4.70055e-11	5.89745e-11	6.80255e-11
F1	n	3.06214	0.0124858	0.11174	2.69803	3.09535	3.57205
	C	6.39519e-11	3.81247e-22	1.95255e-11	1.59434e-11	5.76403e-11	1.41125e-10
F2	C	6.14776e-11	1.67933e-23	4.09796e-12	4.90338e-11	6.15171e-11	7.09533e-11

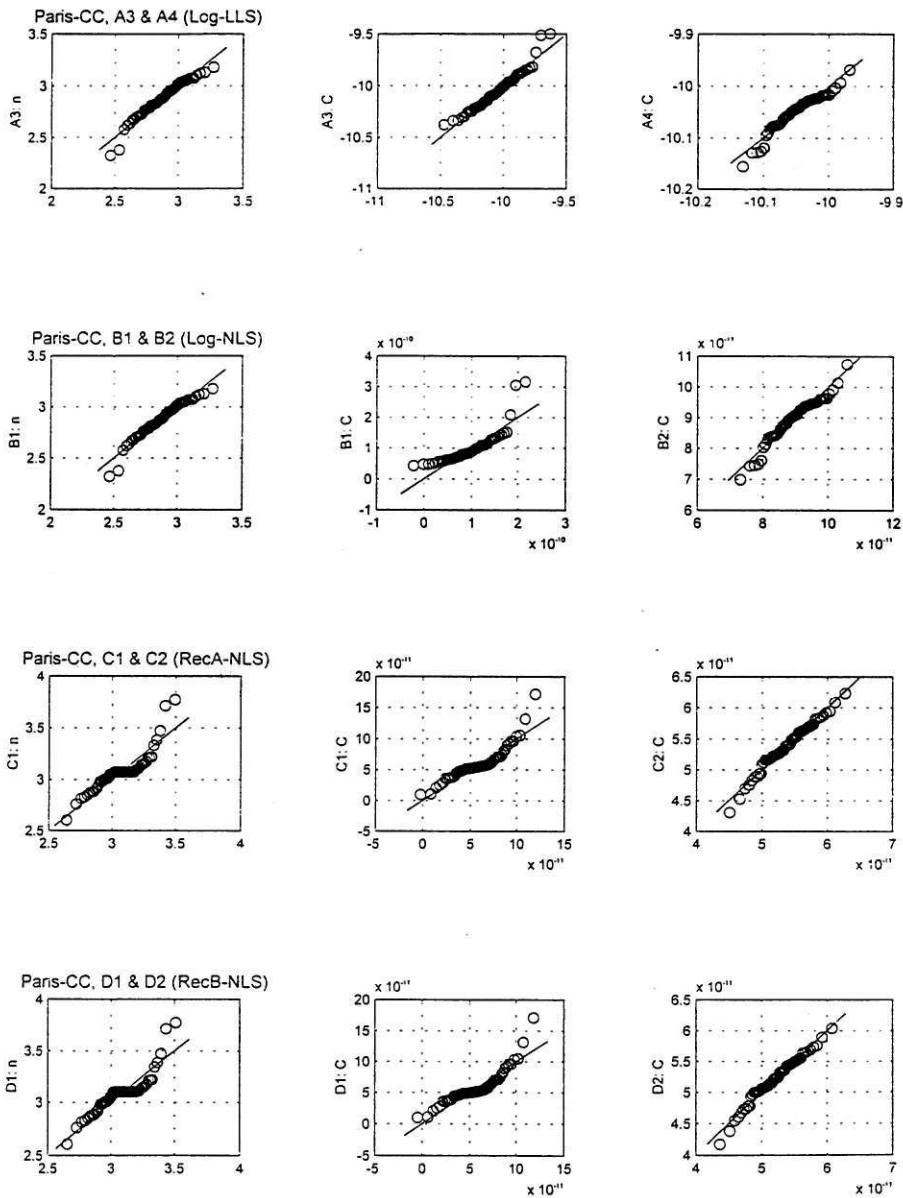
Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτουν τα ακόλουθα διαγράμματα με το εύρος των τιμών κάθε παραμέτρου για κάθε περίπτωση.



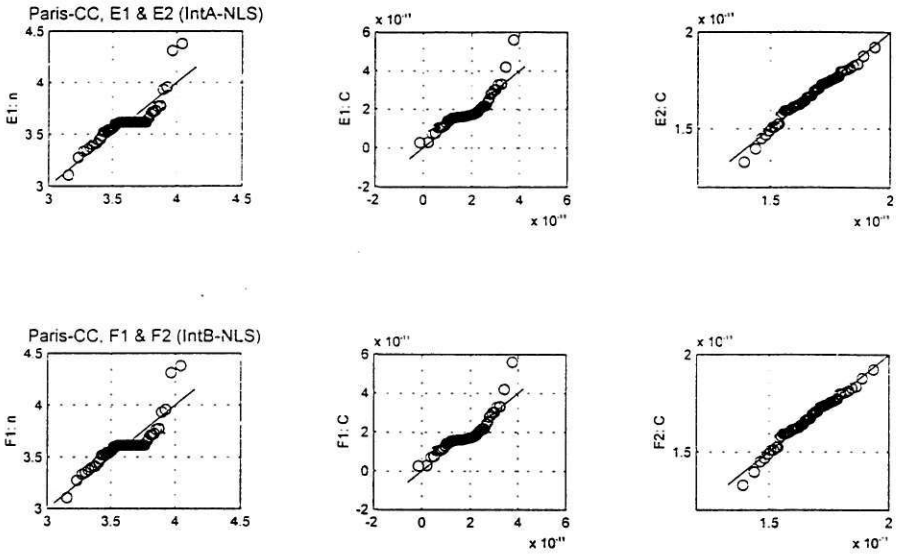
ΣΧΗΜΑ 8.2.8: Γραφική αναπαράσταση των στοιχείων του πίνακα 8.2.9



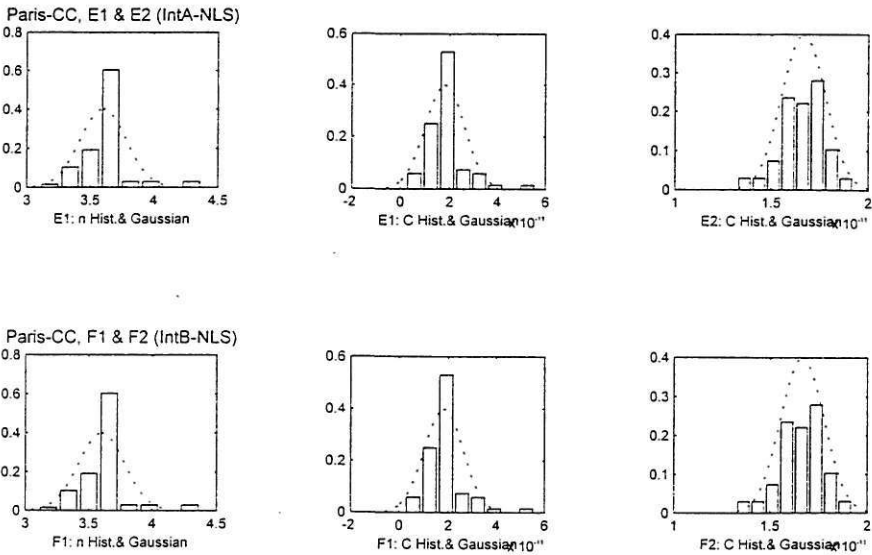
ΣΧΗΜΑ 8.2.9: Διαγράμματα συσχέτισης των παραμέτρων



ΣΧΗΜΑ 8.2.10(α): Q-Q τεστ κανονικότητας των τιμών

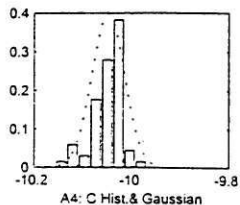
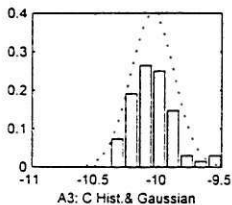
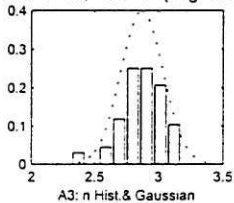


ΣΧΗΜΑ 8.2.10(α): Q-Q τεστ κανονικότητας των τιμών

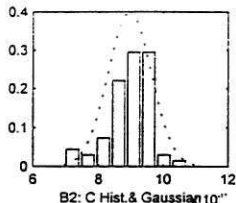
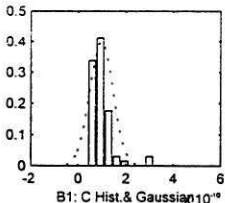
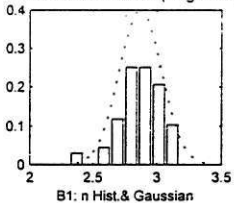


ΣΧΗΜΑ 8.2.10(β): Ιστόγραμμα των τιμών και αντίστοιχη κανονική κατανομή

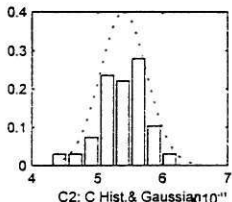
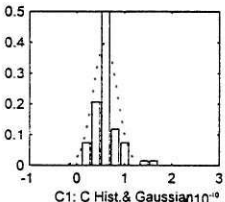
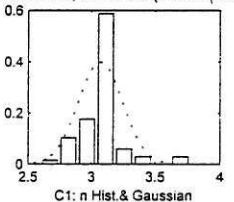
Paris-CC, A3 & A4 (Log-LLS)



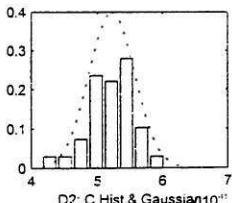
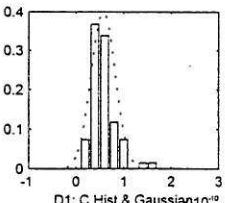
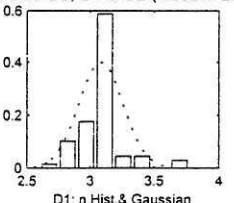
Paris-CC, B1 & B2 (Log-NLS)



Paris-CC, C1 & C2 (RecA-NLS)



Paris-CC, D1 & D2 (RecB-NLS)



ΣΧΗΜΑ 8.2.10(β): Ιστογράμματα των τιμών και αντίστοιχη κανονική κατανομή

8.2.4 Μοντέλο Larsen (IP & CC)

8.2.4.1 Συνολικά Αποτελέσματα από τις 68 Καμπύλες Δεδομένων

Γραμμική Μέθοδος (ΓΕΤ)

Η τυποποιημένη μέθοδος δεν εφαρμόζεται στο μοντέλο αυτό, διότι ακόμη και η λογαριθμική μορφή του παραμένει Μη-Γραμμική.

Μη-Γραμμική Μέθοδος (ΜΓΕΤ)

Η Μη-Γραμμική μέθοδος εφαρμόστηκε για τρεις περιπτώσεις προσδιορισμού των παραμέτρων, πρώτα για όλες μαζί και στη συνέχεια με 2 & 3 σταθερές.

Περίπτωση 1: Εκτίμηση των C1, C2, C3 & C4 ανά πειραματική καμπύλη (68 πειράματα). *Περίπτωση 2:* Επανάληψη της εκτίμησης των C1 & C2, θεωρώντας τις C2 & C3 σταθερές και ίσες με τον Μέσο Όρο της περίπτωσης 1. *Περίπτωση 3:* Επανάληψη της εκτίμησης της C2, θεωρώντας τις C1, C3 & C4 σταθερές και ίσες με τον Μέσο Όρο της περίπτωσης 1.

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.2.10

Αποτελέσματα Μοντέλου Larsen-IP - Μη-Γραμμική Μέθοδος (Μ-Γ.Ε.Τ.)

Larsen-IP Λογαρ.	Παράμετροι	Μέσος Όρος	Διασπορά	Πλήθος Τιμών	Μοντέλο	Data
B1	C1	0.3217	0.0154	68	Llog1	C4Lb1
	C2	9.4156	4.6296	68		
	C3	-10.1610	5.6455	68		
	C4	-6.8673	0.0043	68		
B2	C1	0.2971	0.0002	68	Llog1	C2Lb2
	C2	9.4239	0.0036	68		
	C3	-10.1610	0	1		
	C4	-6.8673	0	1		
B3	C1	0.3217	0	1	Llog1	C2Lb3
	C2	9.3945	0.0033	68		
	C3	-10.1610	0	1		
	C4	-6.8673	0	1		
Αναδρομ.						
D1	C1	0.3595	0.0015	68	Lrec1N	C4Ld1
	C2	8.2338	0.2526	68		
	C3	-8.8900	0.3662	68		
	C4	-6.8711	0.0051	68		
D2	C1	0.3614	0.0005	68	Lrec1N	C2Ld2
	C2	8.2365	0.0038	68		
	C3	-8.8900	0	1		
	C4	-6.8711	0	1		
D3	C1	0.3595	0	1	Lrec1N	C2Ld3
	C2	8.2345	0.0034	68		
	C3	-8.8900	0	1		
	C4	-6.8711	0	1		

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.2.11

Αποτελέσματα Μοντέλου Larsen-CC - Μη-Γραμμική Μέθοδος (Μ-Γ.Ε.Τ.)

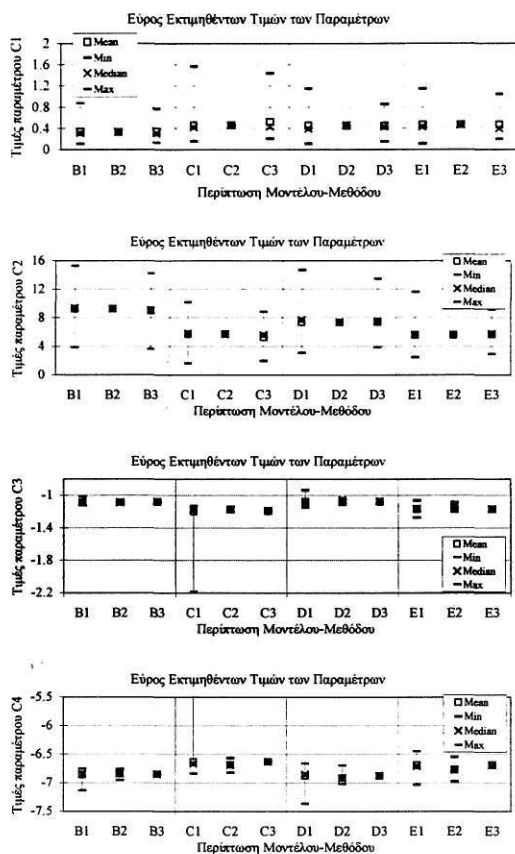
Larsen-CC Λογαρ.	Παράμετροι	Μέσος Όρος	Διασπορά	Πλήθος Τιμών	Μοντέλο	Data
C1	C1	0.4484	0.0457	68	Llog2	C4Lc1
	C2	5.9017	2.8329	68		
	C3	-6.9066	3.5530	68		
	C4	-6.6595	0.0222	68		
C2	C1	0.4028	0.0005	68	Llog2	C2Lc2
	C2	5.8765	0.0037	68		
	C3	-6.9066	0	1		
	C4	-6.6595	0	1		
C3	C1	0.4484	0	1	Llog2	C2Lc3
	C2	5.8857	0.0021	68		
	C3	-6.9066	0	1		
	C4	-6.6595	0	1		
Αναδρομ.						
E1	C1	0.3809	0.0037	68	Lrec2N	C4Le1
	C2	6.2515	0.3604	68		
	C3	-7.2350	0.5468	68		
	C4	-6.7253	0.0054	68		
E2	C1	0.3803	0.0008	68	Lrec2N	C2Le2
	C2	6.2587	0.0049	68		
	C3	-7.2350	0	1		
	C4	-6.7253	0	1		
E3	C1	0.3809	0	1	Lrec2N	C2Le3
	C2	6.2617	0.0024	68		
	C3	-7.2350	0	1		
	C4	-6.7253	0	1		

8.2.4.2 Στατιστικά Στοιχεία των Εκτιμηθέντων Παραμέτρων

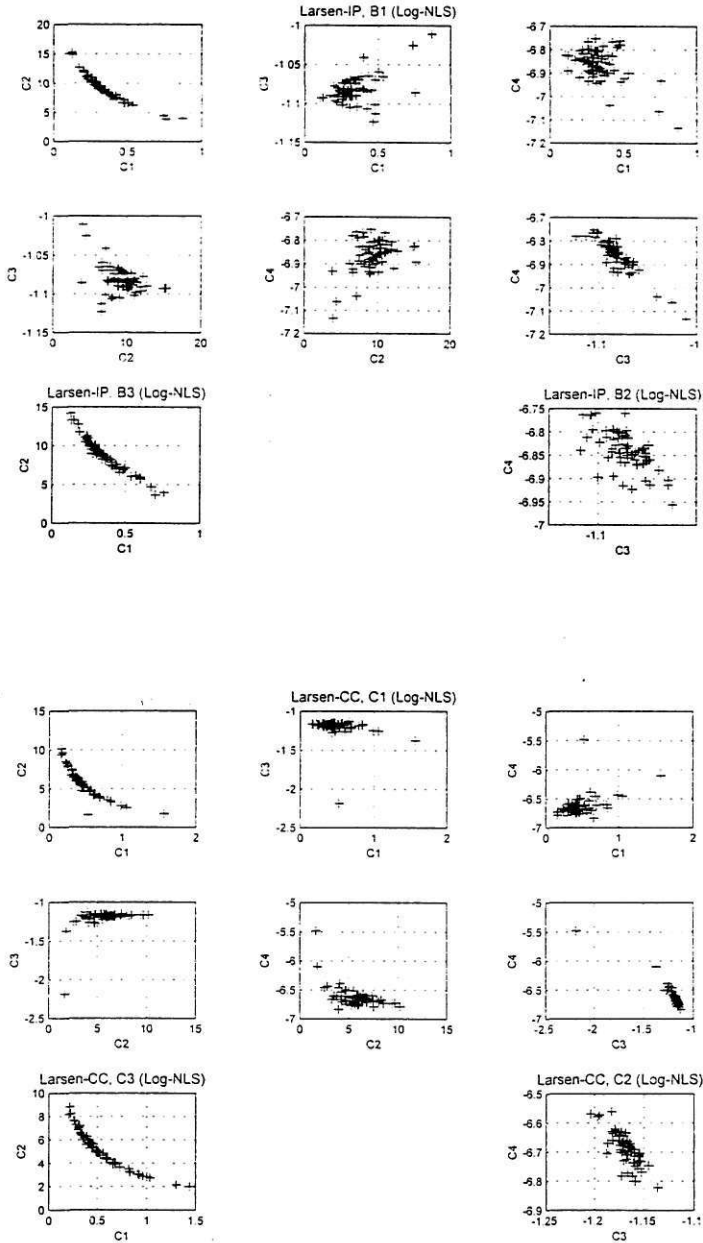
ΠΙΝΑΚΑΣ 8.2.12

Case	Params	MEAN	VARIANCE	STD	MIN	MEDIAN	MAX
B1	C1	0.321704	0.0154494	0.124295	0.101955	0.302033	0.809115
	C2	9.41556	4.62958	215164	4.10334	9.46779	15.3336
	C3	-10.161	5.64548	237602	-16.69	-10.1534	-4.26875
	C4	-6.86726	0.00431565	0.0656936	-7.12854	-6.85726	-6.76166
B2	C1	0.297056	0.000241976	0.0155556	0.248898	0.29835	0.331924
	C2	9.42393	0.00359329	0.0599441	9.23132	9.43738	9.54992
B3	C2	9.39453	0.00327522	0.0572296	9.20082	9.40553	9.51527
C1	C1	0.448375	0.0457332	0.213853	0.150873	0.404628	1.49356
	C2	5.90167	2.83289	168312	1.66312	5.973	10.4325
	C3	-6.90657	3.55303	188495	-12.058	-7.01178	-2.45053
	C4	-6.65953	0.0221615	0.148867	-6.86136	-6.68872	-5.68931
C2	C1	0.402815	0.000505615	0.0224859	0.317759	0.404057	0.444525
	C2	5.87646	0.00365931	0.0604922	5.62805	5.89016	5.99676
C3	C2	5.88565	0.00213019	0.046154	5.73661	5.89482	5.99007
D1	C1	0.359539	0.00148285	0.0385078	0.208617	0.354805	0.454484
	C2	8.23379	0.25256	0.502553	6.60834	8.33746	10.27
	C3	-8.89005	0.366222	0.605163	-11.3489	-9.02958	-6.97368
	C4	-6.87109	0.0051279	0.0716093	-7.06565	-6.86578	-6.69718
D2	C1	0.361438	0.000511106	0.0226076	0.298902	0.36012	0.433054
	C2	8.23645	0.00382329	0.0618327	8.04772	8.24932	8.36766
D3	C2	8.23449	0.00335973	0.0579631	8.04971	8.23613	8.36147
E1	C1	0.380895	0.00365438	0.0604515	0.167955	0.375846	0.537382
	C2	6.25146	0.360385	0.600321	4.85593	6.33804	9.11753
	C3	-7.23495	0.546848	0.739492	-10.6085	-7.32304	-5.32175
	C4	-6.72526	0.00535268	0.073162	-6.9336	-6.7286	-6.58436
E2	C1	0.380338	0.000750014	0.0273864	0.29575	0.377604	0.462644
	C2	6.25867	0.00487285	0.0698058	6.01182	6.27648	6.40642
E3	C2	6.26175	0.00241765	0.0491696	6.10621	6.26289	6.37082

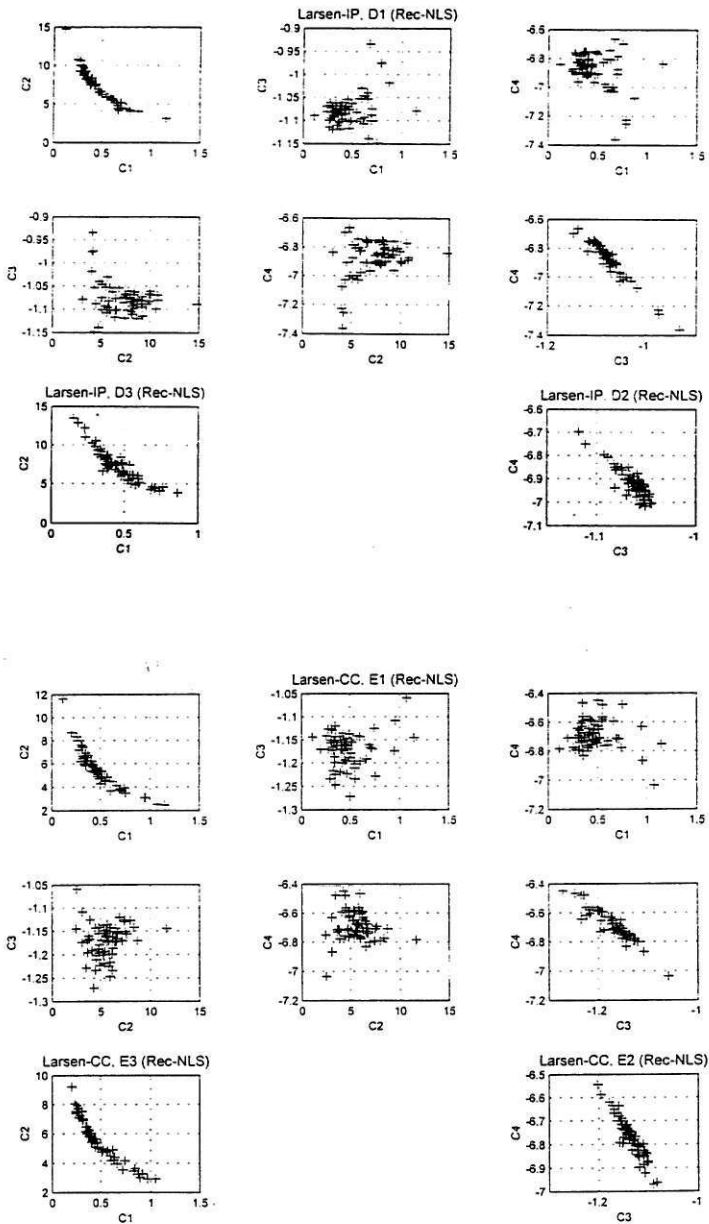
Από τον παραπάνω πίνακα προκύπτουν τα ακόλουθα διαγράμματα με το εύρος των τιμών κάθε παραμέτρου για κάθε περίπτωση.



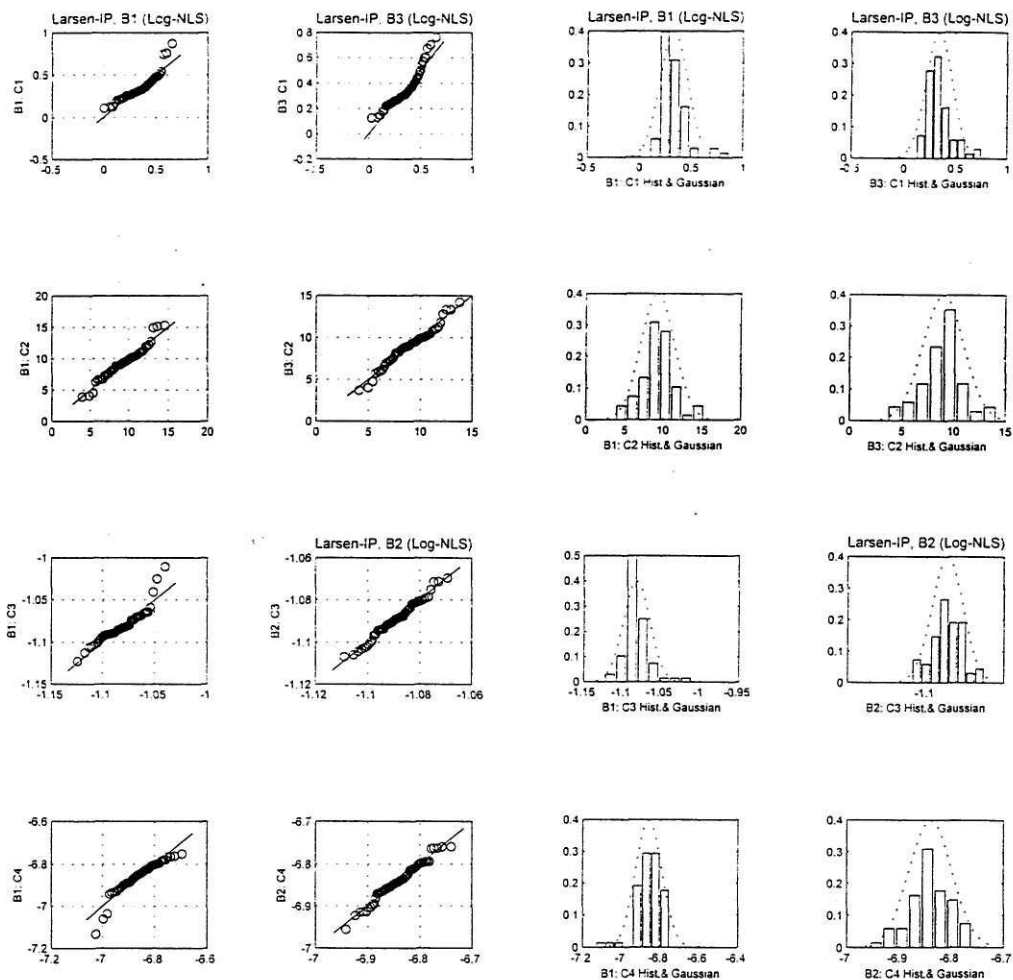
ΣΧΗΜΑ 8.2.11: Γραφική αναπαράσταση των στοιχείων του πίνακα 8.2.12



ΣΧΗΜΑ 8.2.12: Διαγράμματα συσχέτισης των παραμέτρων. Περιπτώσεις Β & C.

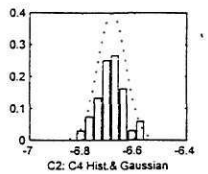
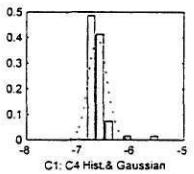
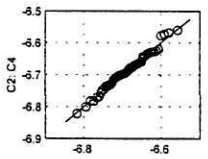
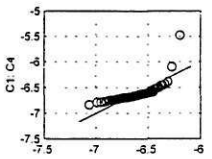
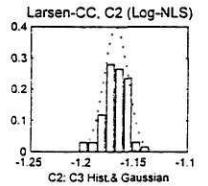
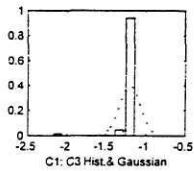
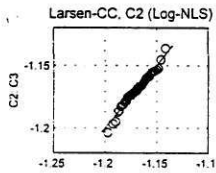
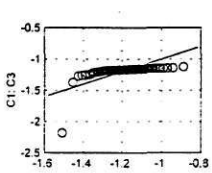
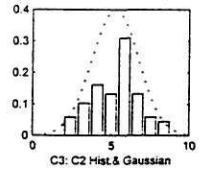
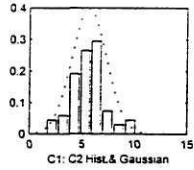
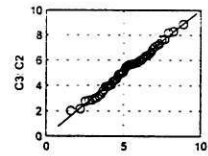
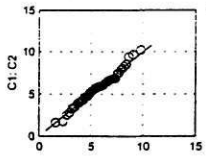
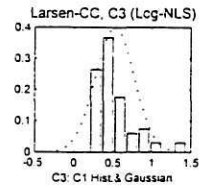
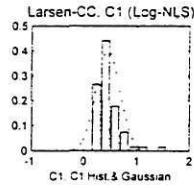
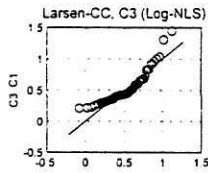
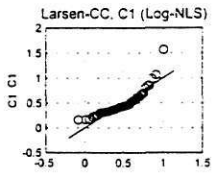


ΣΧΗΜΑ 8.2.13: Διαγράμματα συσχέτισης των παραμέτρων. Περιπτώσεις D & E.

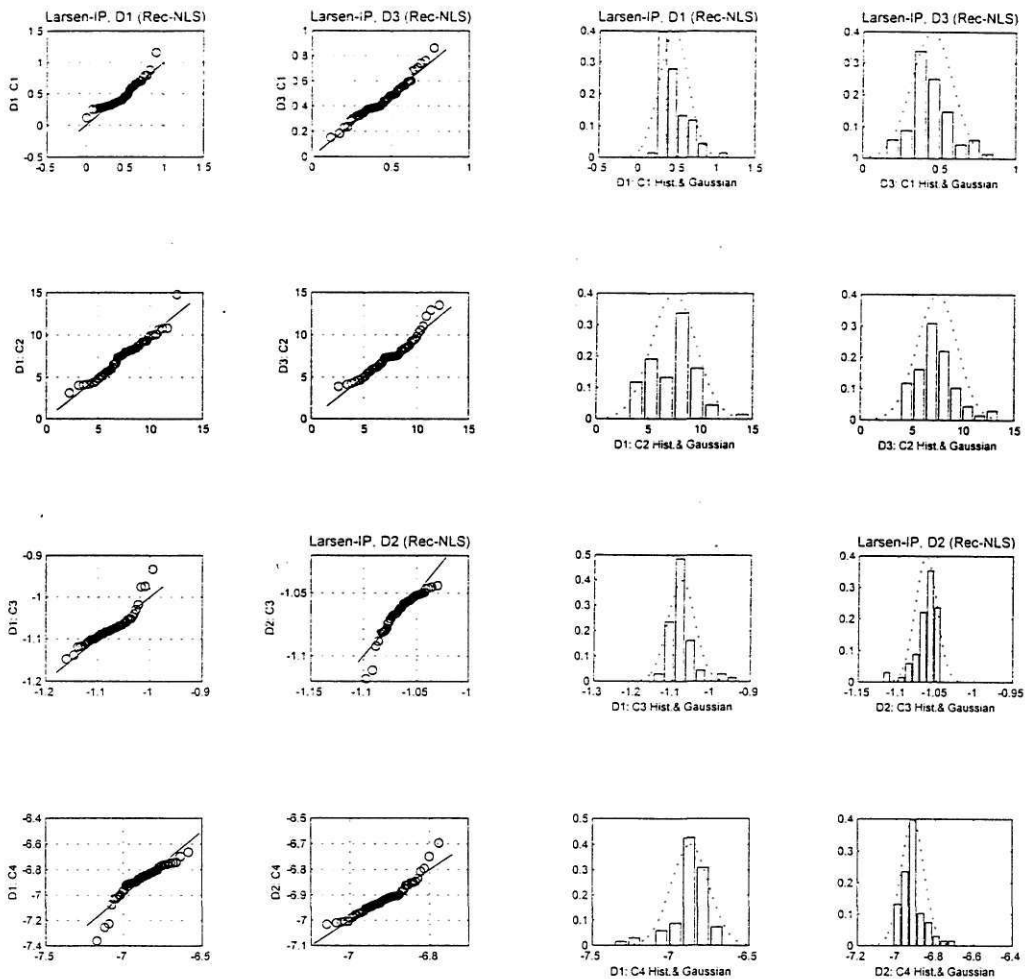


ΣΧΗΜΑ 8.2.14(α): Q-Q τεστ κανονικότητας των τιμών. Περίπτωση Β.

(β): Ιστογράμματα των τιμών και αντίστοιχη κανονική κατανομή.

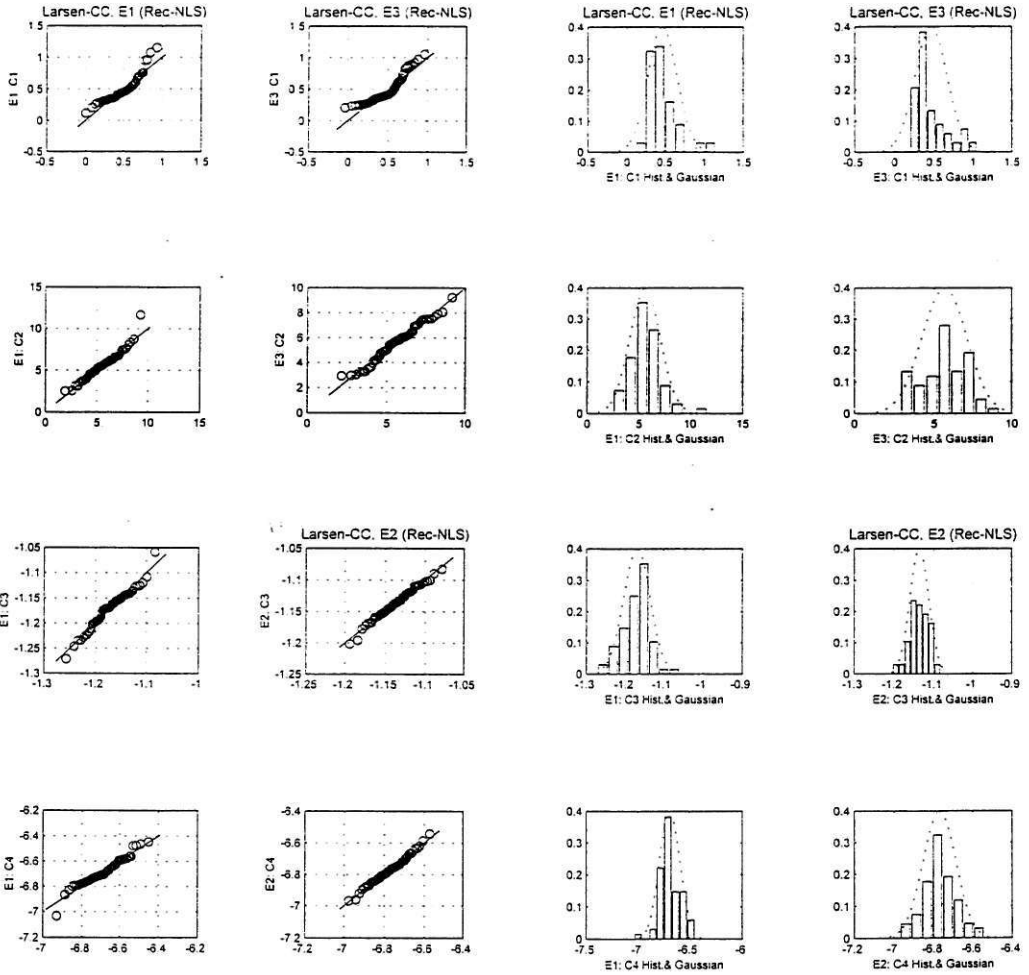


ΣΧΗΜΑ 8.2.15(α): Q-Q τεστ κανονικότητας των τιμών. Περίπτωση C.
 (β): Ιστόγραμμα των τιμών και αντίστοιχη κανονική κατανομή.



ΣΧΗΜΑ 8.2.16(α): Q-Q τεστ κανονικότητας των τιμών. Περίπτωση D.

(β): Ιστόγραμμα των τιμών και αντίστοιχη κανονική κατανομή.



ΣΧΗΜΑ 8.2.17(α): Q-Q τεστ κανονικότητας των τιμών. Περίπτωση Ε.

(β): Ιστογράμμα των τιμών και αντίστοιχη κανονική κατανομή.

8.3 Απόδοση των Προτεινομένων Μοντέλων στην Προσομοίωση της Διάδοσης της Ρωγμής

Στο τμήμα αυτό παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της προσομοίωσης των μοντέλων για την αναδημιουργία των πειραματικών δεδομένων του Virkler. Τα αποτελέσματα συγκρίνονται με τα πραγματικά για τον υπολογισμό του Μέσου Απόλυτου Σφάλματος (ΜΑΣ) και του Μέσου Τετραγωνικού σφάλματος (ΜΤΣ).

Συγκεκριμένα για κάθε περίπτωση Μοντέλου-Μεθόδου γίνονται τα παρακάτω:

1. Προσομοίωση Μίας καμπύλης με τις μέσες τιμές των παραμέτρων που εκτιμήθηκαν.
2. Σύγκριση του προσομοιωμένου μέσου όρου με το μέσο όρο (ΜΟ) των 68 πειραμάτων.
3. Υπολογισμός του μέσου απόλυτου σφάλματος (ΜΟ - ΜΑΣ).
4. Προσομοίωση και των 68 καμπυλών από τις 68 αντίστοιχες τιμές των παραμέτρων που εκτιμήθηκαν.
5. Σύγκριση κάθε καμπύλης με την αντίστοιχη πραγματική καμπύλη
6. Υπολογισμός του μέσου απόλυτου σφάλματος (ΜΑΣ) και του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (ΜΤΣ) της.
7. Υπολογισμός του μέσου όρου (Μ68) όλων των 68 καμπυλών και για το μέσο απόλυτο σφάλμα (Μ68 - ΜΑΣ) και για το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (Μ68 - ΜΤΣ).

Τα αποτελέσματα τοποθετούνται σε πίνακες αντίστοιχους της παραγράφου 8.2 ταξινομημένα ανά μοντέλο και μέθοδο, στις σελίδες που ακολουθούν.

8.3.1 Μοντέλο Shanley

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.3.1
Αποτελέσματα Μοντέλου Shanley - Γραμμική Μέθοδος (ΓΕΤ)

Shanley Λογαρ.	Παράμετροι	Μέσος Όρος	Μέσο Σφάλμα Προσομοίωσης		
			Σύγκριση ως προς	ΜΑΣ (Απόλυτο)	ΜΤΣ (Τετραγωνικό)
A1	n	1.86009			
	LogC	-3.68906	MO	4297.58	
	C	0.000204618	M68	10196.2	2.06086e+008
A2	n(=σταθ.)	1.86009			
	LogC	-3.68906			
	C	0.000211324			
A3	n	1.8601			
	LogC	-3.6891	MO	3849.13	
	C	0.000223536	M68	5065.79	4.24965e+007
A4	n(=σταθ.)	1.8601			
	LogC	-3.6891	MO	3781.54	
	C	0.000205201	M68	8029.33	1.14708e+008

* Το κοσό είναι ενδεικτικό της διαφοράς του MO από τις 68 καμπύλες (βλ. Παράγρ. 8.1.3).

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.3.2
Αποτελέσματα Μοντέλου Shanley - Μη-Γραμμική Μέθοδος (ΜΓΕΤ)

Shanley Λογαρ.	Παράμετροι	Μέσος Όρος	Μέσο Σφάλμα Προσομοίωσης		
			Σύγκριση ως προς	ΜΑΣ (Απόλυτο)	ΜΤΣ (Τετραγωνικό)
B1	n	1.8601			
	LogC	-3.6891	MO	3849.13	
	C	0.000223536	M68	5065.79	4.24965e+007
B2	n(=σταθ.)	1.8601			
	LogC	-3.6891	MO	3781.54	
	C	0.000205201	M68	8029.33	1.14708e+008
Αναδρ.					
C1	n	1.8091	MO	1194.4	
	C	1.8194e-004	M68	1735.83	5.68101e+006
C2	n(=σταθ.)	1.8091	MO	1213.51	
	C	1.6176e-004	M68	2389.49	1.16438e+007
Ολοκλ.					
D1	n	1.8097	MO	1196.43	
	C	1.8309e-004	M68	1738.73	5.67561e+006
D2	n(=σταθ.)	1.8097	MO	1216.05	
	C	1.6217e-004	M68	2390.86	1.16434e+007

8.3.2 Μοντέλο Paris-IP

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.3.3
Αποτελέσματα Μοντέλου Paris-IP - Γραμμική Μέθοδος (ΓΕΤ)

Paris-IP Λογαρ.	Παράμετροι	Μέσος Όρος	Μέσο Σφάλμα Προσομοίωσης		
			Σύγκριση ως προς	ΜΑΣ (Απόλυτο)	ΜΤΣ (Τετραγωνικό)
A1	n	3.72018			
	LogC	-10.8771	MO	4296.24	
	C	1.32714e-11	M68	10196	2.06073e+008
A2	n(=σταθ.)	3.72018			
	LogC	-10.8771			
	C	1.37063e-11			
A3	n	3.7202			
	LogC	-1.0877	MO	3847.8	
	C	1.53235e-11	M68	5064.89	4.24847e+007
A4	n(=σταθ.)	3.7202			
	LogC	-1.0877	MO	3780.2	
	C	1.53235e-11	M68	8028.86	1.14698e+008

* Το κοσό είναι ενδεικτικό (βλ. Παραγρ. 8.1.3).

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.3.4
Αποτελέσματα Μοντέλου Paris (IP) - Μη-Γραμμική Μέθοδος (ΜΓΕΤ)

Paris IP Λογαρ.	Παράμετροι	Μέσος Όρος	Μέσο Σφάλμα Προσομοίωσης		
			Σύγκριση ως προς	ΜΑΣ (Απόλυτο)	ΜΤΣ (Τετραγωνικό)
B1	n	3.7202			
	LogC	-1.0877e+001	MO	3847.8	
	C	1.53235e-11	M68	5064.89	4.24847e+007
B2	n(=σταθ.)	3.7202			
	LogC	-1.0877e+001	MO	3780.2	
	C	1.33091e-11	M68	8028.86	1.14698e+008
Αναδρ.					
C1	n	3.4756	MO	1363.3	
	C	2.3867e-011	M68	2287.43	1.19254e+007
C2	n(=σταθ.)	3.4756	MO	1364.31	
	C	2.3068e-011	M68	2518.52	1.39829e+007
Ολοκλ.					
D1	n	3.4746	MO	1364.52	
	C	2.3959e-011	M68	2272	1.18651e+007
D2	n(=σταθ.)	3.4746	MO	1369.19	
	C	2.3124e-011	M68	2521.52	1.40169e+007

8.3.3 Μοντέλο Paris CC

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.3.5

Αποτελέσματα Μοντέλου Paris-CC - Γραμμική Μέθοδος (ΓΕΤ)

Paris-CC Λογαρ.	Παράμετροι	Μέσος Όρος	Μέσο Σφάλμα Προσομοίωσης		
			Σύγκριση ως προς	ΜΑΣ (Απόλυτο)	ΜΤΣ (Τετραγωνικό)
A1	n	2.87701			
	LogC	-10.0463	MO	10287	
	C	8.989e-11	M68	12594	2.91255e+008
A2	n(=σταθ.)	2.87701			
	LogC	-10.0463			
	C	9.24352e-11			
A3	n	2.8770			
	LogC	-1.0046e+001	MO	9878.11	
	C	9.80935e-11	M68	9946.17	1.27531e+008
A4	n(=σταθ.)	2.8770			
	LogC	-1.0046e+001	MO	9788.8	
	C	9.0146e-11	M68	11311.5	1.90503e+008

* Το ποσό είναι ενδεικτικό (βλ. Παραγρ. 8.1.3).

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.3.6

Αποτελέσματα Μοντέλου Paris-CC - Μη-Γραμμική Μέθοδος (ΜΓΕΤ)

Paris-CC Λογαρ.	Παράμετροι	Μέσος Όρος	Μέσο Σφάλμα Προσομοίωσης		
			Σύγκριση ως προς	ΜΑΣ (Απόλυτο)	ΜΤΣ (Τετραγωνικό)
B1	n	2.8770			
	LogC	-1.0046e+001	MO	9878.11	
	C	9.80935e-11	M68	9946.17	1.27531e+008
B2	n(=σταθ.)	2.8770			
	LogC	-1.0046e+001	MO	9788.81	
	C	9.0146e-11	M68	11311.5	1.90503e+008
Αναδρ.	L1				
C1	n	3.0822	MO	2238.36	
	C	5.7355e-011	M68	2649.52	1.27116e+007
C2	n(=σταθ.)	3.0822	MO	2252.47	
	C	5.2503e-011	M68	2984.05	1.65962e+007
Αναδρ.	L2				
D1	n	3.0832	MO	2233.74	
	C	5.7176e-011	M68	2644.34	1.26948e+007
D2	n(=σταθ.)	3.0832	MO	2247.26	
	C	5.2423e-011	M68	2980.09	1.65711e+007
Ολοκλ.	L1				
E1	n	3.0572	MO	2901.24	
	C	6.2365e-011	M68	3217.49	1.80528e+007
E2	n(=σταθ.)	3.0572	MO	2914.62	
	C	5.8938e-011	M68	3497.13	2.17675e+007
Ολοκλ.	L2				
F1	n	3.0621	MO	3551.76	
	C	6.3952e-011	M68	3764.66	2.36087e+007
F2	n(=σταθ.)	3.0621	MO	3566.29	
	C	6.1478e-011	M68	4036.94	2.74819e+007

8.3.4 Μοντέλο Larsen (IP & CC)

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.3.7

Αποτελέσματα Μοντέλου Larsen-IP - Μη-Γραμμική Μέθοδος (ΜΓΕΤ)

Larsen-IP Λογαρ.	Παράμετροι	Μέσος Όρος	Μέσο Σφάλμα Προσομοίωσης		
			Σύγκριση ως προς	ΜΑΣ (Απόλυτο)	ΜΤΣ (Τετραγωνικό)
B1	C1	0.3217			
	C2	9.4156	MO	3230.04	
	C3	-10.1610	M68	3403.11	1.6788e+007
	C4	-6.8673			
B2	C1	0.2971			
	C2	9.4239	MO	3499.19	
	C3(=σταθ.)	-10.1610	M68	3989.31	2.37347e+007
	C4(=σταθ.)	-6.8673			
B3	C1(=σταθ.)	0.3217			
	C2	9.3945	MO	11983.8	
	C3(=σταθ.)	-10.1610	M68	13237.8	2.58359e+008
	C4(=σταθ.)	-6.8673			
Αναδρομ.					
D1	C1	0.3595			
	C2	8.2338	MO	407.61	
	C3	-8.8900	M68	1043.22	2.04842e+006
	C4	-6.8711			
D2	C1	0.3614			
	C2	8.2365	MO	405.118	
	C3(=σταθ.)	-8.8900	M68	1385.12	3.70148e+006
	C4(=σταθ.)	-6.8711			
D3	C1(=σταθ.)	0.3595			
	C2	8.2345	MO	409.123	
	C3(=σταθ.)	-8.8900	M68	2126.57	9.39634e+006
	C4(=σταθ.)	-6.8711			

ΠΙΝΑΚΑΣ 8.3.8

Αποτελέσματα Μοντέλου Larsen-CC - Μη-Γραμμική Μέθοδος (ΜΓΕΤ)

Larsen-CC Λογαρ.	Παράμετροι	Μέσος Όρος	Μέσο Σφάλμα Προσομοίωσης		
			Σύγκριση ως προς	ΜΑΣ (Απόλυτο)	ΜΤΣ (Τετραγωνικό)
C1	C1	0.4484			
	C2	5.9017	MO	3355.23	
	C3	-6.9066	M68	3610.26	1.85512e+007
	C4	-6.6595			
C2	C1	0.4028			
	C2	5.8765	MO	2862.7	
	C3(=σταθ.)	-6.9066	M68	3971.9	2.51989e+007
	C4(=σταθ.)	-6.6595			
C3	C1(=σταθ.)	0.4484			
	C2	5.8857	MO	18226.9	
	C3(=σταθ.)	-6.9066	M68	18666.1	4.71093e+008
	C4(=σταθ.)	-6.6595			
Αναδρομ.					
E1	C1	0.3809			
	C2	6.2515	MO	319.262	
	C3	-7.2350	M68	1019.7	1.98791e+006
	C4	-6.7253			
E2	C1	0.3803			
	C2	6.2587	MO	323.513	
	C3(=σταθ.)	-7.2350	M68	1382.88	3.70454e+006
	C4(=σταθ.)	-6.7253			
E3	C1(=σταθ.)	0.3809			
	C2	6.2617	MO	342.623	
	C3(=σταθ.)	-7.2350	M68	2111.8	9.19803e+006
	C4(=σταθ.)	-6.7253			

8.4 Σύγκριση των Μοντέλων-Μεθόδων

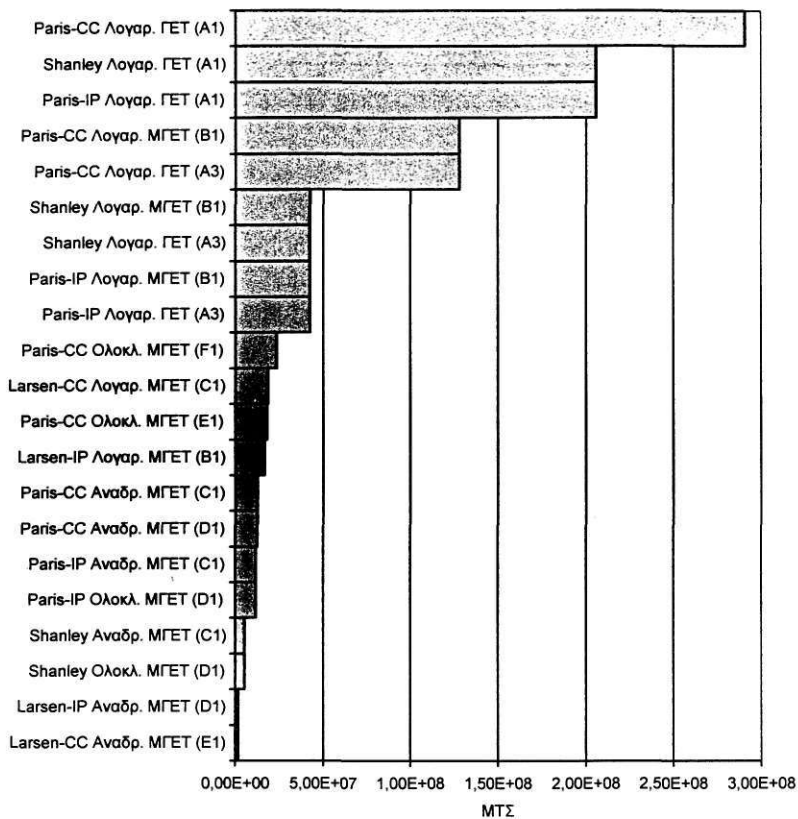
8.4.1 Σύγκριση ως προς τις 68 καμπύλες των πειραματικών δεδομένων

Τα 68 σει παραμέτρων, που εκτίμησε κάθε μοντέλο-μέθοδος από τις 68 καμπύλες δεδομένων, χρησιμοποιήθηκαν για την αναδημιουργία (με προσομοίωση) όλων των καμπυλών.

Τα αποτελέσματα συγκρίθηκαν εν συνεχεία με τα αντίστοιχα πραγματικά δεδομένα. Από τις διαφορές τους προέκυψαν τα παρακάτω μεγέθη:

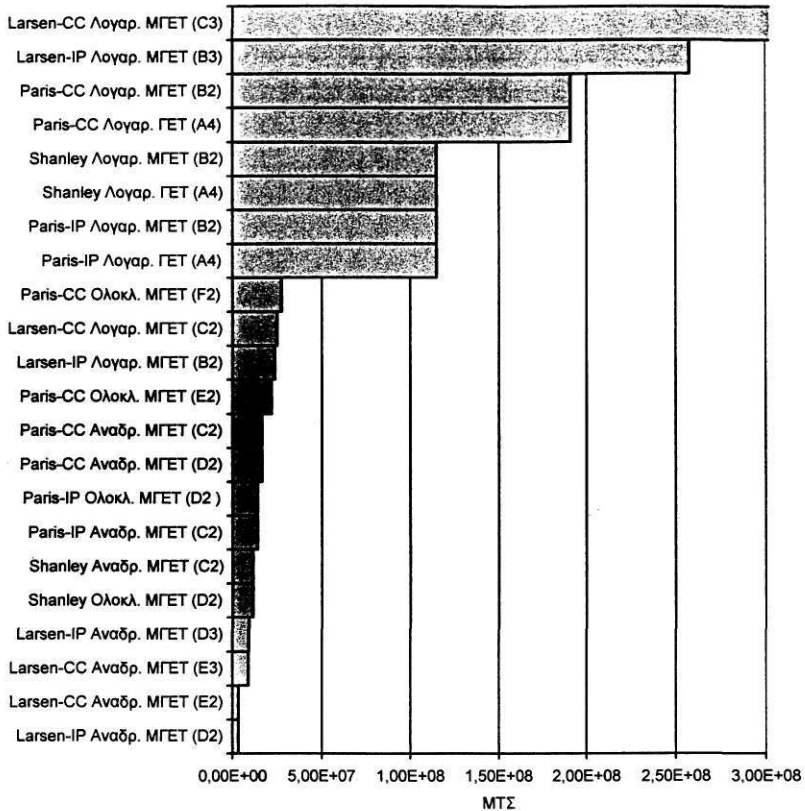
- α) 68 ΜΤΣ & 68 ΜΑΣ, από ένα για κάθε πειραματική καμπύλη και τη διαφορά από τη προσομοιωμένη, και,
- β) το ΜΤΣ & ΜΑΣ κάθε περίπτωσης μεθόδου-μοντέλου από τη μέση τιμή των 68 παραπάνω ποσοτήτων.

Τα αποτελέσματα για όλα τα πλήρη μοντέλα (όλες οι παράμετροι άγνωστες) παρουσιάζονται στο παρακάτω σχήμα.



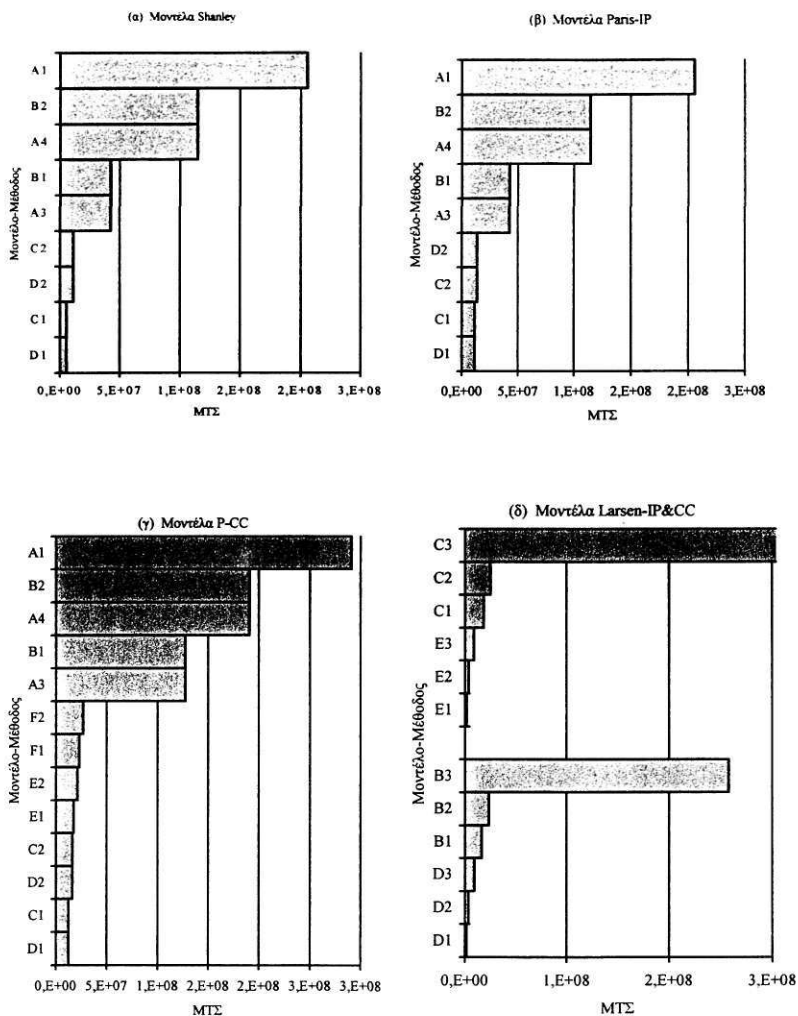
ΣΧΗΜΑ 8.4.1: Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα (MTΣ) από την προσομοίωση όλων των καμπυλών (68) για κάθε περίπτωση Μοντέλου-Μεθόδου (πλήρη μοντέλα).

Τα αποτελέσματα για όλα τα μειωμένα μοντέλα (οι μισές παράμετροι άγνωστες) παρουσιάζονται στο παρακάτω σχήμα.



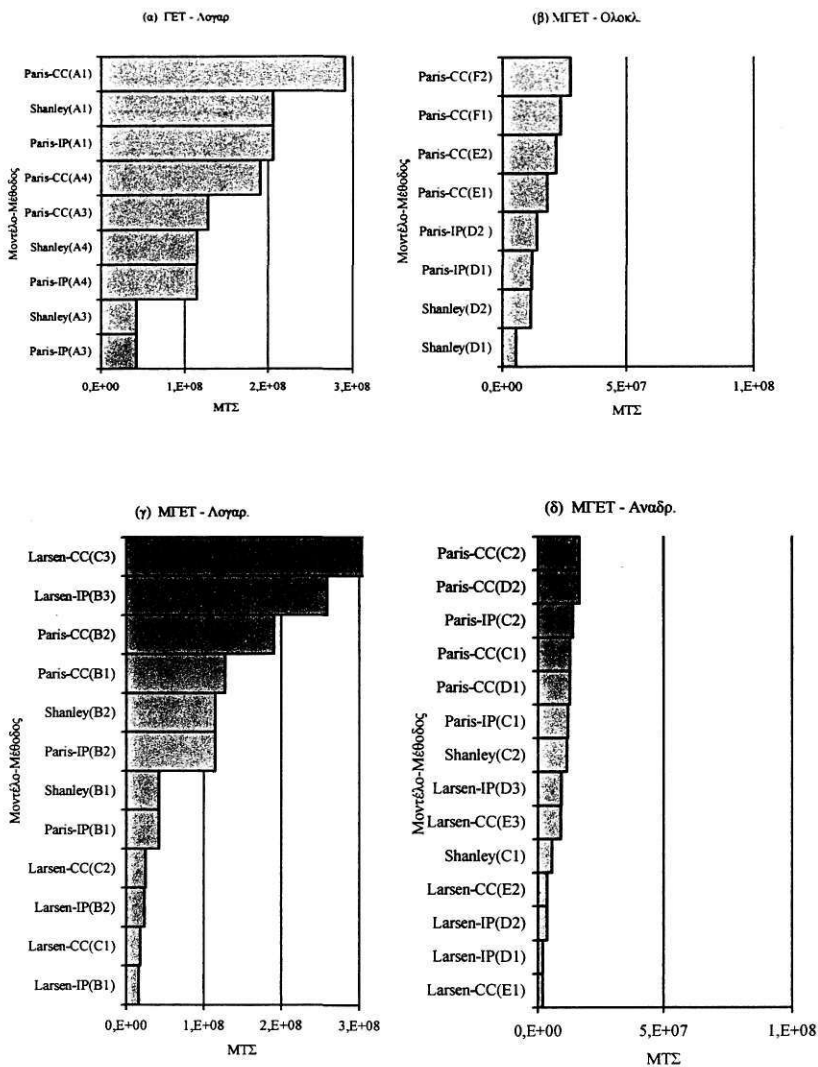
ΣΧΗΜΑ 8.4.2: Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα (ΜΤΣ) από την προσομοίωση όλων των καμπυλών (68) για κάθε περίπτωση Μοντέλου-Μεθόδου (μειωμένα μοντέλα).

Τα αποτελέσματα ταξινομημένα ανά εξίσωση και μοντέλο, με σκοπό τη σύγκριση των μεθόδων, παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα



ΣΧΗΜΑ 8.4.3: Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα (ΜΤΣ) από την προσομοίωση όλων των καμπυλών (68) ανά κατηγορία μοντέλου: α) Shanley β) Paris-IP γ) Paris-CC, δ) Larsen IP & CC.

Τα αποτελέσματα ταξινομημένα ανά μέθοδο, με σκοπό τη σύγκριση των μοντέλων, παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα.

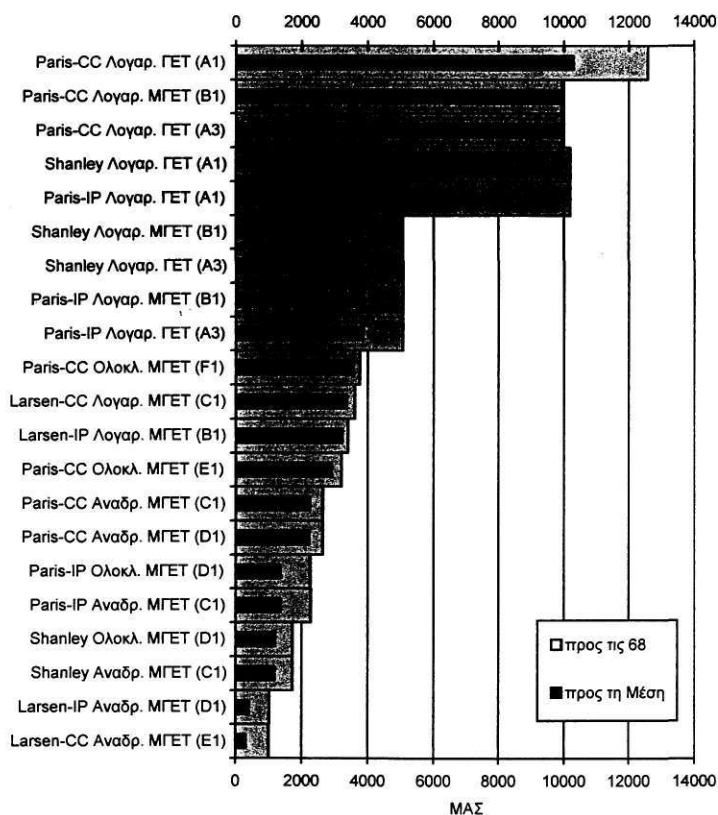


ΣΧΗΜΑ 8.4.4: Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα (ΜΤΣ) από την προσομοίωση όλων των καμπυλών (68) ανά κατηγορία μεθόδου: α) ΓΕΤ (σε λογαρ. μοντέλα) β) ΜΓΕΤ (σε ολοκλ. μοντέλα), γ) ΜΓΕΤ (σε λογαρ. μοντέλα), δ) ΜΓΕΤ (σε αναδρ. μοντέλα).

8.4.2 Σύγκριση ως προς τη μέση καμπύλη των 68 πειραμάτων (ΜΟ)

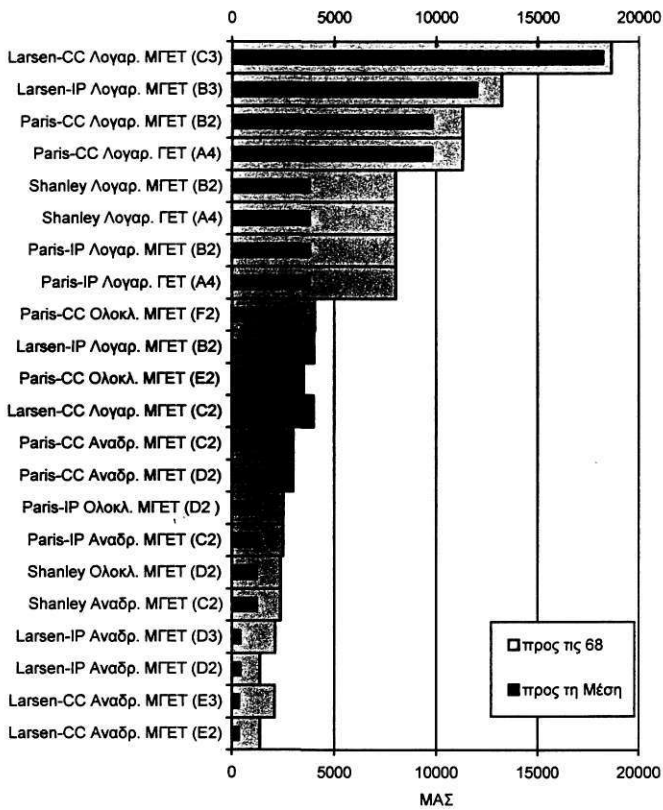
Από τις μέσες τιμές των παραμέτρων που εκτίμησε κάθε μοντέλο-μέθοδος δημιουργήθηκε, με προσομοίωση από το αντίστοιχο μοντέλο, μία μέση καμπύλη (ΜΟ) και συγκρίθηκε με τη μέση πειραματική καμπύλη. Τα Μέσα Απόλυτα Σφάλματα (ΜΑΣ) όλων των περιπτώσεων μεθόδου-μοντέλου συγκεντρώθηκαν και συγκρίθηκαν.

Τα αποτελέσματα για όλα τα πλήρη μοντέλα (όλες οι παράμετροι άγνωστες) παρουσιάζονται στο παρακάτω σχήμα.



ΣΧΗΜΑ 8.4.5: Μέσο Απόλυτο Σφάλμα (ΜΑΣ) από την προσομοίωση της μέσης πειραματικής καμπύλης και όλων των 68 πραγματικών για κάθε περίπτωση Μοντέλου-Μεθόδου (πλήρη μοντέλα).

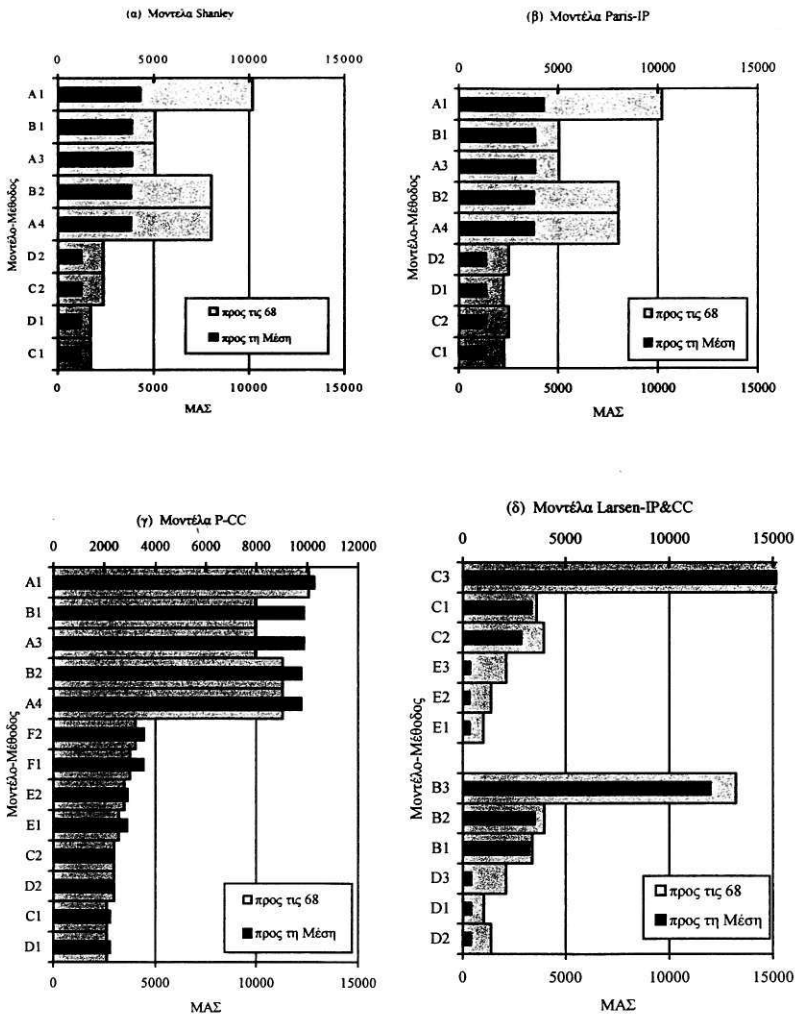
Τα αποτελέσματα για όλα τα μειωμένα μοντέλα (οι μισές παράμετροι άγνωστες) παρουσιάζονται στο παρακάτω σχήμα.



ΣΧΗΜΑ 8.4.6: Μέσο Απόλυτο Σφάλμα (ΜΑΣ) από την προσομοίωση της μέσης πειραματικής καμπύλης και όλων των 68 πραγματικών για κάθε περίπτωση Μοντέλου-Μεθόδου (μειωμένα μοντέλα).

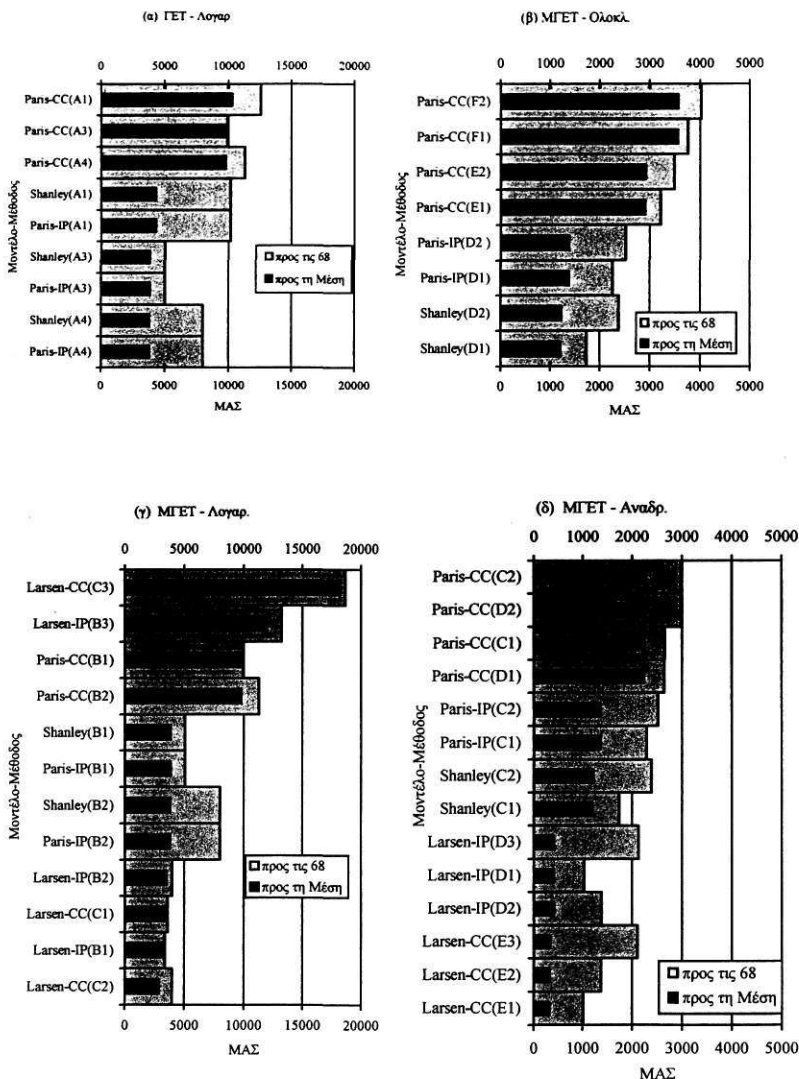
Καθώς το ενδιαφέρον μας συγκεντρώνεται στη διάκριση και επιλογή μεταξύ των διαφόρων μεθόδων και μοντέλων, ταξινομούμε τα αποτελέσματα κατά κατηγορία ώστε η σύγκριση να είναι πιο άμεση.

Τα αποτελέσματα ταξινομημένα ανά εξίσωση και μοντέλο, με σκοπό τη σύγκριση των μεθόδων, παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα.



ΣΧΗΜΑ 8.4.7: Μέσο Απόλυτο Σφάλμα (ΜΑΣ) προσομοίωσης της μέσης πειραματικής καμπύλης και όλων των 68 πραγματικών ανά κατηγορία μοντέλου : α) Shanley β) Paris-IP γ) Paris-CC, δ) Larsen IP & CC.

Τα αποτελέσματα ταξινομημένα ανά μέθοδο, με σκοπό τη σύγκριση των μοντέλων, παρουσιάζονται στα παρακάτω σχήματα & ιστογράμματα.



ΣΧΗΜΑ 8.4.8: Μέσο Απόλυτο Σφάλμα (ΜΑΣ) προσομοίωσης της πειραματικής καμπύλης και όλων των 68 πραγματικών ανά κατηγορία μεθόδου: α) GET (σε λογαρ. μοντέλα) β) ΜΙΓΕΤ (σε ολοκλ. μοντέλα), γ) ΜΙΓΕΤ (σε λογαρ. μοντέλα), δ) ΜΙΓΕΤ (σε αναδρ. μοντέλα).

8.4.3 Σύγκριση ως προς τα όρια αξιοπιστίας (3σ) & την αντιμετώπιση οριακών περιπτώσεων

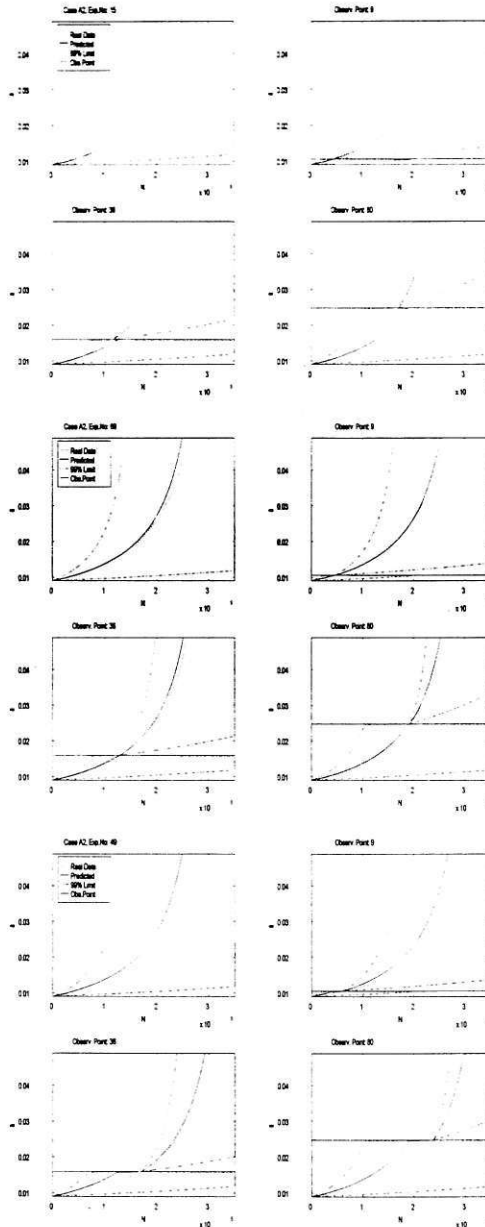
Μειωμένα μοντέλα με τη μία παράμετρο μεταβλητή και τις άλλες σταθερές...

Πρόβλεψη A-priori, μετά από 9 δεδομένα ($\approx 5\%$), μετά από 36 δεδομένα ($\approx 20\%$), και, μετά από 80 δεδομένα ($\approx 50\%$).

Μαζί με τη μέση προβλεπόμενη καμπύλη σχεδιάζονται και οι δύο οριακές που αντιστοιχούν στις ακραίες τιμές της μη σταθερής παραμέτρου. Οι τιμές αυτές υπολογίζονται σε απόσταση $\pm 3\sigma$ από το μέσο όρο της παραμέτρου.

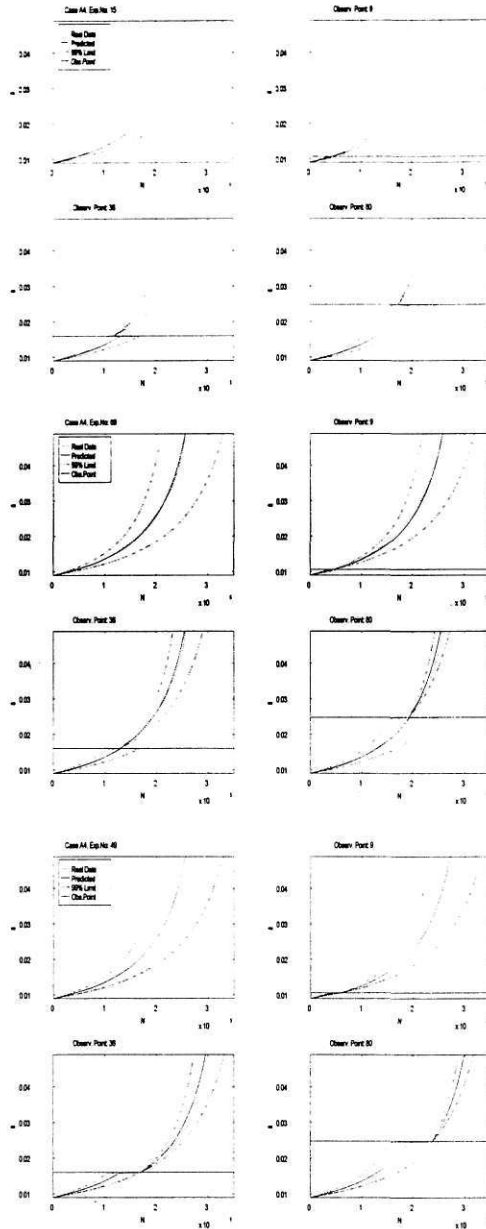


Μοντέλο Shanley (A2)



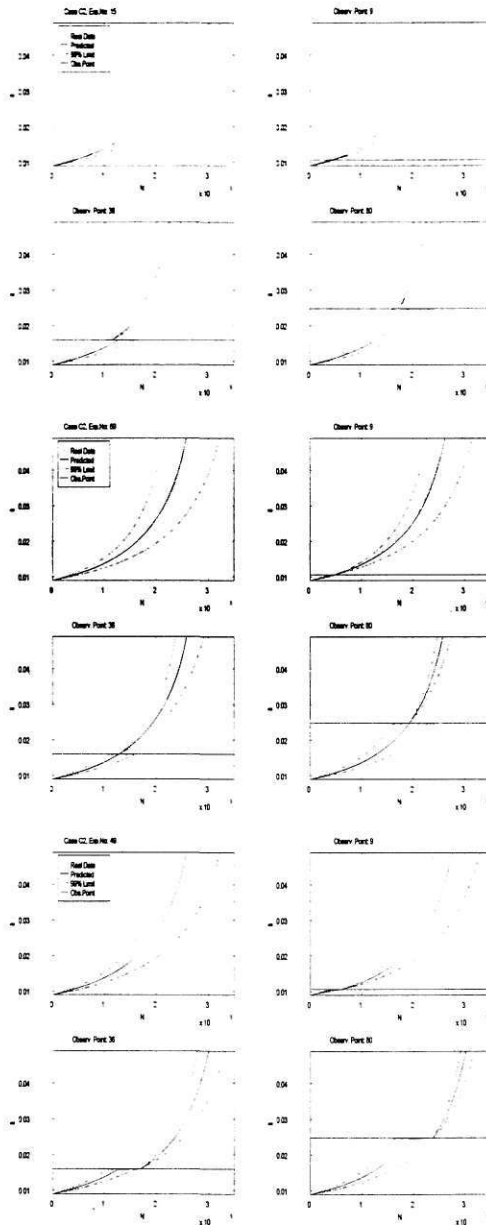
Σχήμα 8.4.9: A-priori & on-line προβλέψεις των πειραματικών καμπυλών: α) Σύντομο πείραμα. β) Μέσος Όρος γ) Αργό πείραμα.

Μοντέλο Shanley (A4)



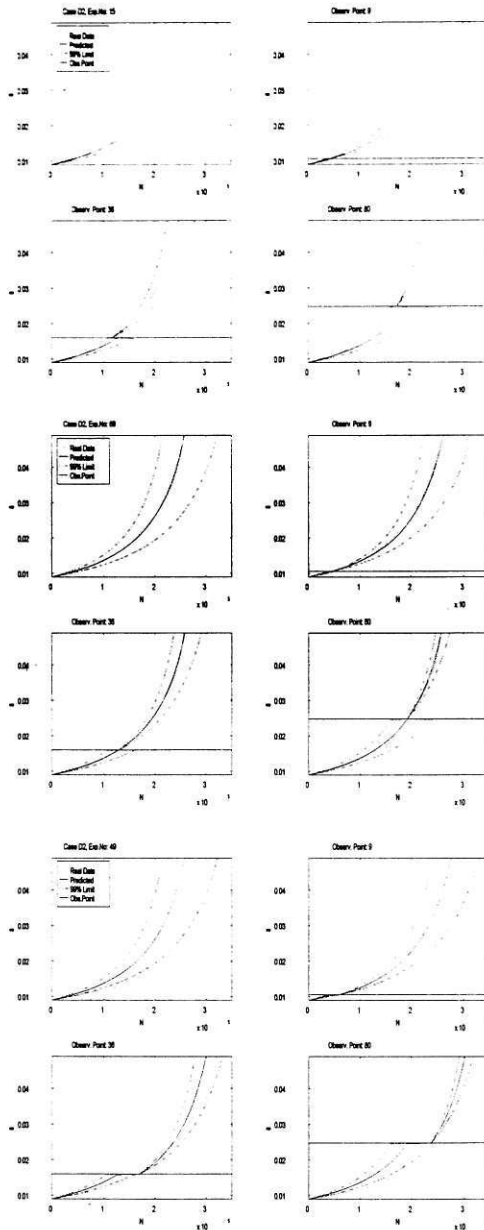
Σχήμα 8.4.10: A-priori & On-line προβλέψεις των πειραματικών καμπυλών: α) Σύντομο πείραμα. β) Μέσος Όρος γ) Αργό πείραμα.

Μοντέλο Shanley (C2)



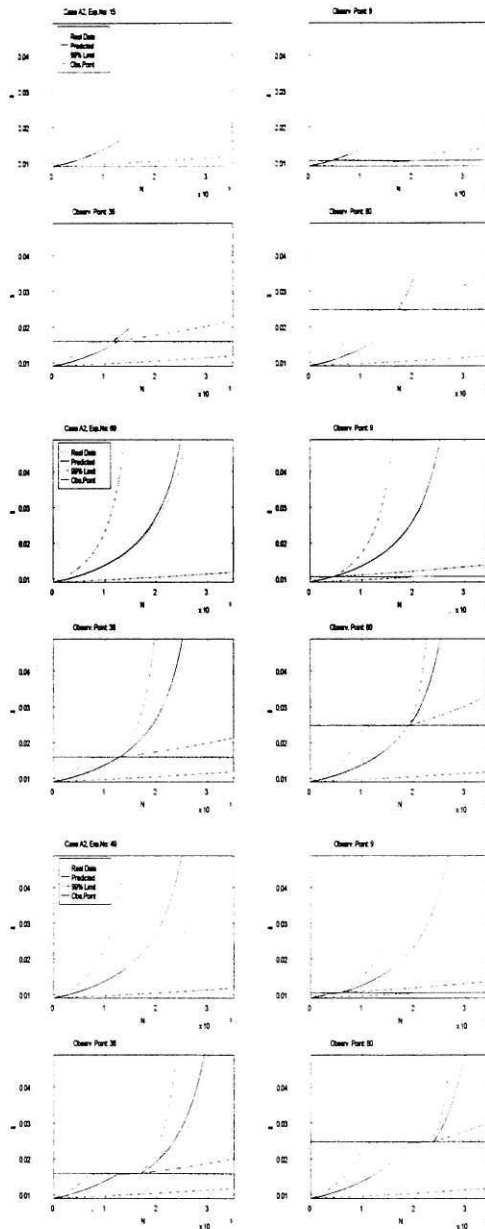
Σχήμα 8.4.11: A-priori & On-line προβλέψεις των πειραματικών καμπολών: α) Σύντομο πείραμα. β) Μέσος Όρος γ) Αργό πείραμα.

Μοντέλο Shanley (D2)



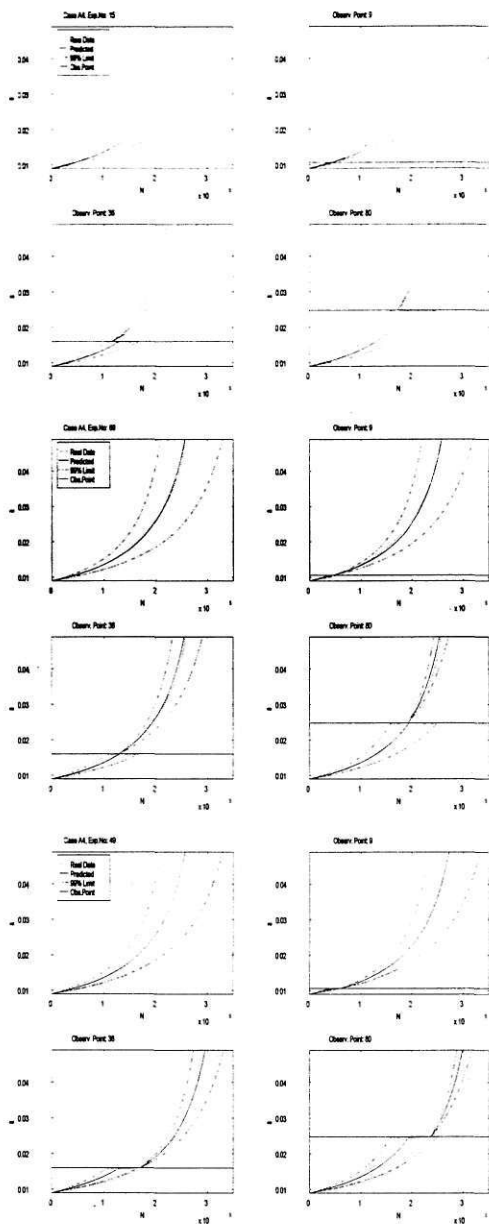
Σχήμα 8.4.12: A-priori & On-line προβλέψεις των πειραματικών καμπυλών: α) Σύντομο πείραμα. β) Μέσος Όρος γ) Αργό πείραμα.

Μοντέλο Paris-IP (A2)



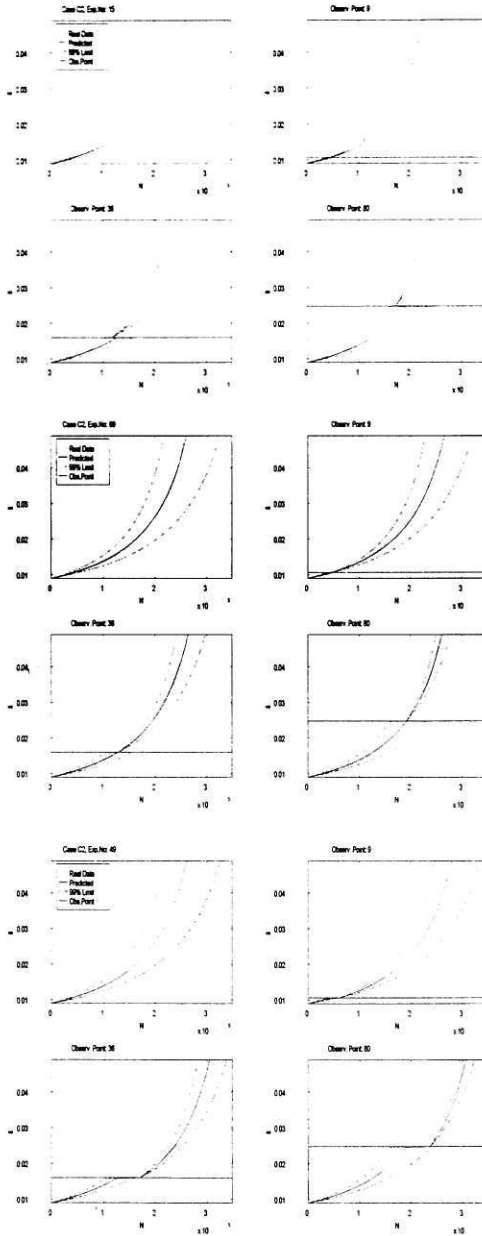
Σχήμα 8.4.13: A-priori & On-line προβλέψεις των πειραματικών καμπυλών: α) Σύντομο πείραμα. β) Μέσος Όρος γ) Αργό πείραμα.

Μοντέλο Paris-IP (A4)



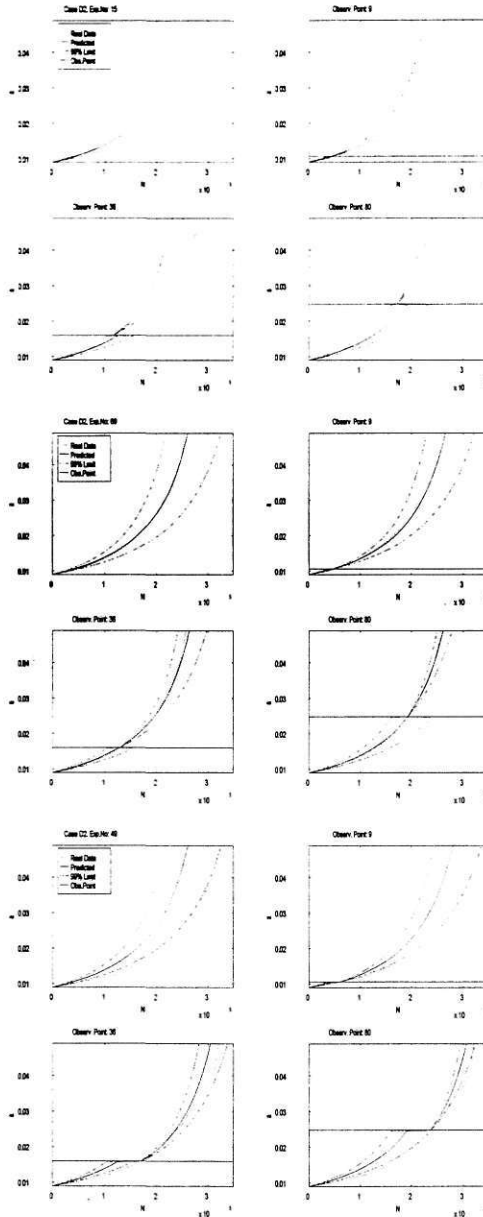
Σχήμα 8.4.14: Α-πριורי & On-line προβλέψεις των πειραματικών καμπυλών: α) Σύντομο πείραμα. β) Μέσος Όρος γ) Αργό πείραμα.

Μοντέλο Paris-IP (C2)



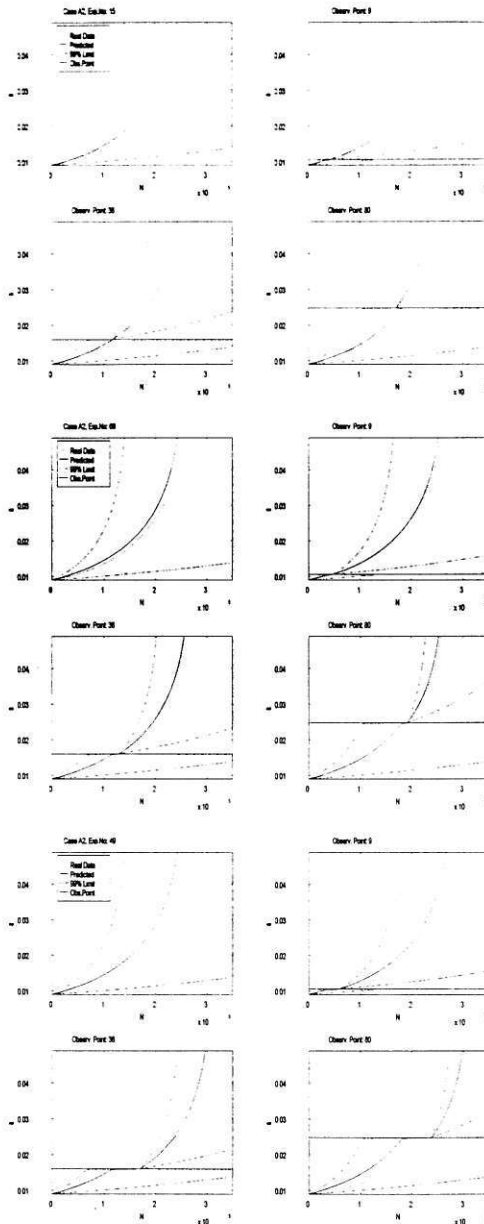
Σχήμα 8.4.15: A-priori & On-line προβλέψεις των πειραματικών καμπυλών: α) Σύντομο πείραμα. β) Μέσος Όρος γ) Αργό πείραμα.

Μοντέλο Paris-IP (D2)



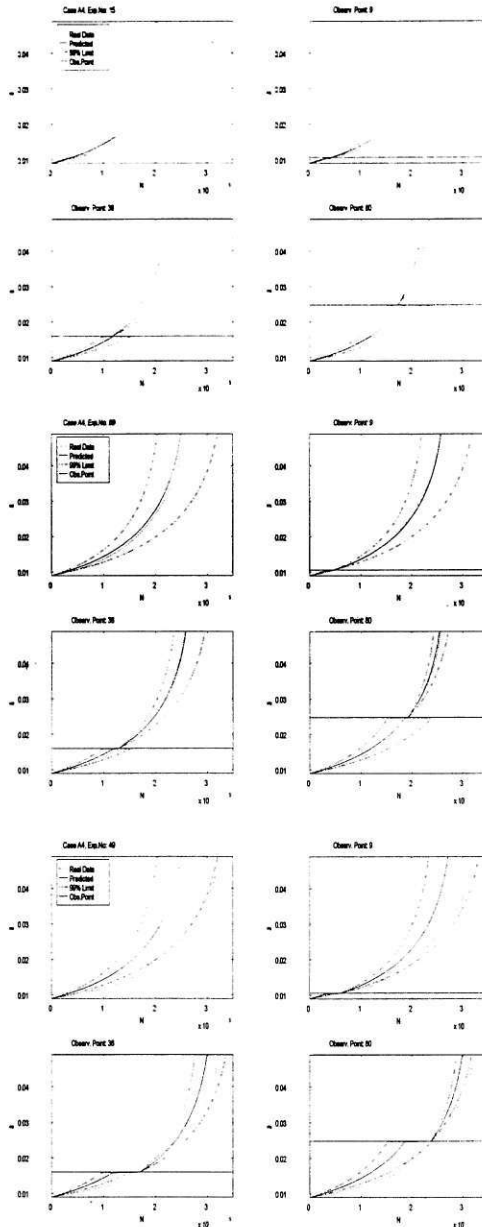
Σχήμα 8.4.16: A-priori & On-line προβλέψεις των πειραματικών καμπυλών: α) Σύντομο πείραμα. β) Μέσος Όρος γ) Αργό πείραμα.

Μοντέλο Paris-CC (A2)



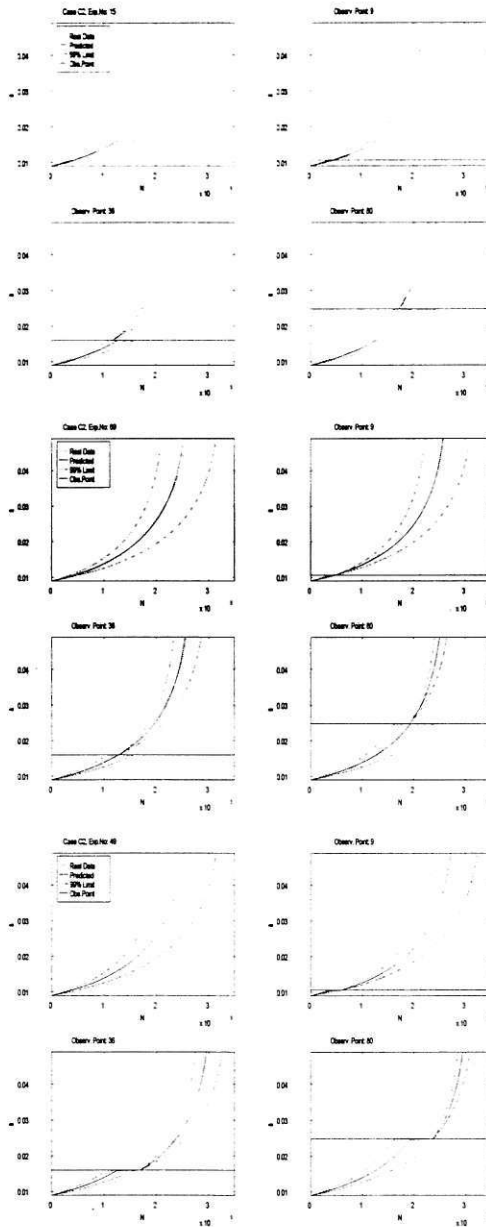
Σχήμα 8.4.17: A-priori & On-line προβλέψεις των πειραματικών καμπυλών: α) Σύντομο πείραμα. β) Μέσος Όρος γ) Αργό πείραμα.

Μοντέλο Paris-CC (A4)



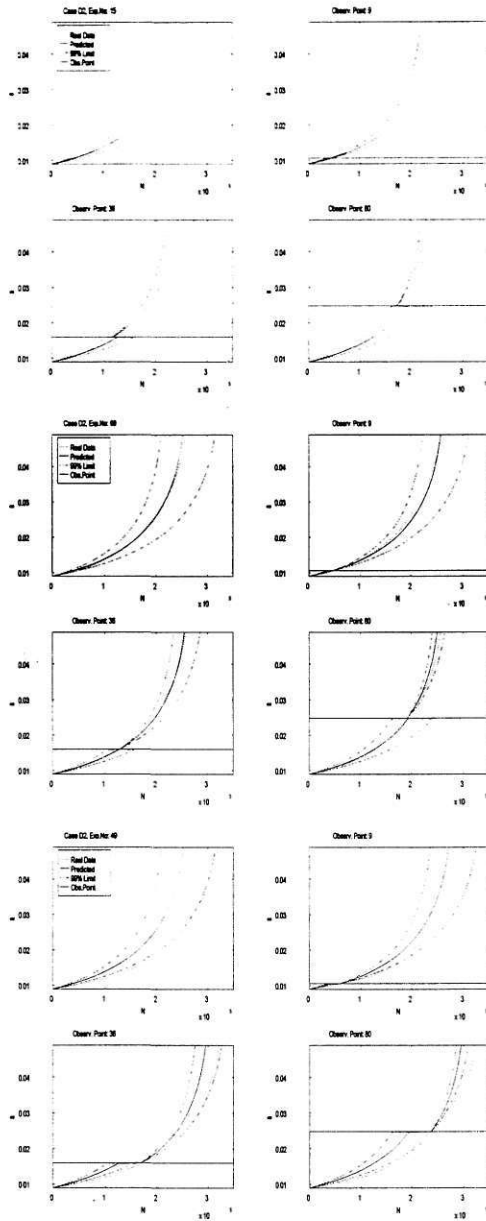
Σχήμα 8.4.18: A-πριורי & On-line προβλέψεις των πειραματικών καμπυλών: α) Σύντομο πείραμα. β) Μέσος Όρος γ) Αργό πείραμα.

Μοντέλο Paris-CC (C2)



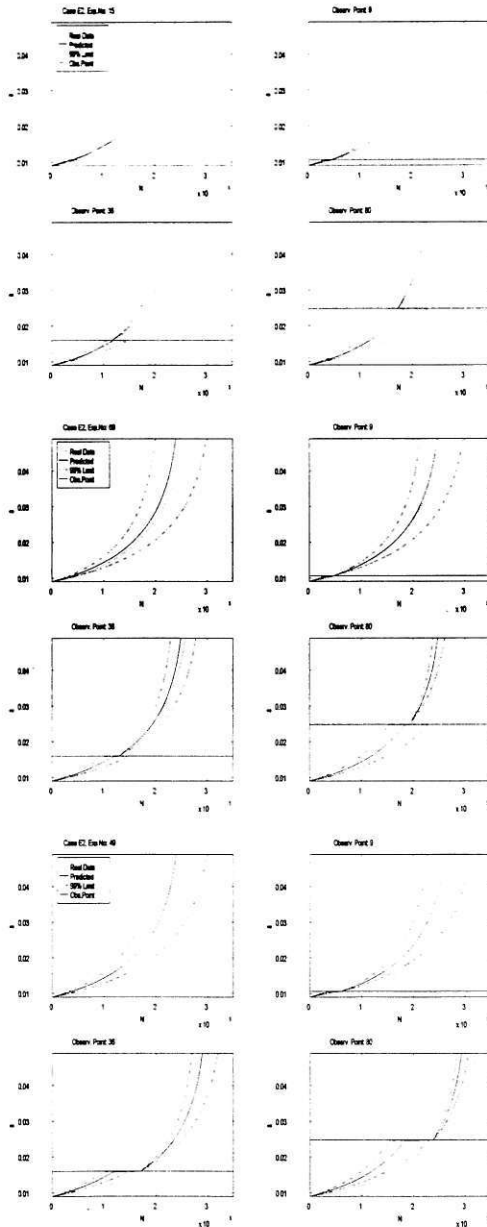
Σχήμα 8.4.19: A-priori & On-line προβλέψεις των πειραματικών καμπυλών: α) Σύντομο πείραμα. β) Μέσος Όρος γ) Αργό πείραμα.

Μοντέλο Paris-CC (D2)



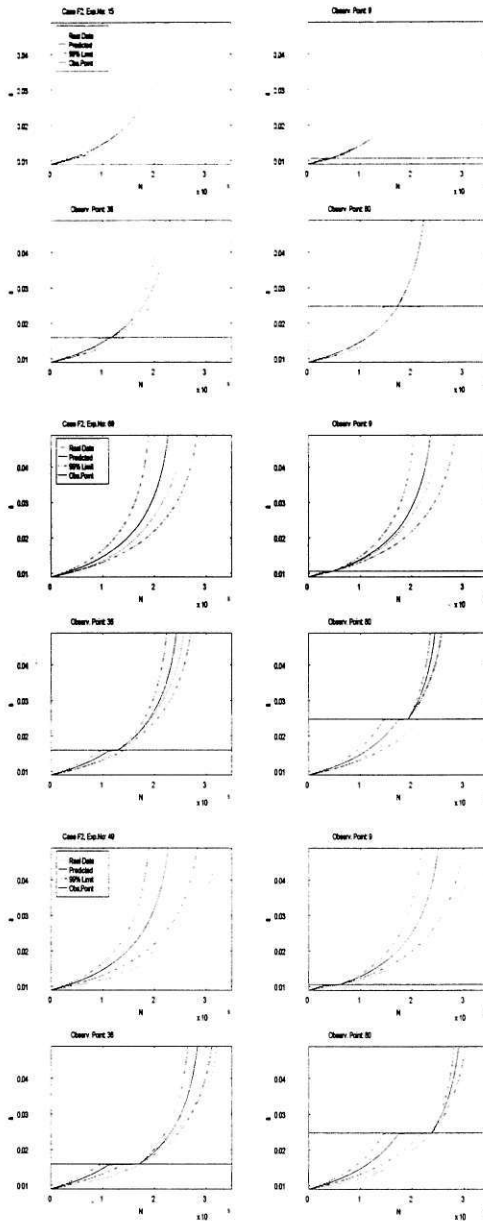
Σχήμα 8.4.20: A-priori & On-line προβλέψεις των πειραματικών καμπυλών: α) Σύντομο πείραμα. β) Μέσος Όρος γ) Αργό πείραμα.

Μοντέλο Paris-CC (E2)



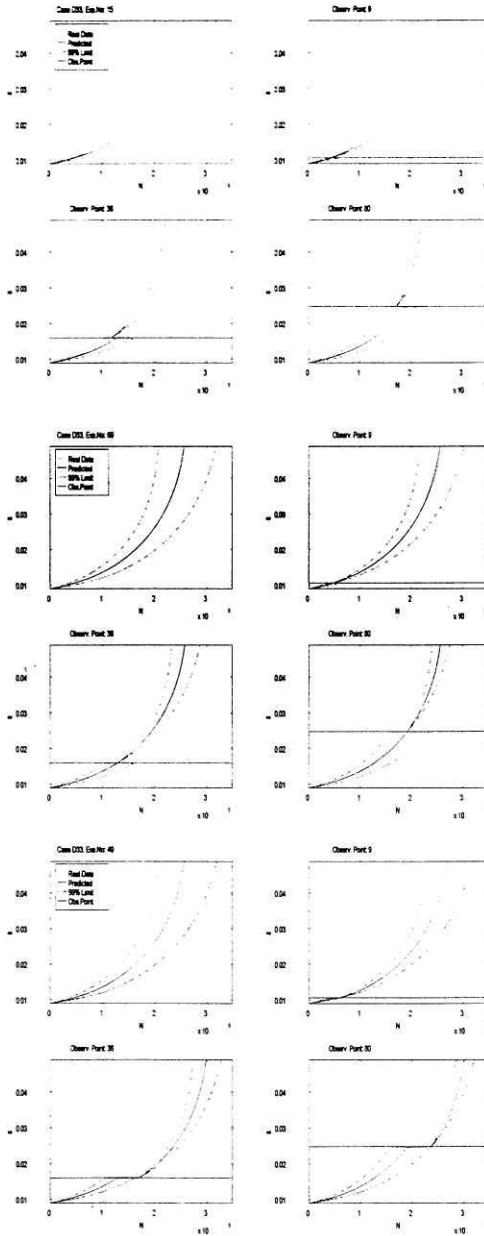
Σχήμα 8.4.21: A-priori & On-line προβλέψεις των πειραματικών καμπυλών: α) Σύντομο πείραμα. β) Μέσος Όρος γ) Αργό πείραμα.

Μοντέλο Paris-CC (F2)



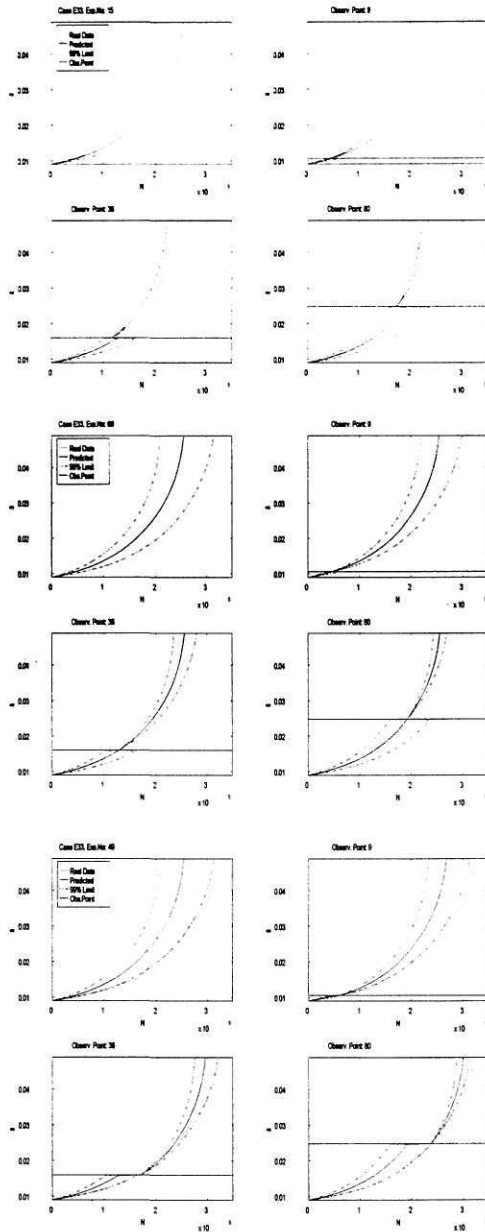
Σχήμα 8.4.22: A-priori & On-line προβλέψεις των πειραματικών καμπυλών: α) Σύντομο πείραμα. β) Μέσος Όρος γ) Αργό πείραμα.

Μοντέλο Larsen-IP (D3)



Σχήμα 8.4.23: A-priori & On-line προβλέψεις των πειραματικών καμπυλών: α) Σύντομο πείραμα. β) Μέσος Όρος γ) Αργό πείραμα.

Μοντέλο Larsen -CC (E3)



Σχήμα 8.4.24: A-priori & On-line προβλέψεις των πειραματικών καμπυλών: α) Σύντομο πείραμα. β) Μέσος Όρος γ) Αργό πείραμα.

8.5 Συμπεράσματα

Για όλες τις κατηγορίες μοντέλων διαπιστώθηκε ότι, η μετάβαση από τα λογαριθμικά στα ολοκληρωμένα /αναδρομικά μοντέλα βελτιώνει τις εκτιμήσεις των παραμέτρων, μειώνοντας τα σφάλματα στην αναδημιουργία του φαινομένου κατά 30% έως και 90%.

Για την ίδια εξίσωση μοντέλου ο συνδυασμός λογαριθμικού-ΓΕΤ υστερεί των άλλων υλοποιήσεων (με ΜΓΕΤ) καθώς τα ΜΤΣ είναι μεγαλύτερα κατά μισή με μία τάξη μεγέθους.

Τα μειωμένα μοντέλα (50% των παραμέτρων γνωστές) έχουν λίγο μεγαλύτερο σφάλμα από τα πλήρη, με αντάλλαγμα την απλούστερη δομή, τη ταχύτερη σύγκλιση, και τη κανονικότερη κατανομή των αγνώστων παραμέτρων. Ένας επιπλέον λόγος για τη διερεύνηση και χρήση μειωμένου μοντέλου είναι η συσχέτιση που διαπιστώνεται μεταξύ των παραμέτρων του πλήρους μοντέλου.

Από τα τεστ κανονικότητας φαίνεται ότι οι τιμές των παραμέτρων στα μειωμένα και τα λογαριθμικά μοντέλα πλησιάζουν τη κανονική (normal) κατανομή, ενώ στα πλήρη οι κατανομές είναι σχεδόν log-normal.

Ο νόμος του Paris, που χρησιμοποιείται ευρύτατα στη λογαριθμική μορφή, δίνει 50% καλύτερες εκτιμήσεις με την Μη Γραμμική μέθοδο και την αναδρομική /ολοκληρωμένη μορφή. Ο νόμος του Shanley αποδίδει το ίδιο με το νόμο του Paris για άπειρη επιφάνεια (Paris-IP) και στην αναδρομική μορφή δίνει πολύ καλά αποτελέσματα. Ο νόμος του Paris-CC με ανεπτυγμένο το $Y(a)$ εισάγει μία πολυπλοκότητα που βοηθά στη ρύθμιση του μοντέλου από πλευράς συνθηκών, αλλά μειώνει τη σύγκλιση και την ακρίβεια της εκτίμησης των παραμέτρων καθώς δεν βελτιώνει τη καμπύλη για να πλησιάσει τα δεδομένα.

Τα απολύτως μικρότερα σφάλματα έδωσε το πλήρες μοντέλο Larsen με τη ΜΓΕΤ. Η διαφορά φτάνει μέχρι και τις 2 τάξεις μεγέθους. Το μοντέλο είναι και το πλέον πολύπλοκο με 4 παραμέτρους και είναι μη-γραμμικό ακόμα και σε λογαριθμική μορφή.

Κατά την εφαρμογή της μεθόδου ΜΓΕΤ διαπιστώθηκε σημαντική βελτίωση των εκτιμήσεων για μικρό αριθμό επαναλήψεων της εκτίμησης, με νέες αρχικές τιμές τις προηγούμενες τελικές.

Από τα μοντέλα που προτάθηκαν και δοκιμάστηκαν, επιλέχθηκαν τρία αναδρομικά μοντέλα για τις ανάγκες του επομένου κεφαλαίου 9: α) το Shanley που είναι το απλούστερο με καλή απόδοση, β) το Paris-IP που είναι από τα πλέον συχνά, και, γ) το Shanley-CC που είναι από τα ακριβέστερα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9 : ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΤΗΣ ΡΩΓΜΗΣ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ & ΠΡΟΗΓΜΕΝΩΝ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

9.1 Εισαγωγή

Οι νόμοι που επιλέχθηκαν και διατυπώθηκαν σε καταστατική μορφή, έχουν περιγραφεί αναλυτικά στο Κεφ. 6. Συγκεκριμένα έχουν σχηματιστεί τα βασικά καταστατικά μοντέλα (μη γραμμικά, επαυξημένα, παραμετρικά,...) τα οποία υλοποιούνται από τις εξισώσεις των: Shanley, Paris, ή, Larsen, ανάλογα. Οι ίδιες εξισώσεις χρησιμοποιήθηκαν και στο Κεφ. 8 με τις κλασσικές μεθόδους των ελαχίστων τετραγώνων ΓΕΤ & ΜΓΕΤ.

Κάθε ένας από τους παραπάνω νόμους μπορεί να εφαρμοστεί με διαφορετικές μορφές.

Τα μη γραμμικά μοντέλα έχουν μία κοινή μορφή για όλες τις υλοποιήσεις

Για τα παραμετρικά μοντέλα διακρίνουμε δύο περιπτώσεις:

- ♦ τη παραμετρική μορφή του μοντέλου με όλες τις παραμέτρους (π.χ. τις n & C) άγνωστες & σταθερές (Πλήρης Μορφή),
- ♦ τη παραμετρική μορφή του μοντέλου με μία μόνο άγνωστη παράμετρο (π.χ. την C), και με όλες τις άλλες σταθερές & γνωστές (Μειωμένη Μορφή). Το μοντέλο αυτό είναι και το πιο εύχρηστο για τυχαιοποίηση και προσομοίωση του φαινομένου.

Τα πολλαπλά μοντέλα αποτελούνται από δύο ή παραπάνω επί μέρους μοντέλα, τα οποία είναι μη γραμμικά ή παραμετρικά, μίας ή διαφορετικών υλοποιήσεων. Ο τελικός συνδυασμός εξαρτάται από το πρόβλημα που πρέπει να λυθεί

Ο παρακάτω πίνακας περιέχει τους συνδυασμούς νόμων & μορφών που παρουσιάζονται στο κεφάλαιο αυτό.

ΠΙΝΑΚΑΣ 9.1

1	Μη-γραμμικό	✓
2	Παραμετρικό-Μειωμένο (1Π)	✓
3	Παραμετρικό-Πλήρες (2Π)	✓
4	Πολλαπλό (με μη-γραμμικά.)	✓
5	Πολλαπλό (με παραμετρικά)	✓
6	Πολλαπλό (πολλών υλοποιήσ.)	✓

Ο βασικός μη-γραμμικός αλγόριθμος που θα χρησιμοποιηθεί είναι ο Επεκταμένος Αλγόριθμος Kalman (ΕΑΚ). Στη συνέχεια, με βάση τον αλγόριθμο ΕΑΚ θα εφαρμοστεί ο (Μη-Γραμμικός) Αυτοπροσαρμοζόμενος Αλγόριθμος Λαϊνιώτη. Οι αλγόριθμοι αυτοί έχουν περιγραφεί λεπτομερώς στο Κεφ. 4.

Για κάθε υλοποίηση και μορφή μοντέλου συγκεντρώθηκαν και μελετήθηκαν τα αποτελέσματα των εκτιμήσεων. Τα σημαντικότερα από τα μεγέθη αυτά εξηγούνται παρακάτω:

- ♦ *Η εκτίμηση του χρόνου ζωής*, δηλαδή του αριθμού των κύκλων N και ιδιαίτερα του τελικού αριθμού N_f κατά τη θραύση. Διαπιστώνεται έτσι η ακρίβεια στη πρόβλεψη του χρόνου ζωής, όχι μόνο a-priori όπως κάνει η κλαστική στατική μέθοδος, αλλά κυρίως δυναμικά (on-line), από έναν αριθμό κύκλων και μετά, ώστε να υπάρξει και κάποια βελτιωμένη εκτίμηση των παραμέτρων βάσει των μετρήσεων (βλ. Κεφ. 7, ARMA μοντέλο).
- ♦ *Η εκτίμηση των αγνώστων παραμέτρων* σαν συνάρτηση της αρχικής τους τιμής και των επαναλήψεων. Σε κάθε μορφή μοντέλου εξετάζουμε τρεις τρόπους αρχικοποίησης του προβλήματος όσον αφορά τις παραμέτρους: την πλήρη άγνοια (ακραία κατάσταση), μία μέση προϋπάρχουσα εκτίμηση (συνήθης “πραγματική” περίπτωση), και, την ακόμη σαφώς ακριβέστερη εκτίμηση με ΜΓΕΤ από το προηγούμενο κεφάλαιο 8 (κυρίως για ταχύτητα και συγκρίσεις απόδοσης). Εφόσον το μοντέλο με τις σταθερές παραμέτρους περιγράφει επακριβώς το φαινόμενο, θα πρέπει η μέση τιμή των εκτιμήσεων να τείνει προς την τελική, όσο πλησιάζουμε τη βέλτιστη λύση. Αυτό συμβαίνει πράγματι με τα προσομοιωμένα δεδομένα. Με τα πραγματικά όμως δεδομένα έχουμε πάντα διαταραχές που συχνά εμποδίζουν τη σύγκλιση πέρα από κάποιο σημείο.
- ♦ *Η ταχύτητα σύγκλισης σε σωστότερες τιμές των παραμέτρων*, εντοπίζοντας ταυτόχρονα ποια παράμετρος συγκλίνει γρηγορότερα και σαφέστερα, ώστε να χρησιμοποιείται μετά στα μειωμένα μοντέλα σαν σταθερή.
- ♦ *Το ΜΤΣ στην εκτίμηση της εξέλιξης της ρωγμής* (κύκλοι - μήκος) σε σύγκριση και με αυτό των ΜΓΕΤ. Εδώ διακρίνουμε δύο περιπτώσεις: α) το ΜΤΣ της εκτίμησης από τα πραγματικά δεδομένα, το οποίο δεν μπορεί να γίνει μηδέν παρά μόνο αν πάψουμε την επεξεργασία και δεχόμαστε τις μετρήσεις ως έχουν, β) το ΜΤΣ της εκτίμησης από τα προσομοιωμένα δεδομένα, δηλ. την καμπύλη που δημιουργείται από το μοντέλο και τις εκτιμημένες με ΜΓΕΤ τιμές των παραμέτρων, και από την οποία υποθετικά (εφόσον το μοντέλο είναι ακριβές) προκύπτουν τα πραγματικά δεδομένα λόγω των διαταραχών (θόρυβος, ανομοιογένεια υλικού, κλπ.).
- ♦ *Η διασπορά της εκτίμησης*, που δίνουν οι αλγόριθμοι, σαν μέτρο της αξιοπιστίας.

9.2 Υλοποίηση με το Νόμο Shanley

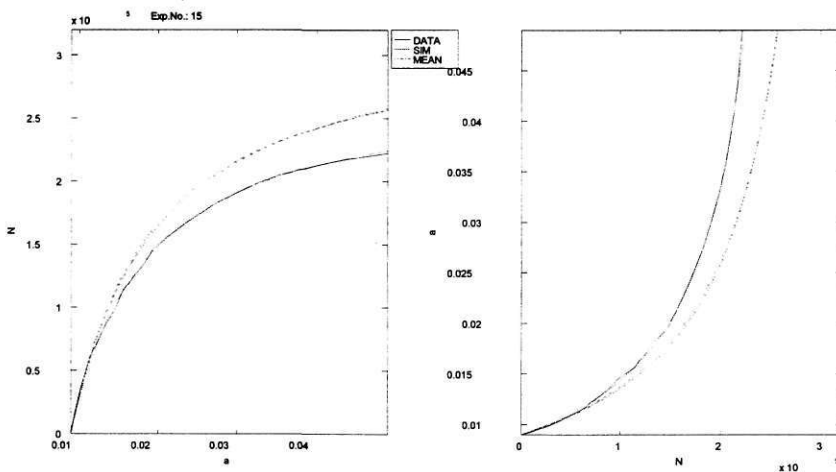
9.2.1 Εκτίμηση της Κατάστασης με Ε.Α.Κ. & Μη-Γραμμικά Μοντέλα

9.2.1.1 Αναλυτικά Αποτελέσματα ανά Καμπύλη Δεδομένων.

A. Αρχικές Τιμές & Δεδομένα - Αρχική Πρόβλεψη (a-priori)

Οι αρχικές τιμές για το διάνυσμα κατάστασης X με τα δεδομένα που επεξεργαζόμαστε είναι: $N(0) = 0$, $\alpha(0) = 0.009$ & $\Delta\alpha(0) = 0.0002$. Οι τιμές των παραμέτρων είναι σταθερές και επιλέγονται από τις εκτιμήσεις του Κεφ.8. Οι μέθοδοι του προηγούμενου κεφαλαίου (για την αναδρομική μορφή του μοντέλου Shanley) έχουν δώσει ένα ζεύγος μέσων τιμών n & C , η ΓΕΤ: [$n = 1.87299$, $C = 0.000210581$] & η ΜΓΕΤ: [$n = 1.8091$, $C = 0.00016176$], και επίσης ένα ζεύγος τιμών για κάθε καμπύλη (π.χ. για τη 15η είναι: [$n = 1.93$, $C = 0.00030731$] & [$n_f = 1.8091$, $C = 0.00018229$]).

Με τα παραπάνω στοιχεία δημιουργούμε μία πρώτη (a-priori) αναπαράσταση του φαινομένου. Στο επόμενο σχήμα εμφανίζονται τα πραγματικά δεδομένα της καμπύλης και οι προσομοιώσεις βάσει των τιμών n & C που αναφέρθηκαν πιο πάνω.



Σχήμα 9.1: Διάγραμμα N - α & α - N για τη 15η καμπύλη Virkler (DATA: Πραγματικά Δεδομένα, SIM: Προσομοίωση από την ΜΓΕΤ εκτίμηση των n, C , και, MEAN: A-priori Προβλέψεις από τις μέσες ΓΕΤ & ΜΓΕΤ τιμές n, C των 68 πειραμάτων).

Παρατηρούμε ότι η καμπύλη που δημιουργείται από τις εκτιμήσεις ΜΓΕΤ του κεφαλαίου 8, αναπαριστά πολύ καλά την καμπύλη των πραγματικών δεδομένων. Ένα επιπλέον χαρακτηριστικό της είναι ότι, είναι ομαλή και οι τιμές των παραμέτρων είναι πραγματικά σταθερές καθ' όλο το μήκος της. Αντίθετα, τα πραγματικά δεδομένα παρουσιάζουν σημαντική διακύμανση κατά μήκος της καμπύλης, και φυσικά δεν αντιστοιχούν πάντα στις εκτιμημένες τιμές των παραμέτρων. Τέλος, οι πιο μακρινές, μέσες αρχικές τιμές που παραθέσαμε, δημιουργούν μία λάθος α -priori πρόβλεψη που απέχει από τα πραγματικά δεδομένα. Είναι φανερό ότι, η αρχική κατάσταση ή οι παράμετροι που απέχουν από τις βέλτιστες τιμές δημιουργούν λάθος α -priori προβλέψεις.

Σκοπός μας είναι, μέσω των μεθόδων NDT, να χρησιμοποιήσουμε τα δεδομένα για να κάνουμε μία καλύτερη εκτίμηση της κατάστασης, από αυτήν που θέσαμε σαν αρχική μας επιλογή.

Διακρίνουμε λοιπόν δεδομένα δύο ειδών. Τα πραγματικά που προέρχονται από τις πειραματικές μετρήσεις και τα προσομοιωμένα που δημιουργούνται από τις εκτιμήσεις των n & C (με ΜΓΕΤ) για κάθε ένα πείραμα και το αντίστοιχο μοντέλο-νόμο. Πρόκειται για δύο διαφορετικές ποιότητες δεδομένων που περιγράφουν το ίδιο φαινόμενο. Στη περίπτωση της προσομοίωσης μπορούμε να προσθέσουμε γνωστές εκ των προτέρων διαταραχές ώστε να μελετηθεί και η συμπεριφορά της μεθόδου με τη παρουσία θορύβου.

Οι τιμές των παραμέτρων που χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση μιας νέας καμπύλης, θα προέρχονται από τη μέση προηγούμενη εμπειρία (με ΓΕΤ ή ΜΓΕΤ) όσων πειραμάτων έχουν προηγηθεί. Συγκεκριμένα, θα χρησιμοποιηθούν οι μέσες εκτιμήσεις από το Κεφ. 8.

Η διασπορά (θόρυβος) των μετρήσεων εξαρτάται απόλυτα από τη Μέθοδο Μη-Καταστρεπτικού Ελέγχου που εφαρμόζεται. Όταν η ρωγή παρατηρείται από μικροσκόπιο ακριβείας με μέσο πειραμ. σφάλμα 0.00141 mm (πειράματα Virkler), αυτό μετατρέπεται σε αντίστοιχο σφάλμα αριθμού κύκλων κόπωσης από 40 έως 2 κύκλους, (με μέσο όρο 8) και διασπορά από 1700 έως 3.3 (με μέσο όρο 145), ανάλογα με το σημείο εξέλιξης του φαινομένου όπου γίνεται η μέτρηση.

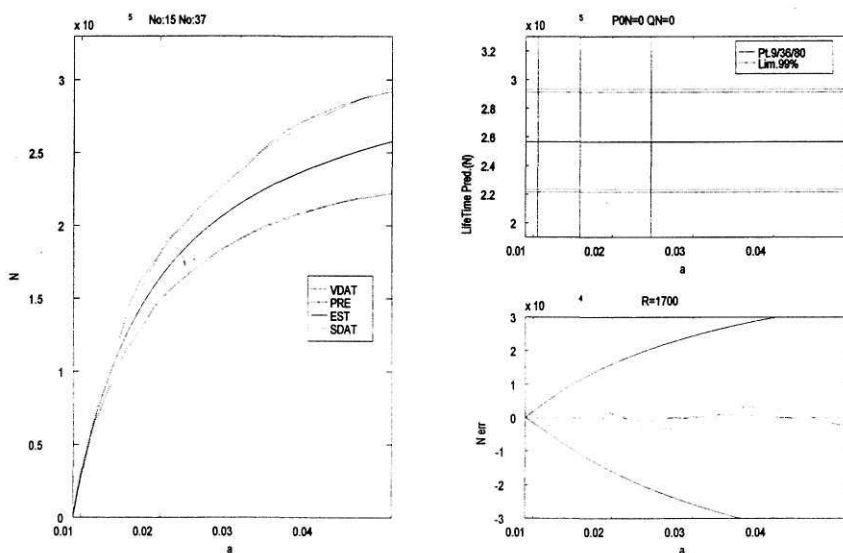
Η διασπορά της αρχικής τιμής $P_N(0)$, αν αυτή μετριέται με την ίδια NDT μέθοδο θα αντιστοιχεί στο σφάλμα των μετρήσεων στην αρχή της καμπύλης, δηλ. $P_N(0) > R(0)$.

Η διασπορά της κατάστασης (εισόδου) Q διαφέρει σε κάθε περίπτωση και πρέπει να ρυθμιστεί κατάλληλα ώστε ο αλγόριθμος να αποδίδει τα εκάστοτε επιθυμητά αποτελέσματα (εκτίμηση, πρόβλεψη, ταυτοποίηση, κλπ.).

Β. Εκτίμηση της Κατάστασης & Συνεχής Πρόβλεψη

Κατά τη εκτίμηση της κατάστασης, οι τιμές των παραμέτρων θεωρούνται γνωστές και σταθερές, και επιλέγονται βάσει της προηγούμενης εμπειρίας με αντίστοιχα πειράματα. Στη προκειμένη περίπτωση διαθέτουμε τις μέσες εκτιμήσεις των ΓΕΤ και ΜΓΕΤ του προηγούμενου κεφαλαίου. Από αυτές, θα χρησιμοποιηθούν οι τιμές : [$n = 1.8091$, & $C = 0.00016176$].

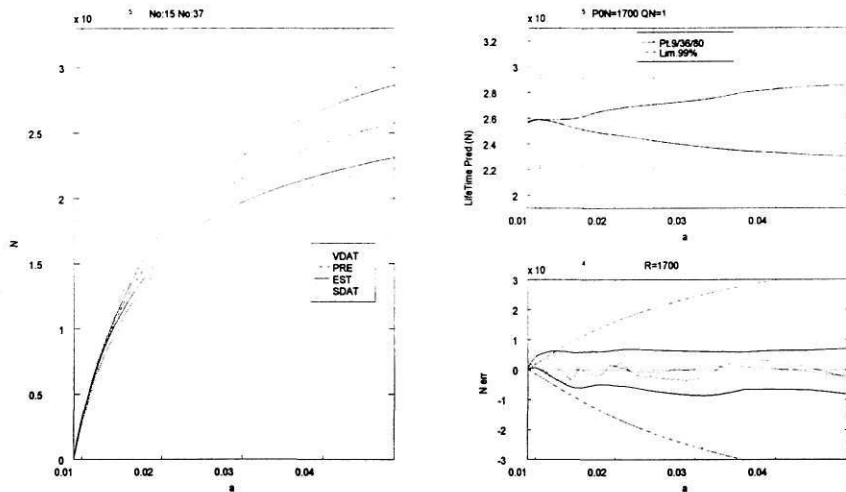
Πριν ξεκινήσει η εκτίμηση, βλέπουμε τα δεδομένα και τις a-πριόρι προβλέψεις βάσει των μέσων n & C , για δύο από τις 68 καμπύλες (15^{th} & 37^{th}) που απέχουν αρκετά από τη μέση τιμή.



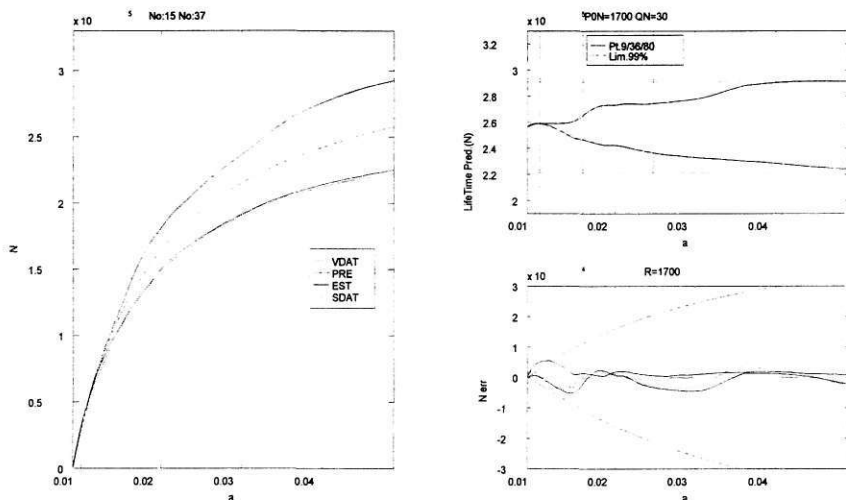
Σχήμα 9.2: Δεδομένα για τη 15η και 37η καμπύλη Virkler & A-priori Πρόβλεψη με τις μέσες τιμές των παραμέτρων n & C .

Στη συνέχεια εκτιμούμε το διάνυσμα κατάστασης και συγκεκριμένα τον αριθμό κύκλων N . Η συμπεριφορά του αλγορίθμου εξαρτάται από τις διασπορές $P0$ & Q που αφορούν τον αριθμό κύκλων N .

Δίνοντας κάποιες μικρές τιμές στη διασπορά Q & $P0$, ο αλγόριθμος εξακολουθεί να βασίζεται στο μοντέλο του για πρόβλεψη, αλλά λαμβάνει ως ένα σημείο υπ' όψιν και τις μετρήσεις, όπως φαίνεται από τη καμπύλη εκτίμησης στο επόμενο σχήμα. Η εκτίμηση αρχίζει να πλησιάζει τα δεδομένα αλλά με αργό ρυθμό.



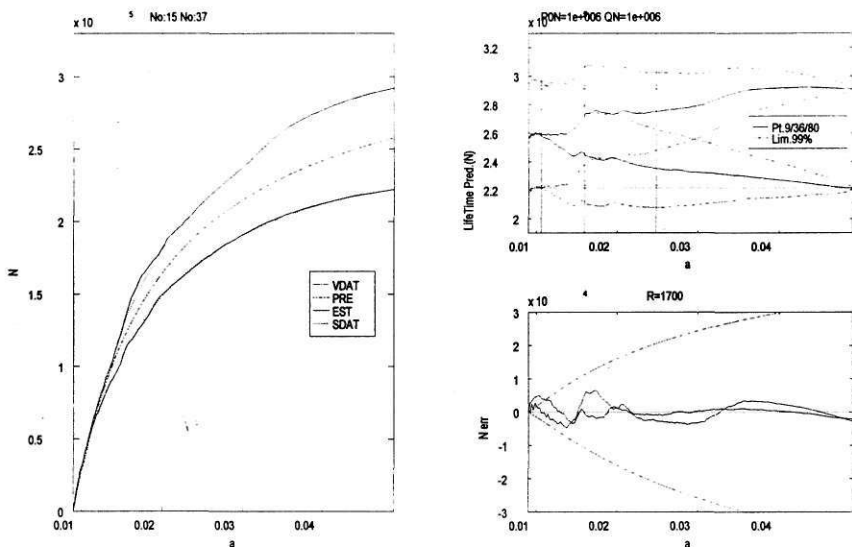
Σχήμα 9.3: Εκτίμηση του αρ. κύκλων N με μικρές διασπορές Q & $P0$.



Σχήμα 9.4: Εκτίμηση του αρ. κύκλων N με μεγαλύτερες διασπορές Q & $P0$.

Τελικά με τις μεγαλύτερες τιμές διασποράς ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί περισσότερο τις μετρήσεις από τις α-ρτιοί προβλέψεις του μέσου μοντέλου.

Η πρόβλεψη της τελικής τιμής N_f γίνεται πάντα με τις μέσες παραμέτρους και πάντα απέχει από τη πραγματική. Όμως, όπως φαίνεται και στο επόμενο σχήμα, με το κατάλληλο Q ($=10^6$), η διασπορά της προβλεπόμενης τελικής τιμής περιλαμβάνει πάντα και τη πραγματική τελική τιμή.



Σχήμα 9.5: Εκτίμηση του αρ. κύκλων N και αξιόπιστη πρόβλεψη του N_f με τις κατάλληλες διασπορές.

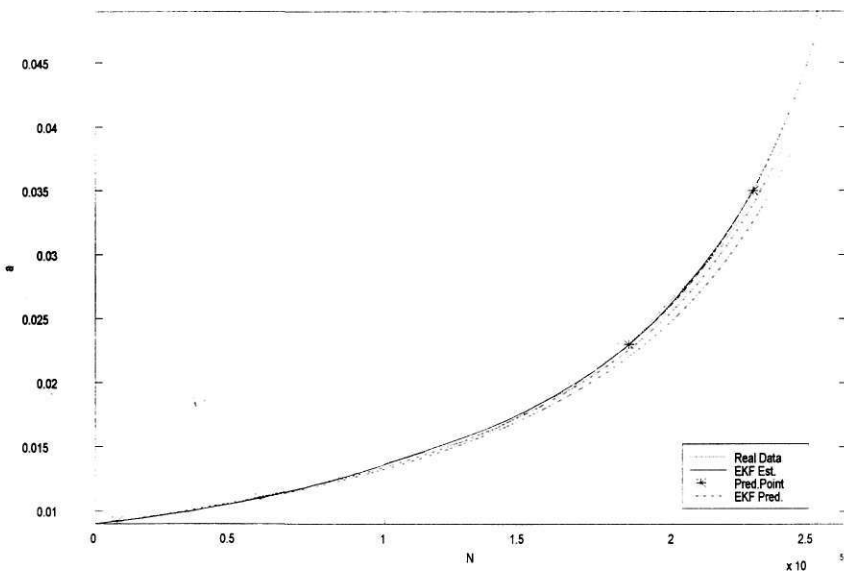
Οι παραπάνω προβλέψεις, είναι αντίστοιχες των ΜΓΕΤ του Κεφ. 8 (ίδια εξίσωση και δεδομένα) αλλά επιπλέον, καλύπτουν πλήρως τις ακραίες περιπτώσεις και ρυθμίζονται με ακρίβεια.

Η απλή εκτίμηση της κατάστασης δεν μπορεί να προσφέρει πολύ περισσότερα, εφόσον οι παράμετροι που χρησιμοποιούνται δεν είναι ακριβείς. Μπορούν βέβαια να γίνουν μικρές ρυθμίσεις στο εύρος των διασπορών και στις εξισώσεις των μοντέλων που θα δώσουν βελτιώσεις στην ακρίβεια, και πάντα η εκτίμηση θα είναι πληρέστερη των ΓΕΤ & ΜΓΕΤ. Όμως, οι παράμετροι είναι γενικοί μέσοι όροι και δεν διορθώνονται κατά περίπτωση από τα νέα δεδομένα και δεν μπορούμε να έχουμε ουσιαστικές βελτιώσεις στις προβλέψεις μας και στην ακρίβεια.

9.2.1.2 Συνολικά Αποτελέσματα από τις 68 Καμπύλες.

Α. Πρόβλεψη του Χρόνου-Ζωής

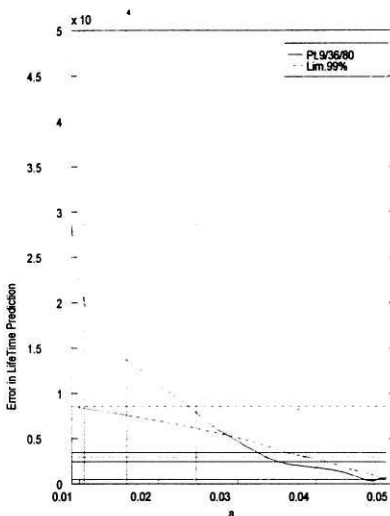
Για να δοκιμαστεί η ακρίβεια στη πρόβλεψη του φαινομένου, σε κάθε σημείο (δεδομένο) της καμπύλης, εκτός από εκτίμηση της κατάστασης, έγινε και πρόβλεψη του τελικού αριθμού κύκλων κόπωσης (N_f).



Σχήμα 9.6: Εκτίμηση της κατάστασης (συνεχής γραμμή) μέχρις ενός σημείου (*) και από εκεί πρόβλεψη (διακεκομμένη γραμμή) της τελικής τιμής.

Τα παραπάνω πραγματοποιήθηκαν και για τα 163 σημεία, κάθε μιας από τις 68 καμπύλες των δεδομένων Virkler. Εν συνεχεία, υπολογίστηκε η διαφορά των προβλέψεων από το πραγματικό N_f και η διασπορά των προβλέψεων.

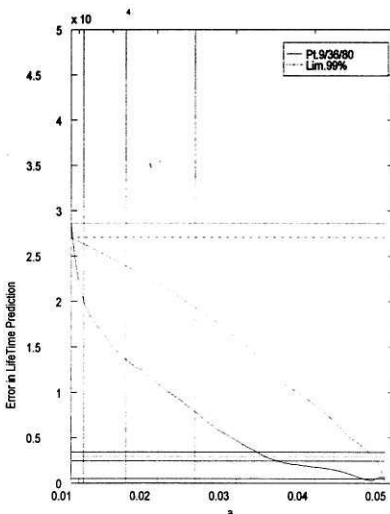
Οι μέσοι όροι των παραπάνω ποσοτήτων για τις 68 καμπύλες δεδομένων σχεδιάστηκαν μαζί με την α -rigioτί πρόβλεψη, τη πραγματική τελική τιμή και τη τελική τιμή της προσομοίωσης στο επόμενο σχήμα.



model=1 av.MSE=320.085

n.C: 1.63624, 0.000902937
 R=1700
 PON=50000 QN=50000
 POC=0 QC=0
 PON=0 QN=0

α)



model=1 av.MSE=3.49996

n.C: 1.63624, 0.000902937
 R=1700
 PON=50000 QN=500000
 POC=0 QC=0
 PON=0 QN=0

β)

Σχήμα 9.7: Μέσο σφάλμα πρόβλεψης της τελικής τιμής N_f (συνεχής γραμμή) των 68 καμπυλών. Αρχική α -priori πρόβλεψη (διακεκομμένη γραμμή), τελική τιμή προσομοίωσης (τριπλή γραμμή).
 α) Με Διασπορά $0.5E+5$ β) Με Διασπορά $0.5E+6$

Η όλη διαδικασία πραγματοποιήθηκε για διάφορες τιμές των διασπορών P_0 & Q . Τα καλύτερα αποτελέσματα διαπιστώθηκαν για τιμές διασπορών: $0.5 - 1.0E+6$, ώστε η περιοχή πρόβλεψης να περιλαμβάνει και τη πραγματική τελική τιμή.

9.2.2 Εκτίμηση & Ταυτοποίηση των Παραμέτρων με Ε.Α.Κ. & Επαυξημένα Μοντέλα

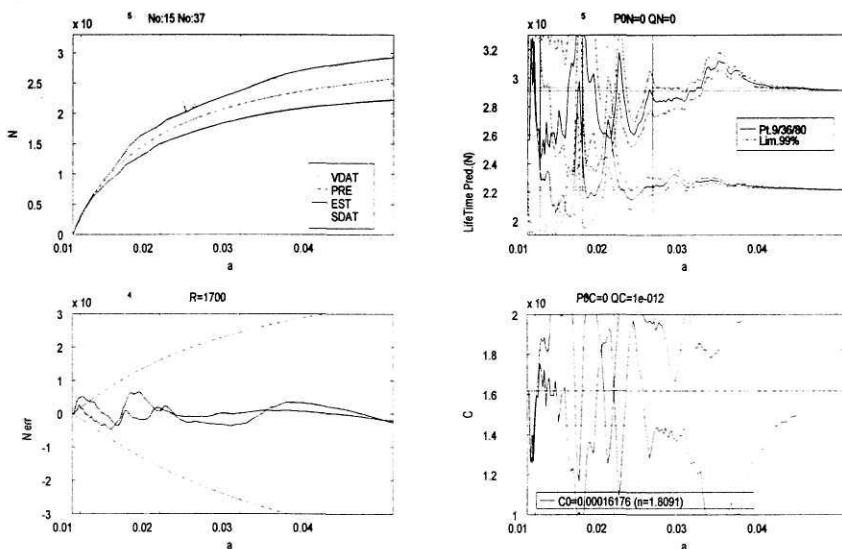
9.2.2.1 Αναλυτικά Αποτελέσματα ανά Καμπύλη Δεδομένων.

A. Αρχικές Τιμές & Δεδομένα - Αρχική Πρόβλεψη (αργιοσι)

Οι αρχικές τιμές για το διάνυσμα κατάστασης και τις παραμέτρους και οι α -αργιοσι προβλέψεις, είναι ίδιες με αυτές τις παραγράφου 9.2.1.1.

B. Εκτίμηση της Επαυξημένης Μεταβλητής Κατάστασης

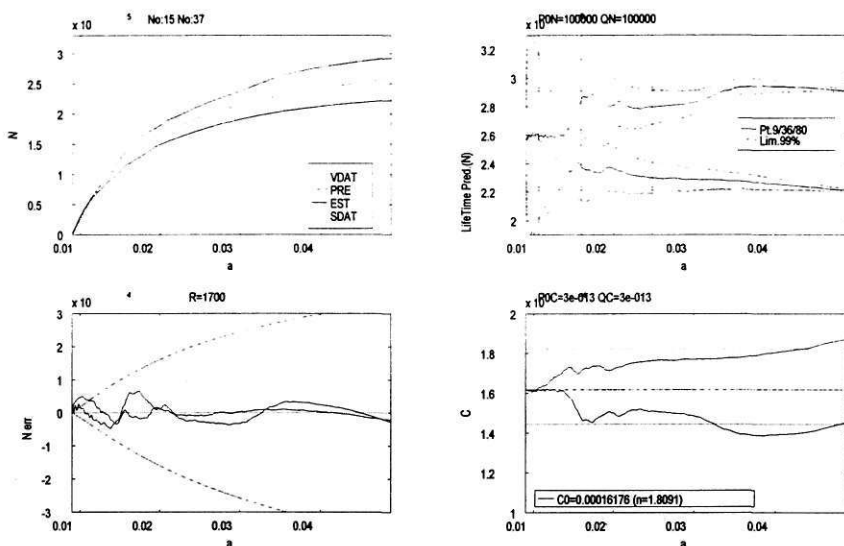
Δίνοντας μια ενδεικτική τιμή στη διασπορά Q του C , ο Ε.Α.Κ χρησιμοποιεί τα δεδομένα για την εκτίμηση της παραμέτρου. Όπως φαίνεται και στο επόμενο σχήμα, αν και τα τελικά σφάλματα δεν είναι μεγάλα, οι εκτιμήσεις έχουν έντονες διακυμάνσεις γύρω από τις τελικές τιμές.



Σχήμα 9.8: Εκτίμηση της παραμέτρου C με σχετικά μεγάλη διασπορά.

Ρυθμίζοντας τη διασπορά Q της παραμέτρου C και του αριθμού κύκλων N , παρατηρούμε ότι όταν ο αλγόριθμος πλησιάσει τις σωστές τιμές της παραμέτρου, οι

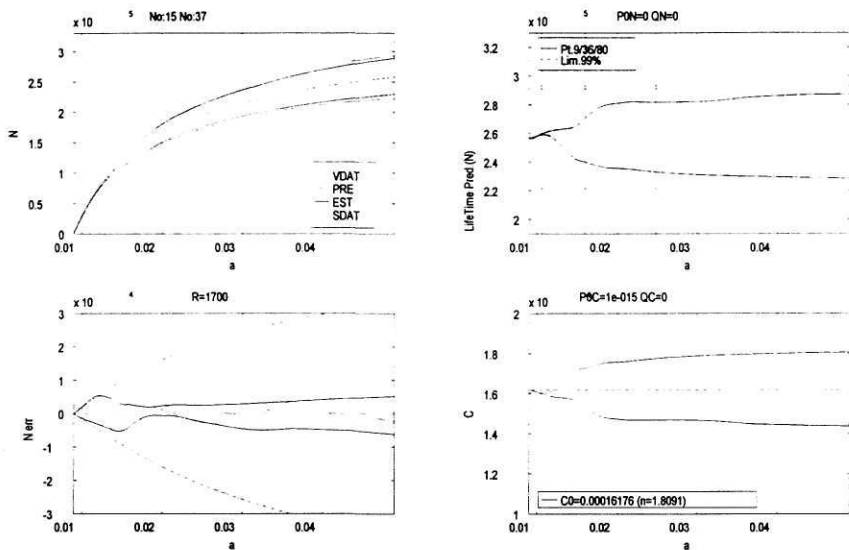
προβλέψεις είναι πολύ πιο ακριβείς απ' ότι με τις απλές εκτιμήσεις των ΓΕΤ, ΜΓΕΤ και ΕΑΚ.



Σχήμα 9.9: Εκτίμηση της παραμέτρου C και του αριθμού κύκλων N , με κατάλληλες διασπορές για ακριβέστερη πρόβλεψη του τελικού αριθμού κύκλων N_f .

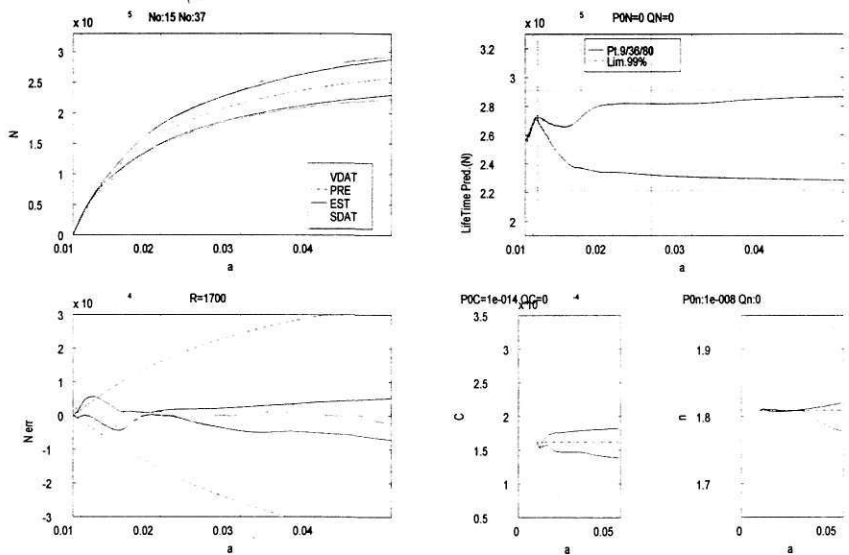
Σε περίπτωση, που το κυρίως πρόβλημα είναι ο προσδιορισμός των παραμέτρων, και όχι οι τελικές προβλέψεις, τότε οι τιμές των διασπορών θα είναι διαφορετικές. Στη περίπτωση αυτή μας ενδιαφέρει η σταθερή εκτίμηση της παραμέτρου μόνο.

Θέτοντας το $Q = 0$ και ρυθμίζοντας την αρχική διασπορά P_0 , έχουμε πολύ καλύτερη σύγκλιση της παραμέτρου, όπως φαίνεται και στο επόμενο σχήμα.



Σχήμα 9.10: Σύγκριση της εκτίμησης της παραμέτρου C.

Η εκτίμηση και των δύο παραμέτρων n & C , γίνεται με το πλήρες μοντέλο και με τις κατάλληλες διασπορές ώστε να υπάρχει ισορροπία των εκτιμήσεων.



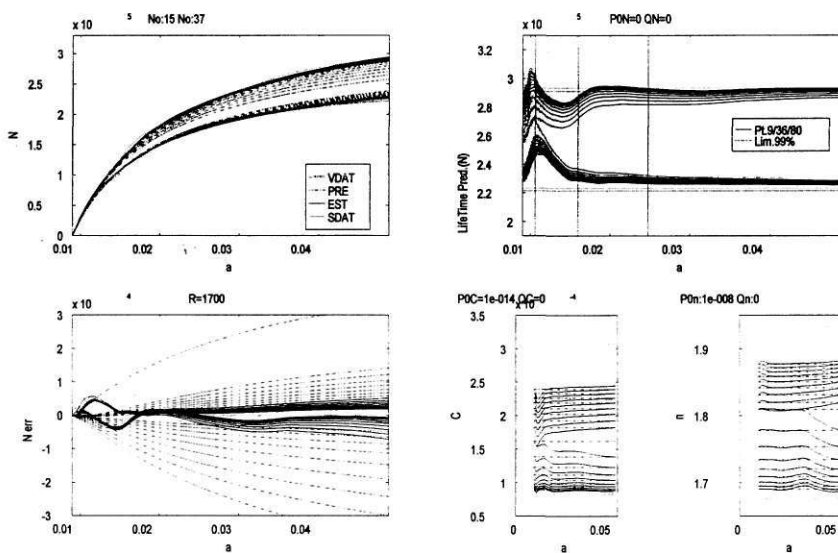
Σχήμα 9.11: Εκτίμηση των παραμέτρων C & n.

Γ. Επανάληψη των Εκτιμήσεων και Σύγκλιση

Όπως φάνηκε και στο προηγούμενο σχήμα, η εκτίμηση 2 παραμέτρων ταυτόχρονα δεν προλαβαίνει να συγκλίνει στις τελικές (βέλτιστες) τιμές στη διάρκεια μιας καμπύλης.

Διαπιστώθηκε όμως ότι η ταυτοποίηση των παραμέτρων συγκλίνει προς τις βέλτιστες τιμές και ότι οι τελικές εκτιμήσεις αποτελούν καλύτερες αρχικές τιμές από αυτές που είχαν χρησιμοποιηθεί αρχικά.

Επαναλαμβάνοντας τις εκτιμήσεις με τις βελτιωμένες αρχικές τιμές, η ταυτοποίηση των παραμέτρων συνέκλινε στις βέλτιστες τιμές που αντιστοιχούσαν σε κάθε καμπύλη. Στο επόμενο σχήμα φαίνονται τα αποτελέσματα μετά από 9 τέτοιες επαναλήψεις.



Σχήμα 9.12: Σύγκλιση της εκτίμησης των παραμέτρων C & n προς τις σωστές τιμές (9 επαναλήψεις).

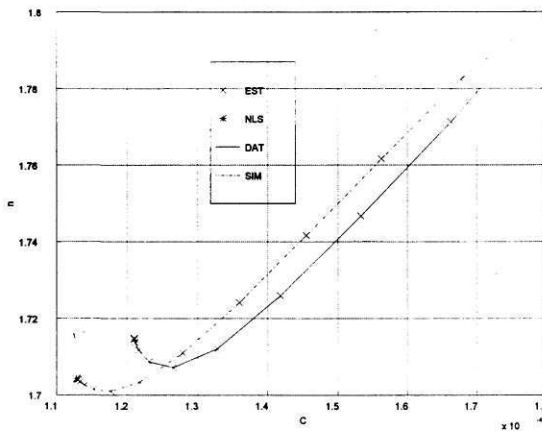
Φυσικά η σύγκλιση όπως και η ταχύτητα με την οποία θα γίνει, εξαρτώνται από την πρώτη αρχική τιμή και την απόστασή που αυτή θα έχει από την βέλτιστη (τελική).

Η επαναληπτική εκτίμηση πραγματοποιήθηκε και για τα δύο είδη δεδομένων, τα πραγματικά και τα προσομοιωμένα. Και για τις δύο περιπτώσεις διαπιστώθηκε σύγκλιση των εκτιμήσεων, και ότι μετά από ένα αριθμό επαναλήψεων, οι τιμές των

παραμέτρων σταθεροποιούνται. Όμως, οι τελικές αυτές τιμές δεν είναι ίδιες και για τις δύο περιπτώσεις.

Η εκτίμηση με τα δεδομένα της προσομοίωσης τείνει σταθερά προς την ΜΓΕΤ τιμή των παραμέτρων με την οποία έγινε η προσομοίωση. Η εκτίμηση, αντίθετα, με τα πραγματικά δεδομένα ενώ παραμένει κοντά στην ΜΓΕΤ τιμή, λόγω των διακυμάνσεων στις τιμές των παραμέτρων δεν επιτυγχάνει μία σίγουρη σύγκλιση.

Αν τοποθετήσουμε τις διαδοχικές εκτιμήσεις των παραμέτρων σε ένα διάγραμμα, αυτές μπορούν να αναπαραστήσουν την πορεία σύγκλισης σε κάποιες βέλτιστες τιμές, όπως δείχνει το Σχήμα 9.11.



Σχήμα 9.13 : Χάρος Τιμών των Παραμέτρων n-C. Διαδοχικές Εκτιμήσεις των παραμέτρων και σύγκλιση προς τη τελική τιμή μετά από 15 επαναλήψεις: α) για πραγματικά δεδομένα (DAT) και β) για προσομοίωση (SIM) . Οι διαδρομές από τις Εκτιμώμενες Τιμές (EST), και, η αντίστοιχη εκτίμηση από ΜΓΕΤ (NLS).

Δ. Επίδραση των Αρχικών Τιμών των Παραμέτρων.

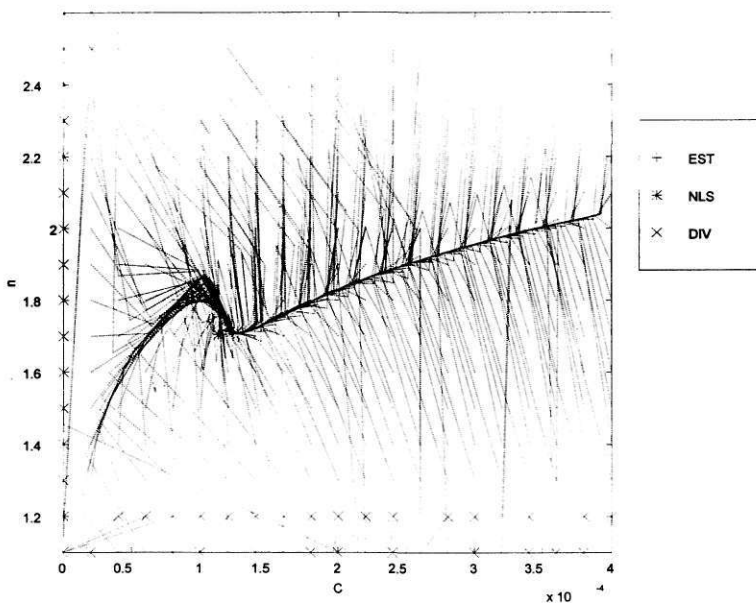
I. Άγνωστες αρχικές τιμές

Μια τέτοια κατάσταση αντιμετωπίζεται όταν πραγματοποιείται για πρώτη φορά ένα νέο πείραμα και δεν έχουμε εμπειρία από προηγούμενα αποτελέσματα. Τα ερωτήματα που δημιουργούνται τότε είναι: Ποια αρχική τιμή να δώσω; Θα συγκλίνει η μέθοδός μου; Υπάρχει κάποια περιοχή “αποδεκτών” αρχικών τιμών; κ.ά.

Για να δοθεί μια πρώτη απάντηση στα παραπάνω ερωτήματα έγιναν επαναληπτικές εκτιμήσεις από ένα πλήθος τυχαίων αρχικών τιμών. Οι τιμές αυτές των παραμέτρων n

& C, προέρχονται από ολόκληρη την περιοχή που περιβάλλει την πιθανή βέλτιστη τιμή και σε εύρος ικανοποιητικό για κάποιον που γνωρίζει τα υπό μελέτη μοντέλα και το πρόβλημα της διάδοσης των ραγμών.

Τα αποτελέσματα που ακολουθούν προέκυψαν από την επεξεργασία των Πραγματικών δεδομένων και από ένα πλέγμα 336 σημείων που χρησιμοποιήθηκαν σαν αρχικές τιμές για τα n & C.

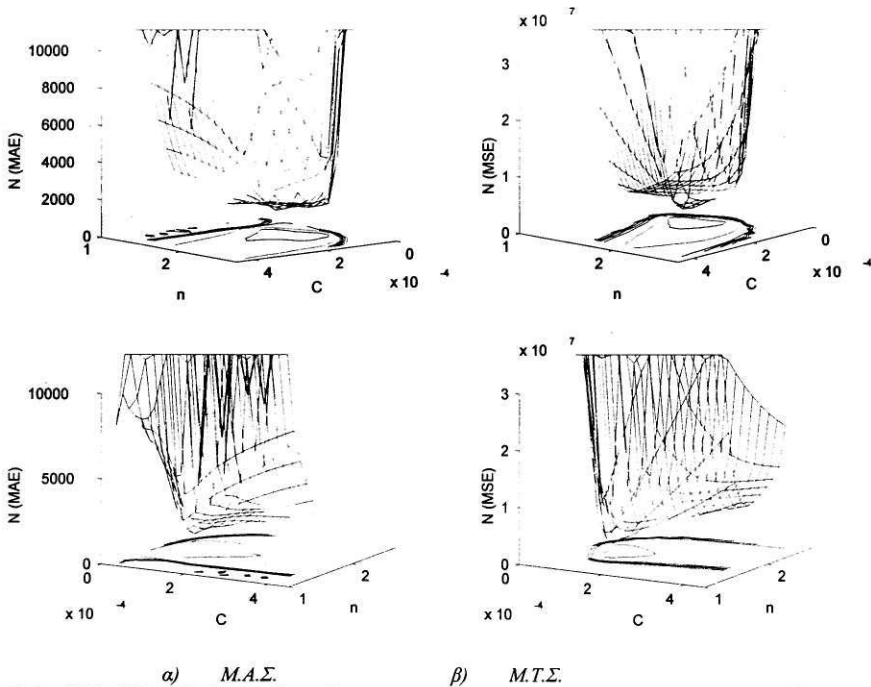


Σχήμα 9.14: Χώρος Τιμών των Παραμέτρων n-C. Σύγκλιση των εκτιμήσεων μετά από 9 επαναλήψεις 336 διαφορετικών περιπτώσεων αρχικών τιμών.

Μετά από 9 διαδοχικές επαναλήψεις για το κάθε αρχικό σημείο, η πλειοψηφία είχε συγκλίνει προς την τελική τιμή των παραμέτρων και προς το μικρότερο μέσο σφάλμα. Η πορεία των 3024 (336x9) αυτών εκτιμήσεων στον χώρο των παραμέτρων αναπαρίσταται στο Σχήμα 9.12, όπου φαίνεται η σύγκλιση τους, κατ' αρχάς σε μία κοινή κατεύθυνση, και εν συνεχεία προς ένα κοινό τελικό σημείο.

Εξαιρέση στη σύγκλιση αποτελούν οι οριακές αρχικές τιμές, όπως: $n \leq 1.2$, ή, $C \approx 0$. Οι τιμές αυτές είναι εκτός των φυσιολογικών ορίων των παραμέτρων και πέρα από αυτές οι εκτιμήσεις λογικά αποκλίνουν.

Εκτός από την σύγκλιση έντονη είναι και η διαφορά στο σφάλμα εκτίμησης του αριθμού των κύκλων καταπόνησης (N) το οποίο μειώνεται αισθητά όσο πλησιάζουμε προς καλύτερες εκτιμήσεις των παραμέτρων. Η μεταβολή αυτή του Μ.Α.Σ και Μ.Τ.Σ. φαίνεται από την πρώτη κιάλας εκτίμηση όπως δείχνει και το Σχήμα 9.13.



Σχήμα 9.15 : Χώρος Τιμών των Παραμέτρων n - C . Σφάλματα εκτίμησης (Απόλυτο & Τετραγωνικό) των κύκλων N κατά την πρώτη επανάληψη για κάθε μία από τις 336 διαφορετικές περιπτώσεις. Χαρακτηριστική μείωση των σφαλμάτων στις γεγονικές τις βέλτιστες εκτίμησης αρχικές τιμές.

Αντίστοιχη με τη παραπάνω συμπεριφορά, μοντέλου και αλγορίθμου, διαπιστώθηκε και στις υπόλοιπες (67) πειραματικές καμπύλες των δεδομένων. Γενικά, το σημείο σύγκλισης είναι κοντά αλλά δεν συμπίπτει με την αντίστοιχη εκτίμηση ΜΓΕΤ.

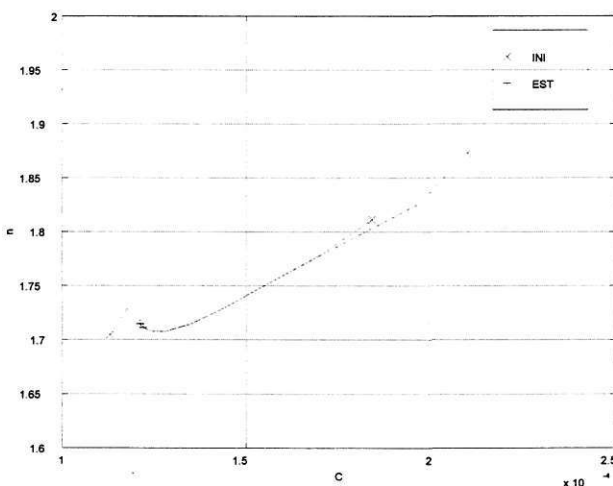
II. Γνωστές ή Πιθανές Αρχικές τιμές

Όταν αντιμετωπίζουμε πραγματικά δεδομένα στη πλειοψηφία των περιπτώσεων έχουμε μία πρώτη, έστω και προσεγγιστική, εκτίμηση των τιμών των παραμέτρων, είτε από προηγούμενα όμοια πειράματα, είτε από αναγωγή αντιστοίχων πειραμάτων, είτε από απλοποιήσεις των μοντέλων και χοντρικούς υπολογισμούς, κ.ά. Με όποιο τρόπο και αν προέκυψαν, οι τιμές αυτές είναι συνήθως καλύτερες από άλλες αυθαίρετες ή τυχαίες επιλογές.

Στην περίπτωση των δεδομένων του Virkler μια τέτοια πρώτη εκτίμηση είναι η περίπτωση A1 του μοντέλου Shanley στο προηγούμενο κεφάλαιο με τη μέθοδο Γ.Ε.Τ. όπου το ζευγάρι των παραμέτρων είναι: [$n = 1.87299$, $C = 0.000210581$]. Μία άλλη πιθανή αρχική τιμή είναι ο Μέσος Όρος (ΜΟ) των n & C όλων των υπολοίπων καμπυλών ο οποίος είναι: [$n = 1.81$, $C = 0.000182$]. Τέλος μια πολύ καλή αρχική τιμή είναι η εκτίμηση ΜΓΕΤ για την συγκεκριμένη καμπύλη που είναι: [$n = 1.7045$, $C = 0.00011291$].

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 9.14, όποια από τις παραπάνω “καλές” αρχικές τιμές και αν χρησιμοποιηθεί το αποτέλεσμα είναι η σύγκλιση που είχε παρατηρηθεί και στην περίπτωση των τυχαίων αρχικών τιμών (βλ. Σχήμα 9.12). Το σημείο σύγκλισης δεν είναι η ΜΓΕΤ εκτίμηση αλλά κάποια κοντινή της τιμή.

Ένα σημαντικό συμπέρασμα από τα παραπάνω είναι ότι και σε πραγματικά δεδομένα η μέθοδος συγκλίνει στις βέλτιστες τιμές των παραμέτρων.



Σχήμα 9.16 : Χώρος Τιμών των Παραμέτρων n - C . Σύγκλιση των εκτιμήσεων μετά από 9 επαναλήψεις, και από 3 διαφορετικές αρχικές τιμές. α) Γραμμ. Ελ. Τετρ. όλων των σημείων (LR), β) Μέσος Όρος άλλων πειραμάτων (MO), & γ) Μη-Γραμμ. Ελ. Τετρ. της συγκεκριμένης καμπύλης (NLS).

9.2.2.2 Συνολικά Αποτελέσματα από τις 68 Καμπύλες.

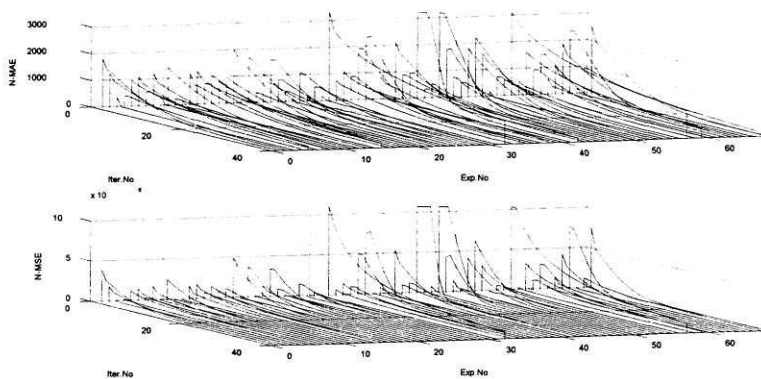
Όπως αναφέραμε προηγουμένως αλλά και στο κεφάλαιο 8, μελετάμε τα μοντέλα σε δύο μορφές, την πλήρη όπου όλες οι παράμετροι είναι άγνωστες και την μειωμένη όπου εκτιμούμε μόνο μία άγνωστη, και οι υπόλοιπες παράμετροι θεωρούνται γνωστές.

A. Πλήρης μορφή του μοντέλου (με δύο άγνωστες παραμέτρους)

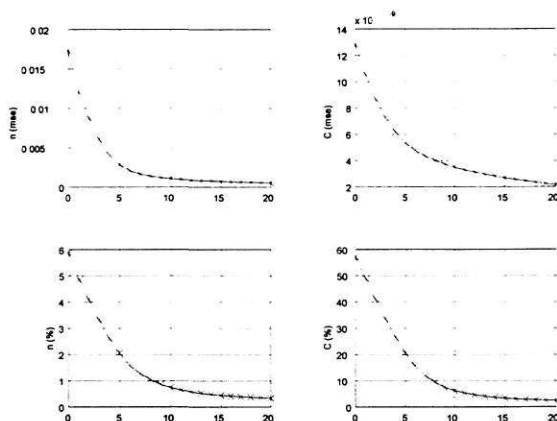
Όλη η παραπάνω διαδικασία, που αφορούσε τη πρώτη καμπύλη, πραγματοποιήθηκε και για τις υπόλοιπες 67 καμπύλες των δεδομένων του Virkler. Τα συνολικά αποτελέσματα κατά την ταυτοποίηση των αγνώστων παραμέτρων n & C ήταν τα παρακάτω.

1. Με Προσομοιωμένα Δεδομένα

Με κοινή αρχική τιμή την εκτίμηση ΓΕΤ (κεφ. 8, Shanley-A1) και 40 επαναλήψεις των εκτιμήσεων, για κάθε μία από τις 68 προσομοιωμένες καμπύλες, διαπιστώθηκε ότι όλες συγκλίνουν προς την τιμή με την οποία έγινε η προσομοίωση. Ο χρόνος σύγκλισης διαφέρει ανάλογα με την απόσταση της αρχικής τιμής. Σε τέσσερις περιπτώσεις όπου η απόσταση ήταν πολύ μικρή, μειώθηκε η διασπορά της αρχικής τιμής P_0 για να μην αποκλίνουν.



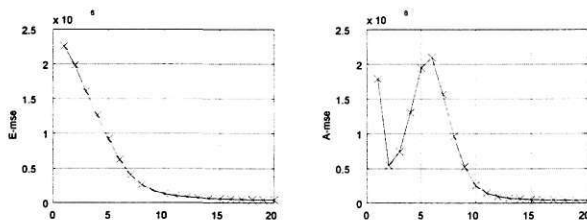
Σχήμα 9.17: Μείωση των σφαλμάτων για τα 68 πειράματα, μετά από 40 επαναλήψεις των εκτιμήσεων



Σχήμα 9.18: Σύγκλιση των παραμέτρων n & C . Μέση σύγκλιση στη βέλτιστη τιμή σε 20 επαναλήψεις για τις 68 προσομ. Καμπύλες. Α) Επάνω, Μέσο Τετρ. Σφάλμα (mse). Β) Κάτω, Μέσο Σχετ. Σφάλμα (%),

Η μείωση της απόστασης από την βέλτιστη τιμή, κάθε φορά που επαναλαμβάνεται η εκτίμηση, φαίνεται καθαρά στα σχήματα 9.15. Στα διαγράμματα αυτά παρουσιάζεται η μέση συμπεριφορά και των 68 περιπτώσεων και συγκεκριμένα το Μέσο Τετραγωνικό σφάλμα και το Μέσο Σχετικό (%) σφάλμα των παραμέτρων n & C από τις βέλτιστες τιμές (δηλ. τις τιμές με τις οποίες δημιουργήθηκαν τα δεδομένα).

Ταυτόχρονα με την προσέγγιση στις βέλτιστες τιμές, μειώνεται και το σφάλμα εκτίμησης αλλά και αυτό της a-priori πρόβλεψης όπως φαίνεται στο παρακάτω Σχήμα 9.16.

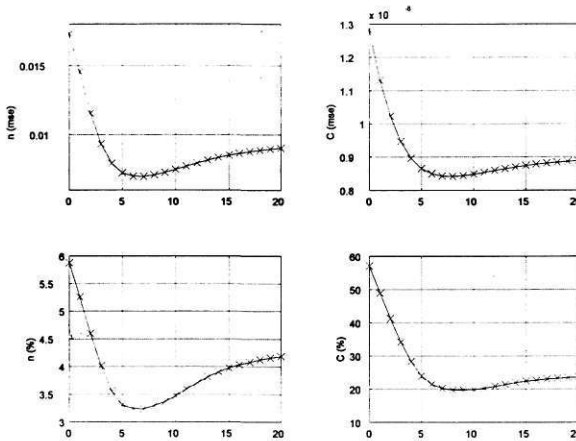


Σχήμα 9.19 Μεταβολή του ΜΤΣ στην εκτίμηση του Χρόνου-Ζωής μετά από 20 επαναλήψεις των εκτιμήσεων. Α) Σφάλμα Εκτίμησης (E-mse). Β) Σφάλμα A-priori πρόβλεψης (A-mse)

II. Με Πραγματικά Δεδομένα

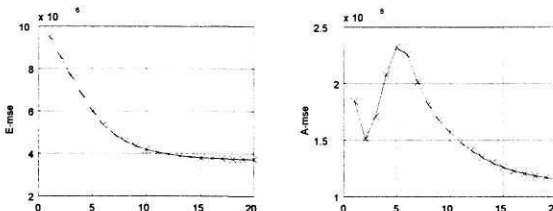
Με κοινή αρχική τιμή την εκτίμηση ΓΕΤ (κεφ. 8, Shanley-A1) και 40 επαναλήψεις των εκτιμήσεων, για κάθε μία από τις 68 προσομοιωμένες καμπύλες, διαπιστώθηκε ότι, η πλειοψηφία των καμπυλών συγκλίνει σε τιμές που βρίσκονται πλησίον των τιμών που είχε υπολογίσει η μέθοδος ΜΓΕΤ και που χρησιμοποιήθηκαν προηγουμένως κατά τη προσομοίωση.

Στα σχήματα 9.17 παρουσιάζεται η μέση συμπεριφορά και των 68 περιπτώσεων και συγκεκριμένα το Μέσο Τετραγωνικό Σφάλμα και η % Μέση Ποσοστιαία διαφορά των παραμέτρων n & C από τις τελικές τιμές των ΜΓΕΤ και ΕΑΚ.



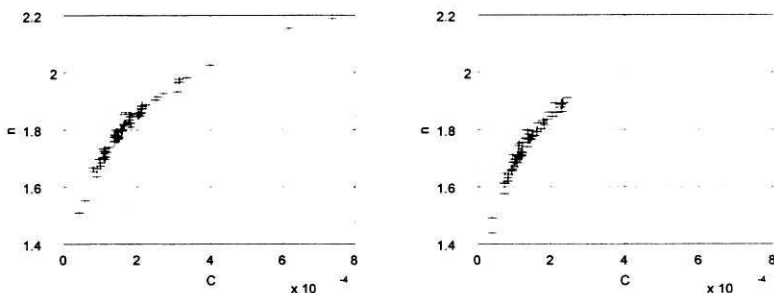
Σχήμα 9.20 Σύγκλιση των παραμέτρων n & C . Μέση μεταβολή της απόστασης από την τελική τιμή για τις 68 προσομ. Καμπύλες. Α) Μέσο Τετρ. Σφάλμα (mse), Β) Μέση Ποσοστιαία διαφορά (%).

Αντίστοιχα με την προσέγγιση στην τελική τιμή μειώνεται και το σφάλμα εκτίμησης αλλά και αυτό της α -πριόρι πρόβλεψης όπως φαίνεται στο παρακάτω Σχήμα 9.18.



Σχήμα 9.21 Μεταβολή του ΜΤΣ στην εκτίμηση του Χρόνου-Ζωής μετά από 20 επαναλήψεις των εκτιμήσεων. . Α) Σφάλμα Εκτίμησης (E-mse). Β) Σφάλμα A-priori πρόβλεψης (A-mse)

Τα τελικά ζεύγη τιμών (n, C) που εκτιμήθηκαν από τον ΕΑΚ για τις 68 πειραματικές καμπύλες αναπαρίστανται στον $n-C$ χώρο παράλληλα με τις αντίστοιχες εκτιμήσεις των ΜΓΕΤ στο Σχήμα 9.19.



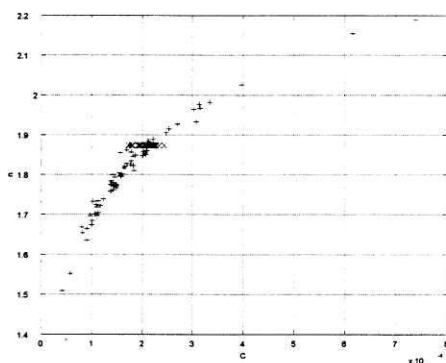
Σχήμα 9.22 : α) ΜΓΕΤ β) ΕΑΚ (20 επαναλ.)

Παρατηρούμε ότι οι εκτιμήσεις με ΕΑΚ έχουν λίγο μικρότερη διασπορά στο χώρο των παραμέτρων.

Β. Μειωμένη μορφή μοντέλου (με μία άγνωστη παράμετρο)

Σαν πρώτο βήμα θέτουμε το n σταθερό και ίσο με την μέση τιμή από τη ΓΕΤ ($n = 1.87299$) εκτιμούμε μόνο το C για κάθε πειραματική καμπύλη χρησιμοποιώντας σαν αρχική τιμή την μέση τιμή από LR ($C = 0.000210581$).

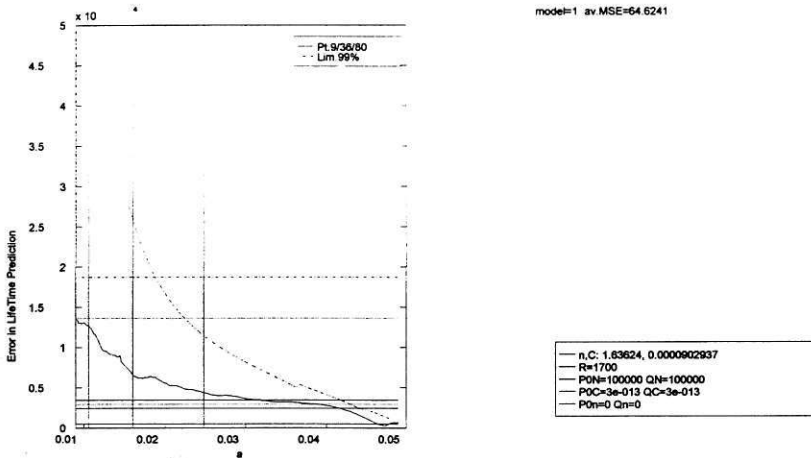
Μετά από το πολύ 5 επαναλήψεις όλες οι καμπύλες είχαν συγκλίνει σε κάποια τιμή του C . Το διάγραμμα $n-C$ που ακολουθεί (9.20) περιέχει τις τελικές τιμές σε σύγκριση με τις βέλτιστες της προηγούμενης παραγράφου.



Σχήμα 9.23 Χώρος Τιμών των Παραμέτρων $n-C$. Εκτιμήσεις της C (x) με $n = 1.87299$ (σταθερά) και οι αντίστοιχες βέλτιστες εκτιμήσεις των ζευγών $n-C(+)$.

Γ. Πρόβλεψη του Χρόνου-Ζωής

Επαναλαμβάνοντας ότι περιγράψαμε στη παράγραφο 9.2.2.1.B για όλα τα δεδομένα, και υπολογίζοντας το μέσο όρο των 68 καμπυλών, έχουμε τα παρακάτω αποτελέσματα σχετικά με την εκτίμηση της παραμέτρου C. Τα αποτελέσματα αντιστοιχούν σε αυτά του σχήματος 9.9.

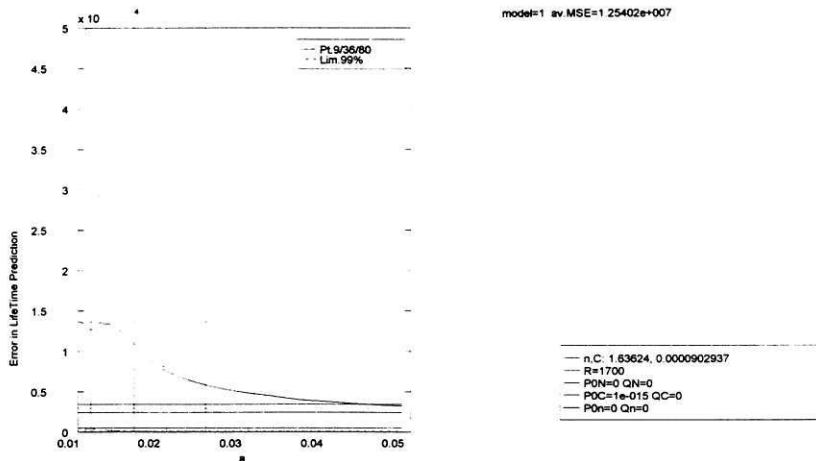


Σχήμα 9.24: Μέσο σφάλμα πρόβλεψης της τελικής τιμής N_f (συνεχής γραμμή) των 68 καμπυλών. Αρχική αρχιορί πρόβλεψη (διακεκομμένη γραμμή), τελική τιμή προσομοίωσης (τριπλή γραμμή). με διασπορές C: $3.0E-13$ & N: $1.0E+5$.

Παρατηρούμε ότι η πρόβλεψη του χρόνου ζωής συγκλίνει, κατ' αρχάς προς τη προσομοίωση καθώς εκτιμάται η παράμετρος C, και τέλος προς τη πραγματική τιμή. Επιπλέον η πραγματική τελική τιμή περιέχεται από την αρχή μέσα στο εύρος της διασποράς της εκτίμησης.

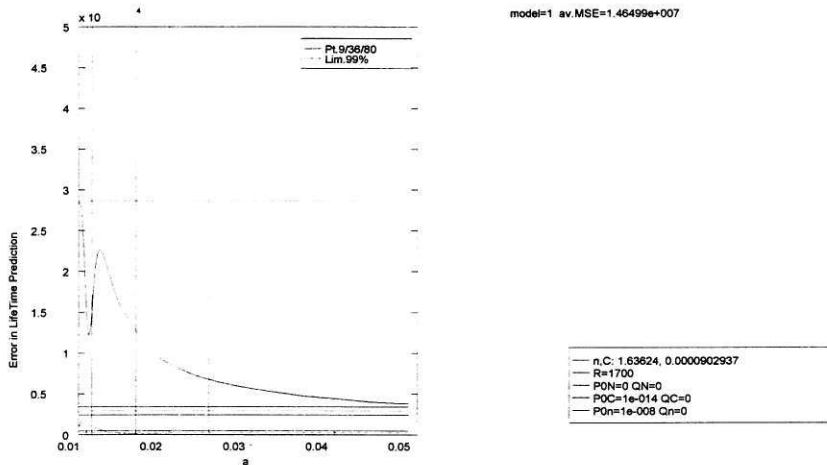
Όταν επιθυμούμε τον καλύτερο προσδιορισμό της παραμέτρου C την οποία θεωρούμε σταθερά κατά τη διάρκεια του πειράματος, θέτουμε την διασπορά της αρχικής τιμής $P0_C = 1.0E-15$.

Όπως και στο σχήμα 9.10 για τα 2 πειράματα, έτσι και ο μέσος όρος όλων των δεδομένων συγκλίνει προς τα αποτελέσματα της προσομοίωσης, δηλαδή εκτιμά τη σωστή τιμή της C. Στη περίπτωση αυτή δεν μας ενδιαφέρει τόσο η εκτίμηση του N όσο της παραμέτρου C. Η μέση πρόβλεψη του χρόνου ζωής φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 9.25: Μέσο σφάλμα πρόβλεψης της τελικής τιμής N_f (συνεχής γραμμή) των 68 καμπυλών. Αρχική αρχιογι πρόβλεψη (διακεκομμένη γραμμή), τελική τιμή προσομοίωσης (τριπλή γραμμή). Ακριβέστερη εκτίμηση της παραμέτρου με αρχική διασπορά C: $3.0E-15$.

Όταν επιθυμούμε τον προσδιορισμό και των 2 παραμέτρων n & C, θέτουμε πάλι τις διασπορές μόνο των αρχικών τιμών $P0_C = 1.0E-14$ & $P0_n = 1.0E-8$, και τις εκτιμούμε από το επαυξημένο διάνυσμα κατάστασης, όπως στο σχήμα 9.11.



Σχήμα 9.26: Μέσο σφάλμα πρόβλεψης της τελικής τιμής N_f (συνεχής γραμμή) των 68 καμπυλών. Αρχική αρχιογι πρόβλεψη (διακεκομμένη γραμμή), τελική τιμή προσομοίωσης (τριπλή γραμμή). Εκτίμηση και των 2 παραμέτρων με αρχικές διασπορές C: $3.0E-14$ & n: $1.0E-8$.

Διαπιστώνουμε λοιπόν ότι οι ρυθμίσεις των μη γραμμικών μοντέλων και αλγορίθμων (EAK) καθορίζουν το αποτέλεσμα των εκτιμήσεων, και, καθορίζονται από το τι επιθυμούμε να εκτιμηθεί. Πιο συγκεκριμένα:

- Αν δεν υπάρχουν μετρήσεις ή είναι τελείως ανακριβείς, θέτοντας τις διασπορές 0, προβλέπουμε το φαινόμενο μόνο με την α -ρριογι γνώση. Η πρόβλεψη είναι σταθερή όπως είδαμε στο Κεφ. 8 με τη τυποποιημένη μέθοδο.
- Αν έχουμε μεγάλη εμπιστοσύνη στις μετρήσεις και επιθυμούμε καλή εκτίμηση του αριθμού των κύκλων θα πρέπει να αυξηθεί η διασπορά του N ή ακόμη και να μειωθεί και η διασπορά R . Ο αλγόριθμος θα αξιοποιεί όλο και λιγότερο τις προβλέψεις του, οι οποίες πραγματοποιούνται με τις αρχικές (μέσες) τιμές των παραμέτρων. Τα αποτελέσματα τείνουν σε αυτά του Κεφαλαίου 8.
- Αν έχουμε κάποια εμπιστοσύνη στις μετρήσεις αλλά και στο μοντέλο, τότε αυξάνουμε τη διασπορά κατάστασης και παραμέτρων, ώστε χρησιμοποιούμε τις μετρήσεις για να βελτιώσουμε τις τιμές των παραμέτρων, και με τις νέες τους τιμές πραγματοποιούμε τις προβλέψεις μας. Τα αποτελέσματα πλέον θα τείνουν προς αυτά των προσομοιωμένων δεδομένων, ή, ανάμεσα σε αυτά και τα πραγματικά.

Το τελευταίο είναι και αναμενόμενο και επιθυμητό. Αν τα μοντέλα μας ήταν ακριβή και οι παράμετροι όλες σωστές τα δύο αποτελέσματα (πραγματικά & προσομ.) θα συνέπιπταν. Όμως κάτι τέτοιο δεν συμβαίνει και εδώ φαίνεται η αξία των μη γραμμικών αλγορίθμων στην ρύθμιση ή την επιλογή καταλληλότερων μοντέλων και νόμων για τη περιγραφή των φαινομένων. Αν διαθέτουμε μία τέλεια και ακριβή μέθοδο παρατήρησης, μπορούμε να διορθώσουμε τα ημιεμπειρικά μοντέλα μας, αν πάλι διαθέτουμε τα τέλεια και σωστά μοντέλα μπορούμε να διορθώσουμε τις ανακριβείς μεθόδους μέτρησης. Η πραγματικότητα βρίσκεται ανάμεσα στις δύο αυτές περιπτώσεις.

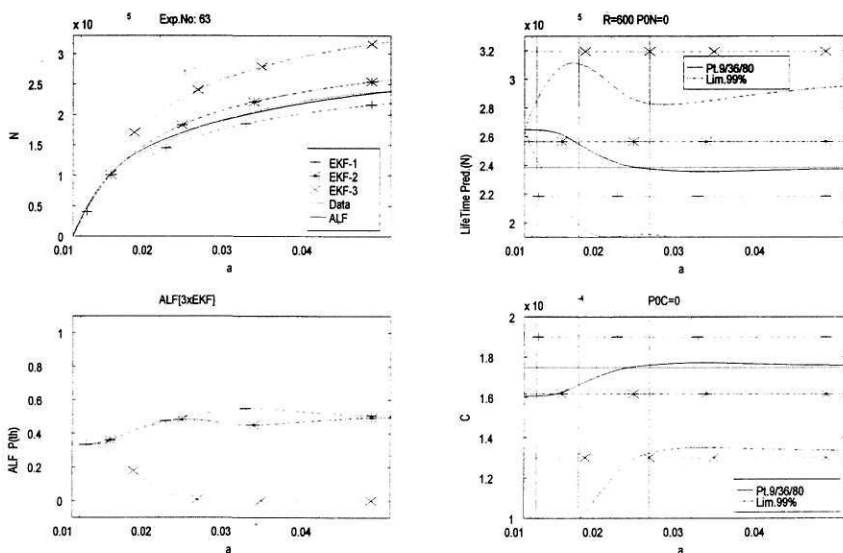
9.2.3 Εκτίμηση & Ταυτοποίηση με Α.Α.Λ. & Πολλαπλά Μη-Γραμμικά Μοντέλα

9.2.3.1 Αναλυτικά Αποτελέσματα ανά Καμπύλη Δεδομένων.

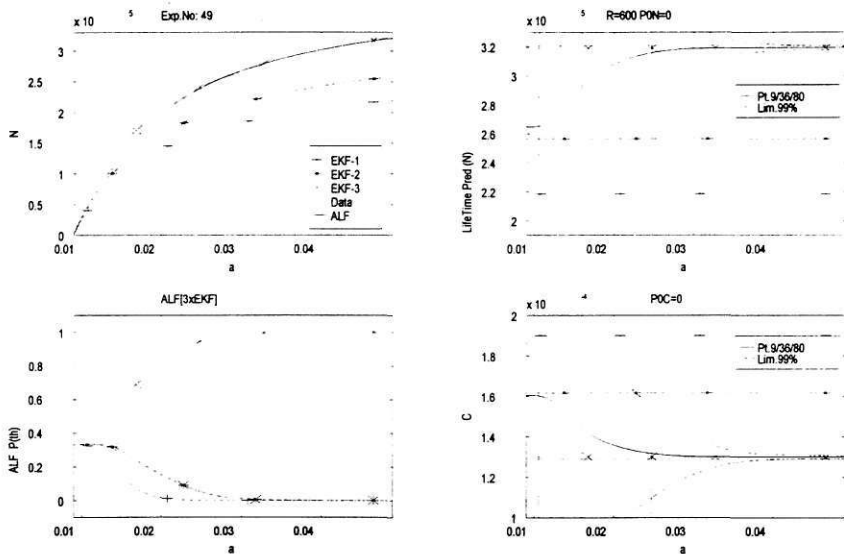
Α. Α.Α.Λ. με 3 επί μέρους Ε.Α.Κ

Οι τρεις επί μέρους ΕΑΚ υλοποιούν 3 χαρακτηριστικά μοντέλα, τη μέση τιμή του συνόλου των πειραμάτων και τις δύο ακραίες καμπύλες. Έτσι η υπό μελέτη καμπύλη είτε θα βρίσκεται ανάμεσα από δύο υλοποιημένα μοντέλα ή μπορεί και να συμπίπτει με κάποιο από αυτά.

Ι) Ε.Α.Κ. μόνο με πρόβλεψη του N . Οι επί μέρους ΕΑΚ χρησιμοποιούν τις μετρήσεις μόνο για τον υπολογισμό των διασπορών τις οποίες χρησιμοποιεί ο ΑΑΛ για τον υπολογισμό της ακρίβειας και του συντελεστή βαρύτητας κάθε ΕΑΚ.



Σχήμα 9.27: ΑΑΛ με 3 ΕΑΚ (πρόβλεψη). α) Εκτίμηση (N) της καμπύλης 63, β) Πρόβλεψη του τελικού N_f γ) Πιθανότητες (θ) των επί μέρους ΕΑΚ, και, δ) Ταυτοποίηση της παραμέτρου C .



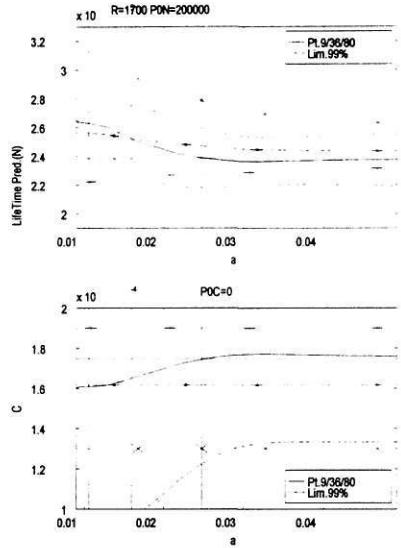
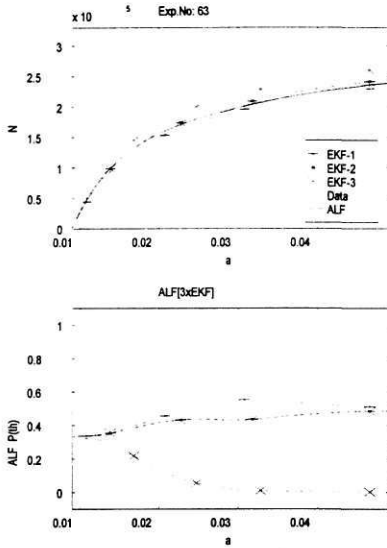
Σχήμα 9.28: ΑΑΛ με 3 ΕΑΚ (πρόβλεψη). α) Εκτίμηση (N) της καμπύλης 49, β) Πρόβλεψη του τελικού N_f , γ) Πιθανότητες (Θ) των επί μέρους ΕΑΚ, και, δ) Ταυτοποίηση της παραμέτρου C .

Στα προηγούμενα σχήματα παρουσιάζονται δύο τυπικές περιπτώσεις. Η μία (πείραμα 63) βρίσκεται μεταξύ δύο επί μέρους μοντέλων, και η άλλη (πείραμα 49) σχεδόν συμπίπτει με το πρώτο μοντέλο.

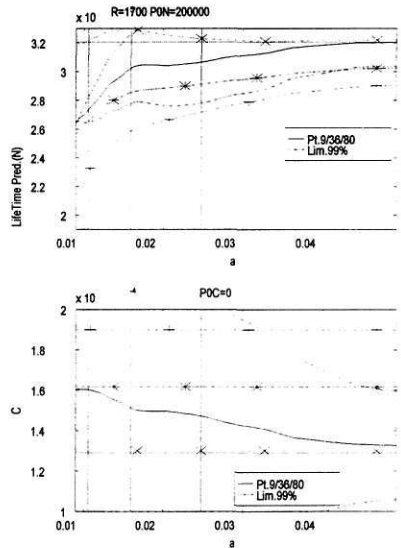
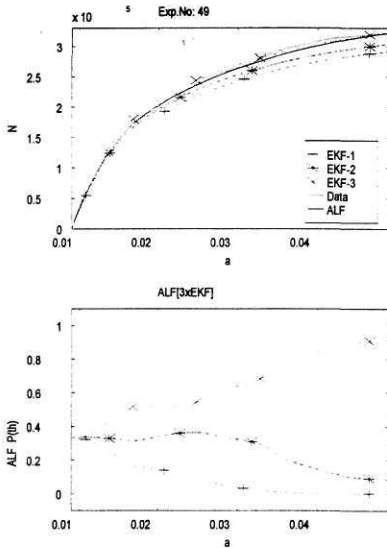
Όπως βλέπουμε στη δεύτερη περίπτωση ο ΑΑΛ συγκλίνει στο πλησιέστερο στα δεδομένα μοντέλο, και εκτιμά την κατάσταση N και τη παράμετρο C με μεγάλη ακρίβεια και βεβαιότητα. Αλλά, και στη πρώτη περίπτωση, που κανένα επί μέρους μοντέλο δεν ταιριάζει με τα δεδομένα, η συνολική εκτίμηση του ΑΑΛ, αν και πιο αβέβαιη, είναι πολύ κοντά στα πραγματικά N & C .

Η βασική διαπίστωση από τη παράγραφο αυτή είναι ότι, η απόδοση του ΑΑΛ δεν εμποδίζεται από την ανελαστικότητα των επί μέρους Αλγορίθμων, αρκεί τα μοντέλα τους να καλύπτουν το εύρος των υπό μελέτη δεδομένων.

II) *Ε.Α.Κ. με εκτίμηση του N* . Οι επί μέρους ΕΑΚ χρησιμοποιούν κανονικά τις μετρήσεις για την βέλτιστη εκτίμηση του N και τον υπολογισμό των διασπορών.



Σχήμα 9.29: ΑΑΛ με 3 ΕΑΚ. α) Εκτίμηση (N) της καμπύλης 63, β) Πρόβλεψη του τελικού N_f , γ) Πιθανότητες (Θ) των επί μέρους ΕΑΚ, και, δ) Ταυτοποίηση της παραμέτρου C .



Σχήμα 9.30: ΑΑΛ με 3 ΕΑΚ. α) Εκτίμηση (N) της καμπύλης 49, β) Πρόβλεψη του τελικού N_f , γ) Πιθανότητες (Θ) των επί μέρους ΕΑΚ, και, δ) Ταυτοποίηση της παραμέτρου C .

Η εκτίμηση της κατάστασης και του αριθμού των κύκλων από τους επί μέρους ΕΑΚ βελτιώνει την απόδοσή τους καθώς αυτή τείνει προς τα δεδομένα.

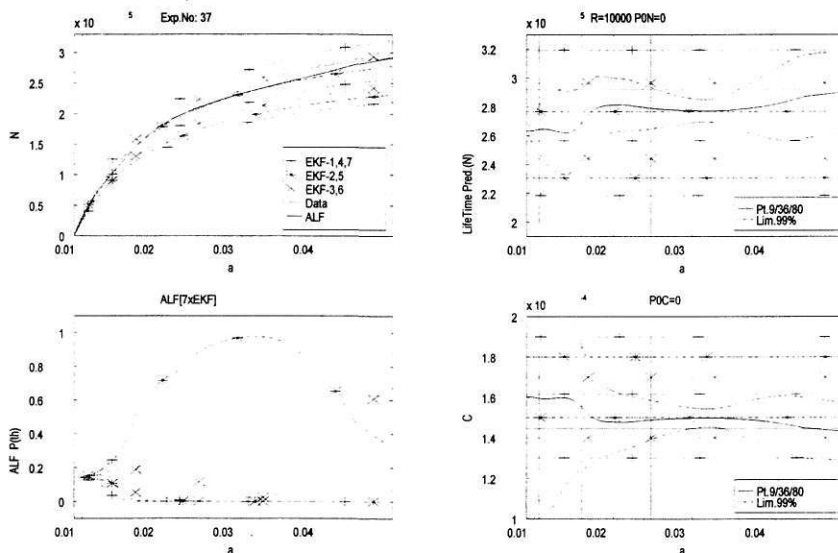
Η απόδοση όμως του ΑΑΛ δεν βελτιώνεται εξίσου, καθώς αργεί περισσότερο να απορρίψει τα λάθος μοντέλα, λόγω της "καλύτερης" συμπεριφοράς τους.

Έτσι οι εκτιμήσεις του ΑΑΛ συγκλίνουν πάλι στις σωστές τιμές αλλά αργότερα και με μεγαλύτερη αβεβαιότητα.

Β. Α.Α.Λ. με περισσότερους επί μέρους Ε.Α.Κ

Η αύξηση των επί μέρους αλγορίθμων και μοντέλων αυξάνει την ακρίβεια και βελτιώνει τη σύγκλιση του Α.Α.Λ.

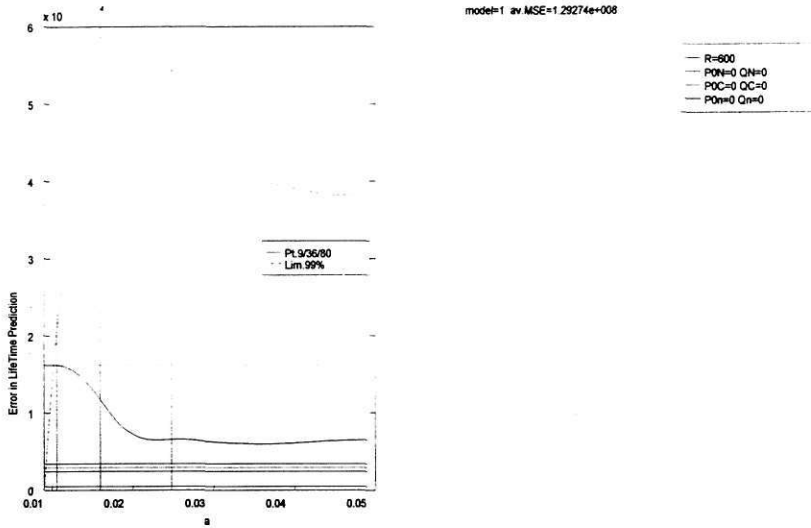
Η βελτίωση αυτή δεν συνεπάγεται και ταχύτερη σύγκλιση. Το πλήθος των υποψήφιων μοντέλων μειώνει δυστυχώς τη ταχύτητα απόρριψής τους. Η ταχύτητα βελτιώνεται με κατάλληλη ρύθμιση των διασπορών και των αρχικών βαρών των επί μέρους ΕΑΚ, εφόσον βέβαια δεν δημιουργεί αμφιταλάντευση του ΑΑΛ μεταξύ των υποψηφίων μοντέλων.



Σχήμα 9.31: ΑΑΛ με 7 ΕΑΚ (πρόβλεψη). α) Εκτίμηση (N) της καμπύλης 49, β) Πρόβλεψη του τελικού N_f , γ) Πιθανότητες (Θ) των επί μέρους ΕΑΚ, και, δ) Ταυτοποίηση της παραμέτρου C .

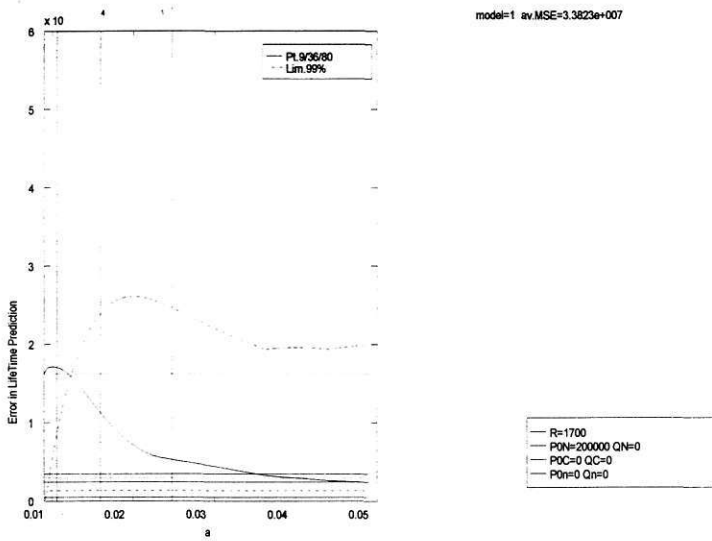
9.2.3.2 Συνολικά Αποτελέσματα από τις 68 Καμπύλες.

Με 3 επί μέρους ΕΑΚ (βλ. 9.2.3.1-A-I)



α)

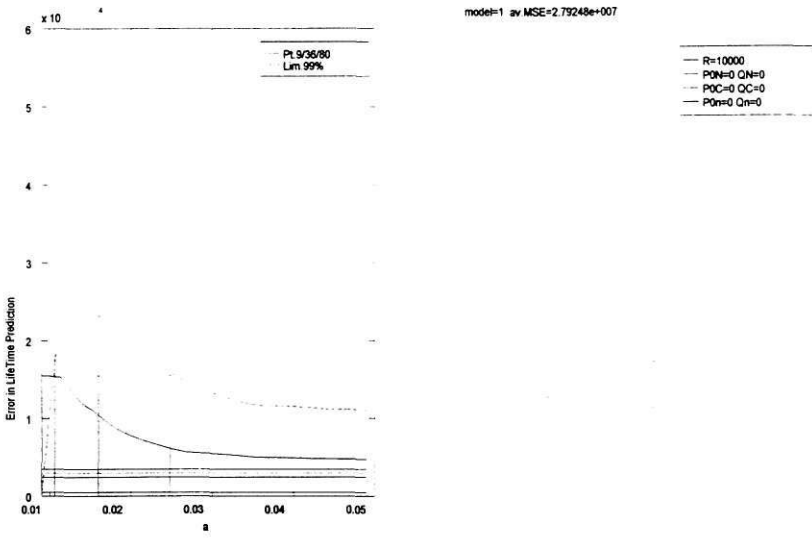
Με 3 επί μέρους ΕΑΚ (βλ. 9.2.3.1-A-II)



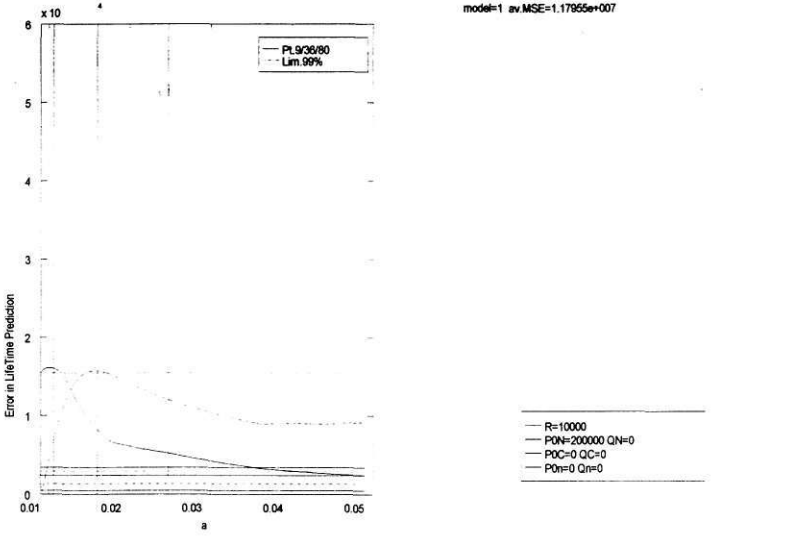
β)

Σχήμα 9.32: Μέσο σφάλμα πρόβλεψης της τελικής τιμής N_f (συνεχής γραμμή) των 68 καμπυλών. Αρχική αρτιοί πρόβλεψη (διακεκομμένη γραμμή), τελική τιμή προσομοίωσης (τριπλή γραμμή). Εκτίμηση της κατάστασης με αρχικές διασπορές N : α) 0 & β) $2.0E+5$.

Με 7 επί μέρους ΕΑΚ (βλ. 9.2.3.1-B)



α)



β)

Σχήμα 9.33: Μέσο σφάλμα πρόβλεψης της τελικής τιμής N_f (συνεχής γραμμή) των 68 καμπυλών. Αρχική a-priori πρόβλεψη (διακεκομμένη γραμμή), τελική τιμή προσομοίωσης (τριπλή γραμμή). Εκτίμηση της κατάστασης με αρχικές διασπορές N: α) 0 & β) $2.0E+5$.

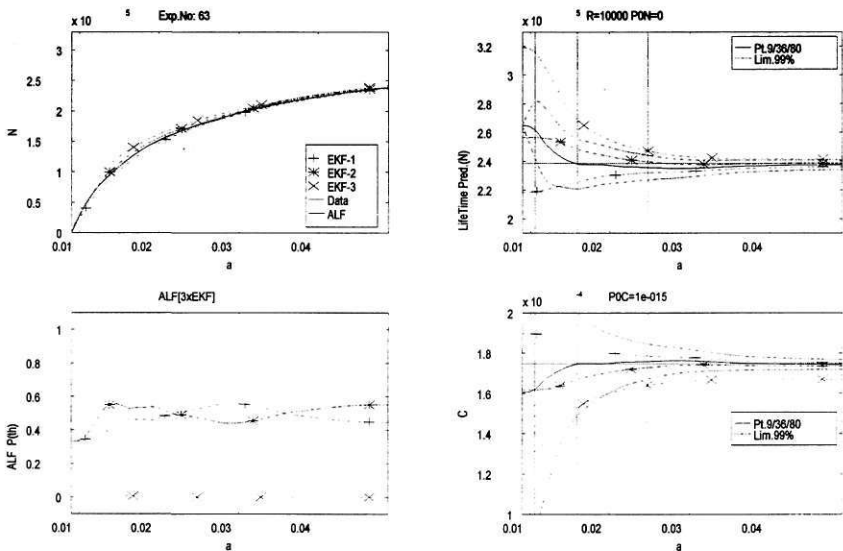
9.2.4 Εκτίμηση & Ταυτοποίηση με Α.Α.Λ. & Πολλαπλά Επαυξημένα Μοντέλα

9.2.4.1 Αναλυτικά Αποτελέσματα ανά Καμπύλη Δεδομένων.

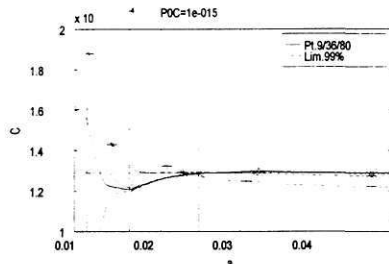
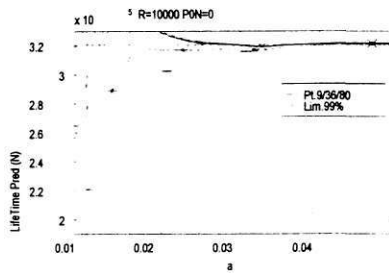
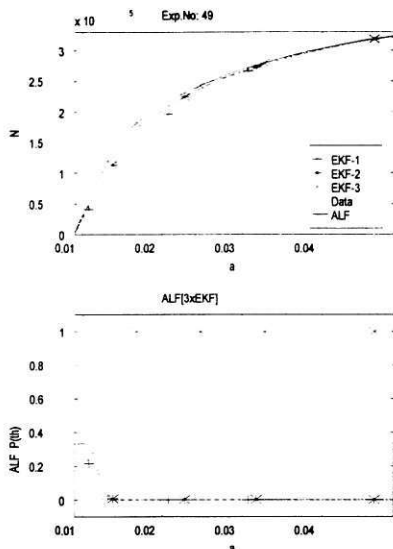
Α. Α.Α.Λ. με 3 επί μέρους Ε.Α.Κ

Οι τρεις επί μέρους ΕΑΚ υλοποιούν τη μέση τιμή του συνόλου των πειραμάτων και τις δύο ακραίες καμπύλες. Και οι τρεις αλγόριθμοι εκτιμούν τη παράμετρο C , και ο ΑΑΛ υπολογίζει τη συνισταμένη των εκτιμήσεων.

Όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα ο Α.Α.Λ συγκλίνει ταχύτερα από όλους τους επί μέρους ΕΑΚ στις σωστές τιμές, ανεξαρτήτως του πόσα επί μέρους μοντέλα διατηρεί ενεργά.

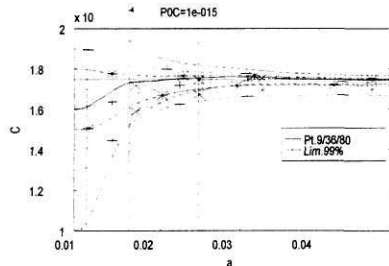
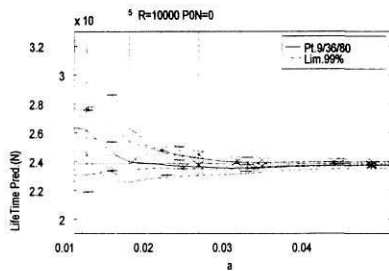
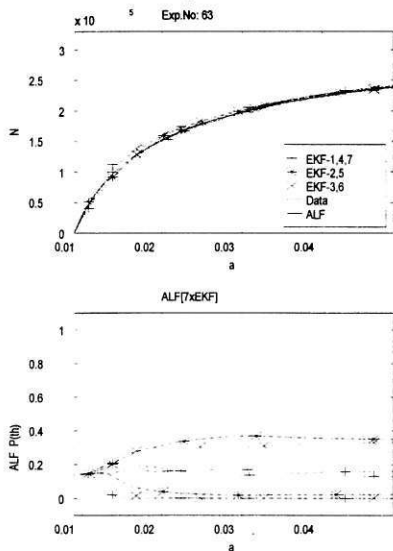


Σχήμα 9.34: ΑΑΛ με 3 ΕΑΚ. α) Εκτίμηση (N) της καμπύλης 63, β) Πρόβλεψη του τελικού N_f , γ) Πιθανότητες (Θ) των επί μέρους ΕΑΚ, και, δ) Ταυτοποίηση της παραμέτρου C .



Σχίμα 9.35: ΑΑΑ με 3 ΕΑΚ. α) Εκτίμηση (N) της καμπύλης 49, β) Πρόβλεψη του τελικού N_f , γ) Πιθανότητες (Θ) των επί μέρους ΕΑΚ, και, δ) Ταυτοποίηση της παραμέτρου C .

Β. Α.Α.Λ. με περισσότερους επί μέρους Ε.Α.Κ

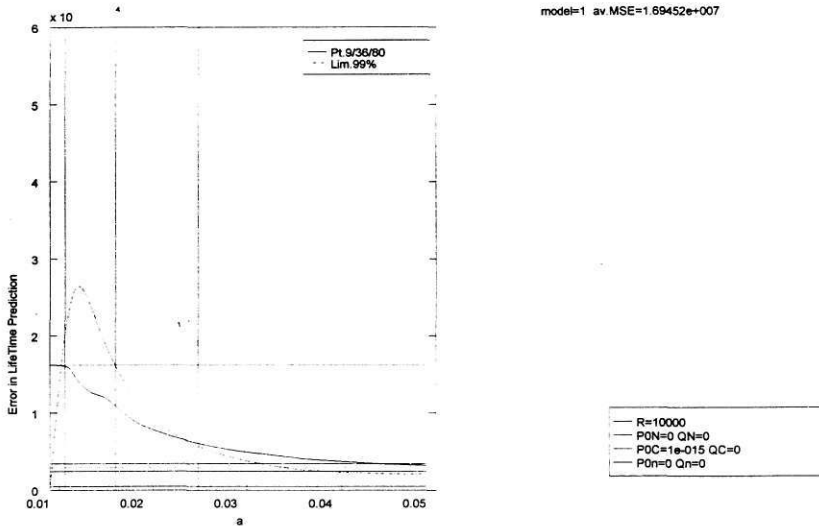


Σχίμα 9.36: ΑΑΑ με 7 ΕΑΚ. α) Εκτίμηση (N) της καμπύλης 63, β) Πρόβλεψη του τελικού N_f , γ) Πιθανότητες (Θ) των επί μέρους ΕΑΚ, και, δ) Ταυτοποίηση της παραμέτρου C .

Η συμπεριφορά του αλγορίθμου (ΑΑΛ) είτε με 3 είτε με 7 ΕΑΚ είναι εξίσου ικανοποιητική. Μάλιστα έχοντας μόνο το 20% των δεδομένων, συγκλίνει στη σωστή τιμή της παραμέτρου C , και, προβλέπει το τελικό N_f με μεγάλη βεβαιότητα (μικρή διασπορά).

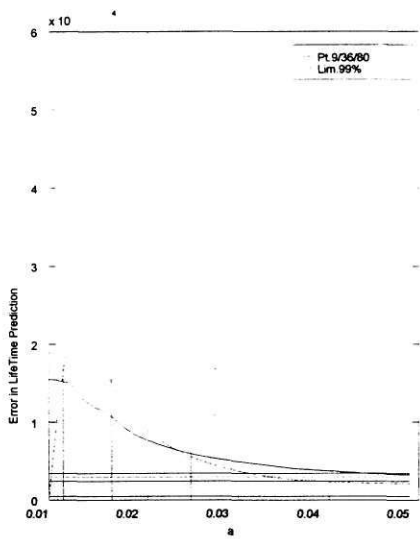
9.2.4.2 Συνολικά Αποτελέσματα από τις 68 Καμπύλες.

Με 3 επί μέρους ΕΑΚ (βλ. 9.2.4.1-A)

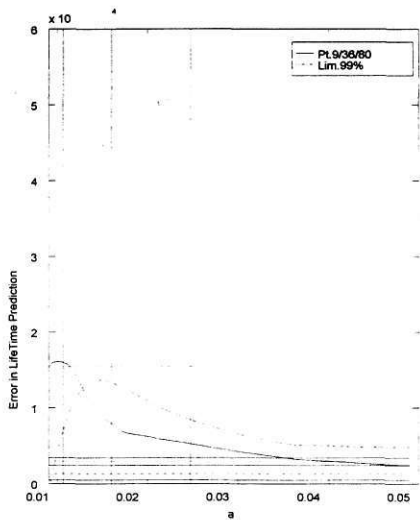


Σχήμα 9.37: Μέσο σφάλμα πρόβλεψης της τελικής τιμής N_f (συνεχής γραμμή) των 68 καμπυλών. Αρχική αργιοσι πρόβλεψη (διακεκομμένη γραμμή), τελική τιμή προσομοίωσης (τριπλή γραμμή). Εκτίμηση της παραμέτρου με αρχικές διασπορές $N: 0$ & $C: 1.0E-15$.

Με 7 επί μέρους ΕΑΚ (βλ. 9.2.4.1-B)



α)



β)

Σχήμα 9.38: Μέσο σφάλμα πρόβλεψης της τελικής τιμής N_f (συνεχής γραμμή) των 68 καμπολών. Αρχική a-priori πρόβλεψη (διακεκομμένη γραμμή), τελική τιμή προσομοίωσης (τριπλή γραμμή). Εκτίμηση της παραμέτρου με αρχικές διασπορές $N: 0$ & $C: 1.0E-15$.

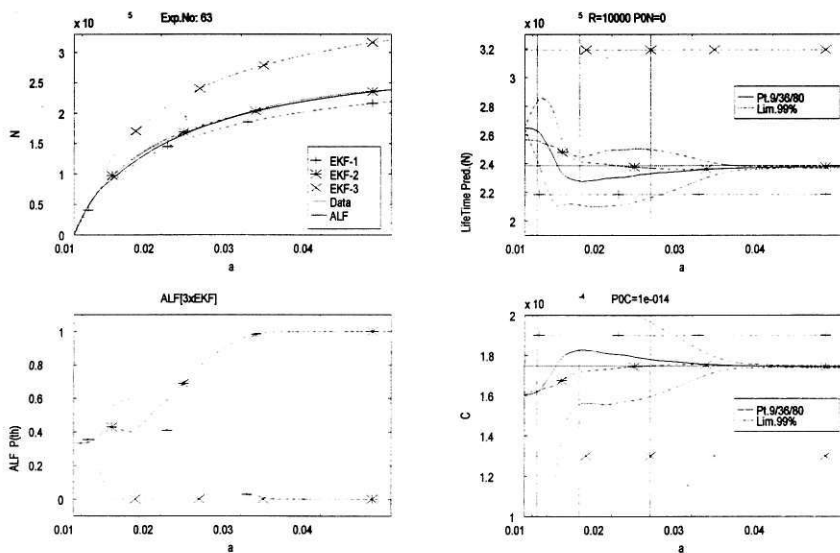
9.2.5 Εκτίμηση & Ταυτοποίηση με Α.Α.Λ. & Πολλαπλά Μοντέλα Διαφορετικών Υλοποιήσεων

9.2.5.1 Αναλυτικά Αποτελέσματα ανά Καμπύλη Δεδομένων.

Α. Α.Α.Λ. με 3 επί μέρους Ε.Α.Κ

Οι τρεις επί μέρους ΕΑΚ υλοποιούν και εδώ, τη μέση τιμή του συνόλου των πειραμάτων και τις δύο ακραίες καμπύλες. Μόνο όμως το μέσο μοντέλο έχει αυξημένο διάνυσμα κατάστασης και εκτιμά τη παράμετρο C . Τα άλλα δύο είναι απλά και πραγματοποιούν μόνο πρόβλεψη όπως στη παράγραφο 9.2.3.1.

Ο συνδυασμός αυτός έχει σα σκοπό να κρατά τις ακραίες υλοποιήσεις σταθερές χωρίς να συγκλίνουν προς τα δεδομένα. Έτσι αποκλείεται η περίπτωση να βρεθεί η υπό εκτίμηση καμπύλη εκτός των ορίων των επί μέρους ΕΑΚ του ΑΑΛ.

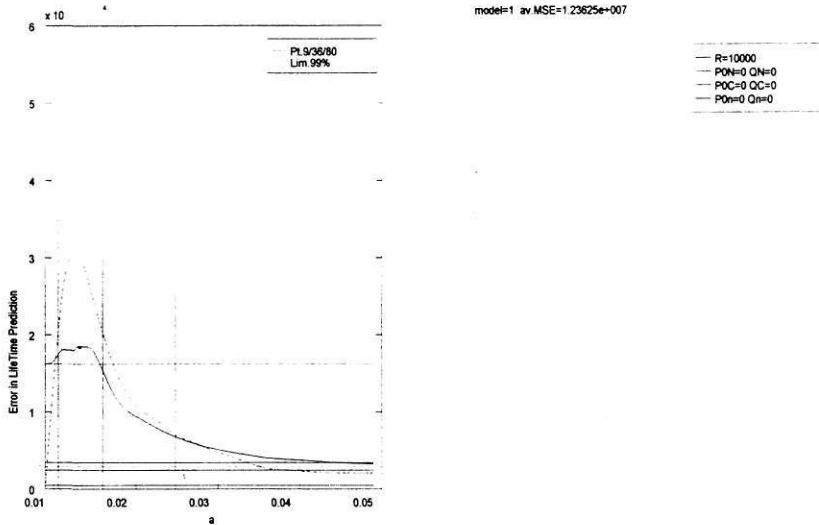


Σχήμα 9.39: ΑΑΛ με 3 διαφορετικούς ΕΑΚ. α) Εκτίμηση (N) της καμπύλης 63, β) Πρόβλεψη του τελικού N_f , γ) Πιθανότητες (Θ) των επί μέρους ΕΑΚ, και, δ) Ταυτοποίηση της παραμέτρου C .

Όπως φαίνεται στο προηγούμενο σχήμα, και με τα μικτά πολλαπλά μοντέλα ο Α.Α.Λ. εξακολουθεί να συγκλίνει ταχύτατα στις σωστές παραμέτρους και προβλέψεις.

9.2.5.2 Συνολικά Αποτελέσματα από τις 68 Καμπύλες.

Με 3 επί μέρους ΕΑΚ (βλ. 9.2.5.1-A)



Σχήμα 9.40: Μέσο σφάλμα πρόβλεψης της τελικής τιμής N_f (συνεχής γραμμή) των 68 καμπυλών. Αρχική a -priori πρόβλεψη (διακεκομμένη γραμμή), τελική τιμή προσομοίωσης (τριπλή γραμμή). Εκτίμηση της παραμέτρου με αρχικές διασπορές $N: 0$ & $C: 0$.

9.4 Συμπεράσματα

Όπως είδαμε στο κεφάλαιο αυτό, οι προηγμένοι μη-γραμμικοί αλγόριθμοι Ε.Α.Κ (Επεκταμένος Αλγόριθμος Kalman) & Α.Α.Λ (Αυτοπροσαρμοζόμενος Αλγόριθμος Λαϊνιώτη), συνδυάζουν αποτελεσματικά δύο ικανότητες, την εκτίμηση του διανύσματος κατάστασης και το προσδιορισμό των παραμέτρων του φαινομένου της διάδοσης των ρωγμών. Πιο συγκεκριμένα:

1. Οι αλγόριθμοι ρυθμίζονται εύκολα και ανάλογα με τις ανάγκες της υλοποίησης, για το πού θα δοθεί μεγαλύτερο βάρος, στο προσδιορισμό του μοντέλου ή στο φιλτράρισμα των μετρήσεων.
2. Οι αλγόριθμοι συγκλίνουν στις σωστές τιμές των παραμέτρων και προβλέπουν με ακρίβεια το χρόνο ζωής, ακόμη και μόνο με το πρώτο 20% των δεδομένων. Ειδικότερα η απόδοση του Α.Α.Λ είναι ίδια ή καλύτερη από τις αποδόσεις των Ε.Α.Κ που χρησιμοποιεί.
3. Όταν ο Α.Α.Λ διαθέτει έναν επί μέρους Ε.Α.Κ που περιγράφει σωστά το πρόβλημα τον επιλέγει, διαφορετικά χρησιμοποιεί τους δύο επικρατέστερους με κατάλληλη αναλογία βαρών. Η αύξηση των υποψηφίων μοντέλων (επί μέρους Ε.Α.Κ) αυξάνει και τη ταχύτητα σύγκλισης στο σωστότερο μοντέλο.
4. Οι προηγμένοι μη-γραμμικοί αλγόριθμοι υπολογίζουν τη διασπορά των εκτιμήσεων και των προβλέψεών τους σε κάθε βήμα. Έτσι, η εξέλιξη των διασπορών μειώνει την αρχική άγνοια, και βελτιώνει την ευκρίνεια των εκτιμήσεων και των προβλέψεων σε βάθος χρόνου.
5. Η ταυτόχρονη εκτίμηση πολλών παραμέτρων συχνά επιβραδύνει λίγο τη σύγκλιση. Όμως, με την επανάληψη της εκτίμησης (λείανση) η ταυτοποίηση συγκλίνει στις βέλτιστες τιμές, το πολύ μέσα σε 5-15 επαναλήψεις.
6. Όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενα κεφάλαια, η τιμή της παραμέτρου C δεν είναι η ίδια καθ' όλη τη διάρκεια του φαινομένου, παρόλο που λαμβάνεται σαν σταθερή από τις κλασικές μεθόδους. Αυτό διαπιστώνεται και από τους προηγμένους αλγορίθμους, οι οποίοι δεν συγκλίνουν στη μοναδική εκτίμηση των GET & MGET αλλά σε μια ευρύτερη ζώνη επιλέγοντας το εκάστοτε βέλτιστο C.
7. Για το φαινόμενο της διάδοσης των ρωγμών, η σωστή σχεδίαση του Α.Α.Λ μας επιτρέπει να μηδενίσουμε οποιαδήποτε πιθανότητα απόκλισης της μεθόδου. Με τη κατάλληλη επιλογή των επί μέρους οριακών μοντέλων και των Ε.Α.Κ μπορούμε να διατηρούμε πάντα τη πραγματική κατάσταση μεταξύ των υποψηφίων μοντέλων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10 : ΣΥΓΚΡΙΣΗ, ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΑΠΟΔΟΣΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ

10.1 Εισαγωγή

Οι γραμμικοί και μη-γραμμικοί αλγόριθμοι εκτίμησης που αναφέρθηκαν στα προηγούμενα κεφάλαια υλοποιούνται σε ψηφιακούς ηλεκτρονικούς υπολογιστές. Η καλύτερη απόδοση του αλγορίθμου εξαρτάται από τη σωστή εκμετάλλευση της συσκευής στην οποία υλοποιείται. Μεγάλη προσπάθεια γίνεται να βρεθούν παραλλαγές των αλγορίθμων οι οποίες να είναι υπολογιστικά αποδοτικότερες. Ένας αποδοτικός αλγόριθμος, χωρίς ελάττωση της επίδοσης, απαιτεί λιγότερη μνήμη αποθήκευσης, λιγότερο χρόνο υπολογισμού, και αποφεύγει τα σφάλματα στρογγυλοποίησης της συσκευής.

Καθώς οι παραπάνω ιδιότητες είναι αντιφατικές, δηλαδή οι απαιτήσεις αποθήκευσης είναι αντιστρόφως ανάλογες του υπολογιστικού φόρτου, δεν είναι εύκολο να οριστεί εκ των προτέρων ποιος θα είναι ο αποδοτικότερος αλγόριθμος. Για κάθε πρόβλημα και ανάλογα με τις υπάρχουσες ανάγκες και τη διαθέσιμη υποδομή, πρέπει να επιλέγεται ο κατάλληλος αλγόριθμος και ο τρόπος υλοποίησης του. Για να γίνει μία τέτοια επιλογή πρέπει να είναι γνωστές οι απαιτήσεις καθενός από τους υποψήφιους αλγορίθμους, σαν συνάρτηση της πολυπλοκότητας του υπό μελέτη συστήματος. Ένα ασήμαντο, για μονοδιάστατα μοντέλα, σφάλμα λόγω στρογγυλοποίησης στο τελευταίο ψηφίο, μπορεί να διογκωθεί τόσο, σε πολυδιάστατα μοντέλα, ώστε κάποιοι αλγόριθμοι να αποκλίνουν. Η διάσταση του προβλήματος παίζει πρωτεύοντα ρόλο γιατί επηρεάζει, εκτός από τη ταχύτητα ή τη μνήμη, και την ακρίβεια των αλγορίθμων.

Στο κεφάλαιο αυτό αναλύονται κατ' αρχήν, οι απαιτήσεις, υπολογιστικές και αποθήκευσης, όλων των αλγορίθμων, και εν συνεχεία γίνεται μία συγκριτική ανάλυση συναρτήσει των διαστάσεων του μοντέλου του συστήματος. Τη σύγκριση των απαιτήσεων ακολουθεί η σύγκριση των επιδόσεων, της απόδοσής τους όπως αυτή φάνηκε στα προηγούμενα κεφάλαια. Η τελική επιλογή είναι συνάρτηση και των δύο παραμέτρων της επίδοσης και της πολυπλοκότητας.

10.2 Υπολογιστική Ανάλυση των Αλγορίθμων

10.2.1 Βασικές Προϋποθέσεις της Υπολογιστικής Ανάλυσης

Όλες οι ποσότητες που εμφανίζονται στους αλγορίθμους είναι διανυσματικές εν γένει και οι μέγεθος τους καθορίζει την πολυπλοκότητα του αλγορίθμου. Οι διαστάσεις όλων των διανυσμάτων είναι συναρτήσεις δύο ποσοτήτων: της διάστασης n του διανύσματος κατάστασης $x(\cdot)$ της διάστασης m του διανύσματος των μετρήσεων $z(\cdot)$.

Η υπολογιστική ανάλυση, για να είναι συμβατή και τα αποτελέσματα της συγκρίσιμα με αποτελέσματα άλλων ερευνητών, πρέπει να βασίζεται σε ορισμένες σαφείς και κοινά αποδεκτές προϋποθέσεις. Οι υποθέσεις αυτές είναι [1,2]:

1 - Όλες οι αριθμητικές μεταβλητές είναι απλής ακριβείας και απαιτούν μία λέξη μνήμης για την αποθήκευσή τους.

2 - Το αποτέλεσμα της πρόσθεσης ή αφαιρέσης πινάκων μπορεί να αποθηκευτεί στην θέση που κατείχε ένας από τους δύο πίνακες πριν την πράξη. Αυτό δεν μπορεί να γίνει για το αποτέλεσμα του γινομένου δύο πινάκων.

3 - Η συμμετρία των πινάκων λαμβάνεται υπ' όψιν όπου εμφανίζεται.

4 - Όλοι οι συμμετρικοί θετικά ορισμένοι πίνακες αντιστρέφονται με την "Ίκανή Μέθοδο Παραγοντοποίησης" του Cholesky [3], και ο αντίστροφος τοποθετείται στην θέση του αρχικού πίνακα. Οι απαιτούμενοι υπολογισμοί για την αντιστροφή ενός (n,n) συμμετρικού πίνακα είναι:

Πολ/σμούς	: $0.5 \cdot (n^3 + 3n^2 - 2n)$
Προσθέσεις	: $0.5 \cdot (n^3 - n)$
Διαιρέσεις	: $2 \cdot n - 1$
Τετρ. Ρίζες	: n

Ο υπολογισμός της ορίζουσας του πίνακα υπολογίζεται συγχρόνως με τον αντίστροφο και δεν απαιτούνται επί πλέον υπολογισμοί.

5 - Για την αναγωγή όλων των υπολογισμών σε μία βασική πράξη δεχόμαστε την παρακάτω ισοδυναμία χρόνου που απαιτείται από την κάθε πράξη [4]:

1 Πολλαπλασιασμός	= 4 Προσθέσεις
1 Διάρθρωση	= 6 Προσθέσεις
1 Τετραγωνική Ρίζα	= 25 Προσθέσεις.

6 - Διακρίνουμε δύο τύπους απαιτήσεων αποθήκευσης:

α) Τη μόνιμη αποθήκευση, για την αποθήκευση των χρονικά αμετάβλητων ποσοτήτων του αλγορίθμου, και,

β) Τη βοηθητική αποθήκευση, για την αποθήκευση ενδιάμεσων αποτελεσμάτων κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου.

Τα απαιτούμενα ποσά λέξεων μνήμης για την αποθήκευση των πινάκων είναι:

Διάνυσμα διαστάσεων (n,1) : n (λέξεις μνήμης)

Πίνακας διαστάσεων (n,m) : n·m

Συμμετρικός Πίνακας διαστ.(n,n): $0.5 \cdot n^2 + 0.5n$

7 - Ο υπολογισμός του εκθετικού e^x γίνεται με ανάπτυγμα σε σειρά Taylor, με q όρους:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots = \sum_{k=0}^q \frac{x^k}{k!} \quad (10.1)$$

και απαιτεί, για q σημαντικούς όρους: $2 \cdot (q-1)$ Πολ/σμούς, q Προσθέσεις και $q-1$ Διαίρεσεις.

8 - Ο απαιτούμενος χρόνος για είσοδο και έξοδο δεδομένων και αποτελεσμάτων καθώς και ο χώρος για την αποθήκευση των εντολών του προγράμματος δεν λαμβάνονται υπ' όψιν, γιατί εξαρτώνται από τον συγκεκριμένο υπολογιστή, τον προγραμματιστή και την γλώσσα προγραμματισμού που χρησιμοποιείται, και είναι παρόμοιος για όλους τους αλγορίθμους.

9 - Οι υπολογισμοί που γίνονται σε μη-πραγματικό χρόνο ονομάζονται "προκαταρτικοί" και αναφέρονται αλλά δεν λαμβάνονται υπ' όψιν. Η σύγκριση γίνεται με βάση τους υπολογισμούς σε πραγματικό χρόνο.

10 - Οι υπολογισμοί που απαιτούνται για τις πράξεις μεταξύ πινάκων ή διανυσμάτων περιέχονται στον Πίνακα 10.1, όπου με A, B, C συμβολίζονται τα γενικά μητρώα, με S, T, U τα συμμετρικά μητρώα, με w, y, z τα διανύσματα και με (a,b) οι διαστάσεις τους (γραμμές, στήλες) [.

ΠΙΝΑΚΑΣ 10.1

ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ	ΑΠΟΤΕΛ.	ΠΡΟΣΘΕΣΕΙΣ	ΠΟΛ/ΣΜΟΙ
$A(n,m)+B(n,m)$	$C(n,m)$	n·m	-
$S(n,n)+T(n,n)$	$U(n,n)$	$0.5 \cdot (n^2+n)$	-
$w(n,1)+y(n,1)$	$z(n,1)$	n	-
$A(n,m) \cdot B(m,p)$	$C(n,p)$	$n \cdot (m-1) \cdot p$	n·m·p
$A(n,m) \cdot B(m,n)$	$S(n,n)$	$0.5 \cdot (n^2 \cdot m + n \cdot m \cdot n^2 - n)$	$0.5 \cdot n \cdot m \cdot (n+1)$
$A(n,m) \cdot w(m,1)$	$z(n,1)$	$n \cdot (m-1)$	n·m

10.2.2 Απαιτήσεις σε Μνήμη και Υπολογισμούς

Όλοι οι υπολογισμοί που ακολουθούν διατυπώθηκαν σαν συναρτήσεις των διαστάσεων του προβλήματος n , p & m . Αυτές είναι αντίστοιχα οι διαστάσεις των διανυσμάτων κατάστασης (x), εισόδου (w) και εξόδου (z).

Σημειώνουμε επίσης ότι, οι πράξεις για τον ανά βήμα υπολογισμό όσων πινάκων είναι χρονικά μεταβαλλόμενοι ή μη-γραμμικοί, δεν μπορούν να ληφθούν υπ' όψιν διότι, αφ' ενός το πλήθος τους εξαρτάται και από την εκάστοτε υλοποίηση του μοντέλου, και αφ' ετέρου, είναι κοινοί για όλους τους αλγορίθμους.

10.2.2.1 Αλγόριθμος Kalman

Α. Χρονικά Μεταβαλλόμενα Μοντέλα

Αποθήκευση:

$$0.5n^2 + 2.5n + 0.5m^2 + 1.5m + 2\max[n^2, nm] + \max[\frac{1}{2}(m^2 + m), \frac{1}{2}(n^2 + n)]$$

Υπολογισμοί:

$$\text{ΠΟΛΛ.: } 1.5n^3 + 1.5n^2 + 0.5m^3 + 1.5m^2 - m + 3nm + 1.5n^2m + 1.5nm^2 + np^2 + 0.5n^2p + 0.5np$$

$$\text{ΠΡ/ΑΦ: } 1.5n^3 - 1.5n + 0.5m^3 - 0.5m + nm + 1.5n^2m + 1.5nm^2 + np^2 + 0.5n^2p - 0.5np$$

$$\text{ΔΙΑΙΡ.: } 2m - 1$$

$$\text{T.PIZA: } m$$

Β. Χρονικά Σταθερά Μοντέλα

Αποθήκευση:

$$2n^2 + 2n + nm + 0.5m^2 + 1.5m + 2nm + \max[\frac{1}{2}(m^2 + m), n^2]$$

(----- μόνιμη -----) (----- βοηθητική -----)

Υπολογισμοί:

$$\text{ΠΟΛΛ.: } 1.5n^3 + 1.5n^2 + 0.5m^3 + 1.5m^2 - m + 3nm + 1.5n^2m + 1.5nm^2$$

$$\text{ΠΡ/ΑΦ: } 1.5n^3 + 0.5n^2 - n + 0.5m^3 - 0.5m + nm + 1.5n^2m + 1.5nm^2$$

$$\text{ΔΙΑΙΡ.: } 2m - 1$$

$$\text{T.PIZA: } m$$

Προκαταρκτική Αποθήκευση: $2np$

Προκαταρκτικοί Υπολογισμοί: ΠΟΛΛ.: $np^2 + 0.5n^2p + 0.5np$,
ΠΡ/ΑΦ: $np^2 + 0.5n^2p - 0.5np - 0.5n^2 - 0.5n$

Γ. Αλλαγές για Χρήση από το Α.Α.Α.

Αποθήκευση: $+0.5m^2 + 0.5m$ (βοηθητική)

10.2.2.2 Αλγόριθμος Διαμελισμού Λαϊνιώτη (Α.Α.Α.)

Α. Χρονικά Μεταβαλλόμενα Μοντέλα

Αποθήκευση

$$1.5n^2 + 3.5n + m + \max[n^2, nm] + \max[nr, nm] + \max[\frac{1}{2}(m^2 + m), n^2] \\ + \max[\frac{1}{2}(m^2 + m), nm]$$

Υπολογισμοί

ΠΟΛΛ.: $2.5n^3 + 5.5n^2 - 2n + 0.5m^3 + 1.5m^2 - m + 3.5nm + 5n^2m + 2.5nm^2 + nr^2 + 0.5n^2p + 0.5nr$

ΠΡ/ΑΦ: $2.5n^3 + n^2 - 3.5n + 0.5m^3 - 0.5m - 1.5nm + 5n^2m + 2.5nm^2 + nr^2 + 0.5n^2p - 0.5nr$

ΔΙΑΙΡ.: $4n + 2m - 3$

Τ.ΡΙΖΑ: $2n + m$

Β. Χρονικά Σταθερά Μοντέλα

Αποθήκευση:

$$2.5n^2 + 2.5n + m + 2nm + n^2 + n \\ (\text{----- μόνιμη -----}) \quad (\text{βοηθητική})$$

Υπολογισμοί:

ΠΟΛΛ.: $2.5n^3 + 5.5n^2 - 2n + 2nm$

ΠΡ/ΑΦ: $2.5n^3 + 2n^2 - 2.5n + 2nm$

ΔΙΑΙΡ.: $4n - 2$

Τ.ΡΙΖΑ: $2n$

Προκαταρκτική Αποθήκευση: $m^2 + m + \max[nr, nm]$

Προκαταρκτικοί Υπολογισμοί:

ΠΟΛΛ.: $0.5m^3 + 1.5m^2 - m + 4n^2m + 2.5nm^2 + nr^2 + 0.5n^2p + 0.5nr$

ΠΡ/ΑΦ: $0.5m^3 - 0.5m + 4n^2m + 2.5nm^2 + nr^2 + 0.5n^2p - 0.5nr - n^2 - n$

ΔΙΑΙΡ.: $2m - 1$

Τ.ΡΙΖΑ: m

Γ. Αλλαγές για Χρήση από το Α.Α.Α.

Αποθήκευση:

$$+n^2 + nm + 0.5m^2 + 0.5m + 0.5m^2 + 1.5m \\ (\text{----- μόνιμη -----}) \quad (\text{-- βοηθητική --})$$

Υπολογισμοί:

ΠΟΛΛ.: $+n^2 + n^2m + 0.5nm^2 + 1.5nm$

ΠΡ/ΑΦ: $+n^2 - n + n^2m + 0.5nm^2 + 0.5nm$

10.2.2.3 Επεκταμένος Αλγόριθμος Kalman (E.A.K.) 1ης Τάξης

Οι εξισώσεις του αλγορίθμου που παρουσιάστηκαν στο 5.4.3, αναλύονται σε υπολογιστικά βήματα και, για κάθε βήμα σημειώνονται οι υπολογιστικές απαιτήσεις σε πράξεις (πίνακας 10.2α) και αποθήκευση (πίνακας 10.2β).

ΠΙΝΑΚΑΣ 10.2α Υπολογιστική Ανάλυση των Βημάτων του E.A.K (Πράξεις).

	ΒΗΜΑ ΑΛΓ.	ΠΟΛΛ	ΠΡ/ΑΦ	ΔΙΑΙΡ	Τ.ΡΙΖ
1	x				
2	P				
3	Q				
4	G	*			
5	$G_1 = G \cdot Q$	np^2	$np^2 - np$		
6	$Q_1 = G_1 \cdot G^T$	$0.5(n^2p + np)$	$0.5(n^2p + np - n^2 - n)$		
7	F	*			
8	$F_1 = F \cdot P$	n^3	$n^3 - n^2$		
9	$P_1 = F_1 \cdot F^T$	$0.5(n^3 + n^2)$	$0.5(n^3 - n^2)$		
10	$P_2 = P_1 + Q_1$		$0.5(n^2 + n)$		
11	$x_1 = f(x)$	$\sim [n^2]**$	$\sim [n^2 - n]**$		
12	H	*			
13	$z_1 = h(x)$	$\sim [nm]**$	$\sim [nm - m]**$		
14	z				
15	$z_2 = z - z_1$		m		
16	$P_3 = H \cdot P_2$	n^2m	$n^2m - nm$		
17	$P_4 = P_3 \cdot H^T$	$0.5(nm^2 + nm)$	$0.5(nm^2 + nm - m^2 - m)$		
18	R				
19	$P_2 = P_4 + R$		$0.5(m^2 + m)$		
20	$A = P_2^{-1}$	$0.5(m^3 + 3m^2 - 2m)$	$0.5(m^3 - m)$	$2m - 1$	m
21	$K = P_3^T \cdot A$	nm^2	$nm^2 - nm$		
22	$x_2 = K \cdot z_2$	nm	$nm - n$		
23	$x = x_1 + x_2$		n		
24	$P_6 = K \cdot P_3$	$0.5(n^2m + nm)$	$0.5(n^2m + nm - n^2 - n)$		
25	$P = P_2 - P_6$		$0.5(n^2 + n)$		

*) Οι ποσότητες αυτές υπολογίζονται σε κάθε κύκλο αν είναι συναρτήσεις του x .

***) Έχει δοθεί μια μέση ποσότητα. Οι υπολογισμοί των μη-γραμμικών $f(x)$ & $h(x)$ μπορεί να είναι λιγότεροι ή και περισσότεροι, αναλόγως του μοντέλου.

ΠΙΝΑΚΑΣ 10.2β Υπολογιστική Ανάλυση των Βημάτων του Ε.Α.Κ (Αποθήκευση).

	ΒΗΜΑ ΑΛΓ.	1	2	3	4	5	6	7	8
1	x	n							
2	P		$0.5(n^2+n)$						
3	Q			$0.5(p^2+p)$					
4	G				np				
5	$G_1 = G \cdot Q$					np			
6	$Q_1 = G_1 \cdot G^T$			$0.5(n^2+n)$					
7	F				n^2				
8	$F_1 = F \cdot P$					n^2			
9	$P_1 = F_1 \cdot F^T$								
10	$P_2 = P_1 + Q_1$								
11	$x_1 = f(x)$								
12	H				mp				
13	$z_1 = h(x)$					mp			
14	z							m	
15	$z_2 = z - z_1$								
16	$P_3 = H \cdot P_2$					mp			
17	$P_4 = P_3 \cdot H^T$			$0.5(m^2+m)$					
18	R								$0.5(m^2+m)$
19	$P_2 = P_4 + R$			$0.5(m^2+m)$					
20	$A = P_2^{-1}$								
21	$K = P_3^T \cdot A$				mp				
22	$x_2 = K \cdot z_2$	n							
23	$x = x_1 + x_2$	n							
24	$P_6 = K \cdot P_3$			$0.5(n^2+n)$					
25	$P = P_2 - P_6$		$0.5(n^2+n)$						
	ΣΥΝΟΛΟ	n	$0.5(n^2+n)$	max	max	max	n	m	$0.5(m^2+m)$

Α. Χρονικά Μεταβαλλόμενα Μοντέλα

Αποθήκευση:

$$0.5n^2 + 2.5n + 0.5m^2 + 1.5m + 2\max[n^2, nm] + \max[\frac{1}{2}(m^2 + m), \frac{1}{2}(n^2 + n)]$$

Υπολογισμοί:

$$\text{ΠΟΛΛ.: } 1.5n^3 + 0.5n^2 + 0.5m^3 + 1.5m^2 - m + 2nm + 1.5n^2m + 1.5nm^2 + np^2 + 0.5n^2p + 0.5np$$

$$\text{ΠΡ/ΑΦ: } 1.5n^3 - n^2 - 0.5n + 0.5m^3 + 0.5m + 1.5n^2m + 1.5nm^2 + np^2 + 0.5n^2p - 0.5np$$

$$\text{ΔΙΑΙΡ.: } 2m - 1$$

$$\text{T.ΡΙΖΑ: } m$$

Β. Χρονικά Σταθερά Μοντέλα

Αποθήκευση:

$$0.5(m^2 + m + p^2 + p) + 0.5n^2 + 2.5n + m + 2\max[n^2, nm] + \max[\frac{1}{2}(m^2 + m), \frac{1}{2}(n^2 + n)]$$

(----- μόνιμη -----) (----- βοηθητική -----)

Υπολογισμοί:

$$\text{ΠΟΛΛ.: } 1.5n^3 + 0.5n^2 + 0.5m^3 + 1.5m^2 - m + 2nm + 1.5n^2m + 1.5nm^2 + np^2 + 0.5n^2p + 0.5np$$

$$\text{ΠΡ/ΑΦ: } 1.5n^3 - n^2 - 0.5n + 0.5m^3 + 0.5m + 1.5n^2m + 1.5nm^2 + np^2 + 0.5n^2p - 0.5np$$

$$\text{ΔΙΑΙΡ.: } 2m - 1$$

$$\text{T.ΡΙΖΑ: } m$$

Γ. Αλλαγές για Χρήση από το Α.Α.Λ.

$$\text{Αποθήκευση: } +0.5m^2 + 0.5m \quad (\text{βοηθητική})$$

10.2.2.4 Αυτοπροσαρμοζόμενος Αλγόριθμος Λαϊνιάτη (Α.Α.Λ.)

Όπως είδαμε στο κεφάλαιο 5, ο Α.Α.Λ χρησιμοποιεί μία τράπεζα επί μέρους αλγορίθμων. Έτσι, στον υπολογισμό των απαιτήσεων εμφανίζονται επί πλέον οι παρακάτω παράμετροι:

S = το πλήθος των επί μέρους Αλγορίθμων.

F_x = οι απαιτήσεις των επί μέρους Αλγορίθμων.

(όπου x = Αποθ, Πολλ, ΠΡΑΦ, Διαίρ, ή, Τρίζα)

q = το πλήθος των όρων Taylor για την ανάπτυξη και υπολογισμό του e^x .

ΠΙΝΑΚΑΣ 10.3 Υπολογιστική Ανάλυση των Βημάτων του Α.Α.Λ.

	ΒΗΜΑ ΑΛΓ.	ΠΟΛΛ	ΠΡ/ΑΦ	ΔΙΑΙΡ	Τ.Ρ.	ΑΠΟΘ
1	$P(\theta_i/k-1)$					S
2	$z_i(k/k-1, \theta_i)$					m
3	$P_x(k/k-1, \theta_i)$					$0.5(m^2+m)$
4	$P_z = P_z^{-1}$	$S \cdot 0.5(m^3+3m^2-2m)$	$S \cdot 0.5(m^3-m)$	$S \cdot (2m-1)$	$S \cdot m$	
5	$D = P_z ^{-1/2}$			$S \cdot 1$	$S \cdot 1$	
6	$A = z^T \cdot P_z$	$S \cdot m^2$	$S \cdot (m^2-m)$			m
7	$B = A \cdot z$	$S \cdot m$	$S \cdot (m-1)$			
8	$C = -0.5 \cdot B$	$S \cdot 1$				
9	$\text{Exp}\{C\}$	$S \cdot (2q-2)$	$S \cdot q$	$S \cdot (q-1)$		
10	$L = D \cdot \text{Exp}\{C\}$	$S \cdot 1$				
11	$L(i)$					S
12	$P_{Li} = P(\theta_i/k-1) \cdot L(i)$	S				στο 11
13	$ST = \sum P_{Li}$		$S - 1$			
14	$P(\theta_i/k) = P_{Li} / ST$			S		
15	$x(k, \theta_i)$					$S \cdot n$
16	$x(k) = \sum P(\theta_i/k) \cdot x(k, \theta_i)$	$S \cdot n$	$(S-1) \cdot n$			n
17	$xD = x(k) - x(k, \theta_i)$		$S \cdot n$			n
18	$X2 = xD \cdot xD^T$	$S \cdot 0.5(n^2+n)$				$0.5(n^2+n)$
19	$P_i(k/k)$					$S \cdot 0.5(n^2+n)$
20	$X2 = X2 + P_i(k/k)$		$S \cdot 0.5(n^2+n)$			
21	$X2 = X2 \cdot P(\theta_i/k)$	$S \cdot 0.5(n^2+n)$				
22	$P(k/k) = P(k/k) + X2$		$S \cdot 0.5(n^2+n)$			$0.5(n^2+n)$

Α. Χρονικά Μεταβαλλόμενα Μοντέλα

Αποθήκευση:

$$n^2 + 3n + 0.5m^2 + 2.5m + S [2 + n + \frac{1}{2}(n^2 + n) + F_{Αποθ}]$$

Υπολογισμοί:

$$\text{ΠΟΛΛ.: } S [n^2 + 2n + 0.5m^3 + 2.5m^2 + 2q + 1 + F_{Πολλ}]$$

$$\text{ΠΡ/ΑΦ: } S [n^2 + 3n + 0.5m^3 + m^2 - 0.5m + q + F_{ΠρΑφ}] - n - 1$$

$$\text{ΔΙΑΙΡ.: } S [2m + q + F_{Διαίρ}]$$

$$\text{T.PIZA: } S [m + 1 + F_{ΤΡίζα}]$$

Αποθήκευση σε περίπτωση που δεν ζητείται το συνολικό $P(k/k)$:

$$n + 0.5m^2 + 2.5m + S [2 + n + F_{Αποθ}]$$

Υπολογισμοί σε περίπτωση που δεν ζητείται το συνολικό $P(k/k)$:

$$\text{ΠΟΛΛ.: } S [n + 0.5m^3 + 2.5m^2 + 2q + 1 + F_{Πολλ}]$$

$$\text{ΠΡ/ΑΦ: } S [n + 0.5m^3 + m^2 - 0.5m + q + F_{ΠρΑφ}] - n - 1$$

$$\text{ΔΙΑΙΡ.: } S [2m + q + F_{Διαίρ}]$$

$$\text{T.PIZA: } S [m + 1 + F_{ΤΡίζα}]$$

Β. Χρονικά Σταθερά Μοντέλα

Οι απαιτήσεις είναι ίδιες με τις προηγούμενες εκτός από την αποθήκευση των επιμέρους φίλτρων που διακρίνεται σε δύο ποσότητες και μόνο η μόνιμη πολλαπλασιάζεται με το πλήθος των φίλτρων.

Αποθήκευση:

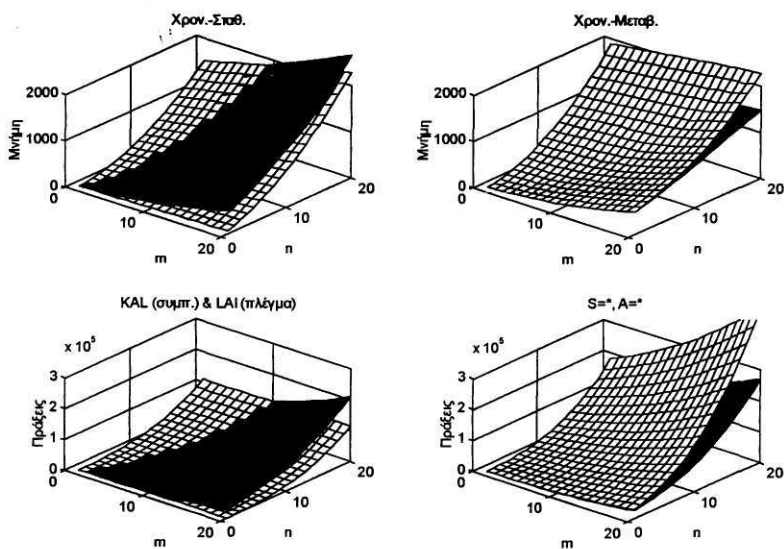
$$n^2 + 3n + 0.5m^2 + 2.5m + S [2 + n + \frac{1}{2}(n^2 + n) + F_{ΜονΑποθ}] + F_{ΒοηθΑποθ}$$

10.2.3 Σύγκριση των Υπολογιστικών Απαιτήσεων

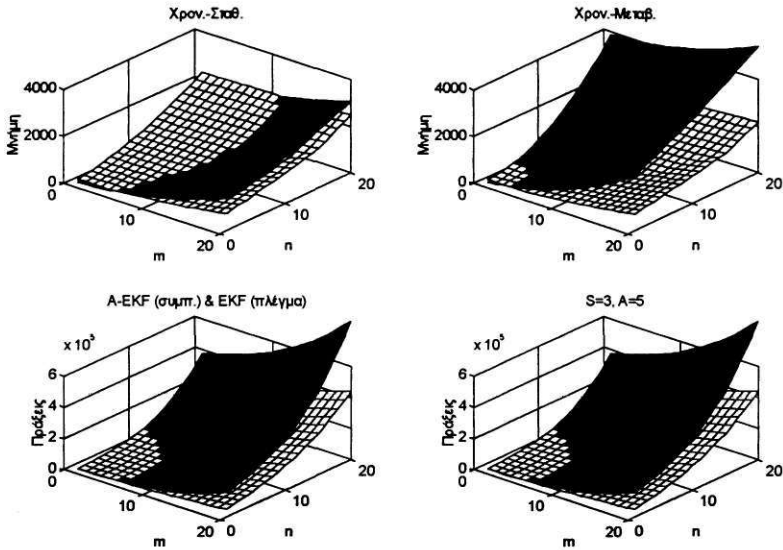
Για τη σύγκριση των απαιτήσεων των αλγορίθμων επλέχθησαν οι παρακάτω τιμές των παραμέτρων που περιγράφουν τις διαστάσεις του προβλήματος.

- Το μέγεθος του διανύσματος κατάστασης (n) θα κυμαίνεται από 1 έως 20.
- Το μέγεθος του διανύσματος εισόδου (p) είναι ίσο με το κατάστασης (m).
- Το μέγεθος του διανύσματος εξόδου (m) θα κυμαίνεται από 1 έως 20.
- Το Αυξημένο διάνυσμα κατάστασης (A) στον ΕΑΚ θα κυμαίνεται από 1 έως 5
- Το πλήθος των επί μέρους φίλτρων του ΑΑΛ θα κυμαίνεται από 1 έως 5

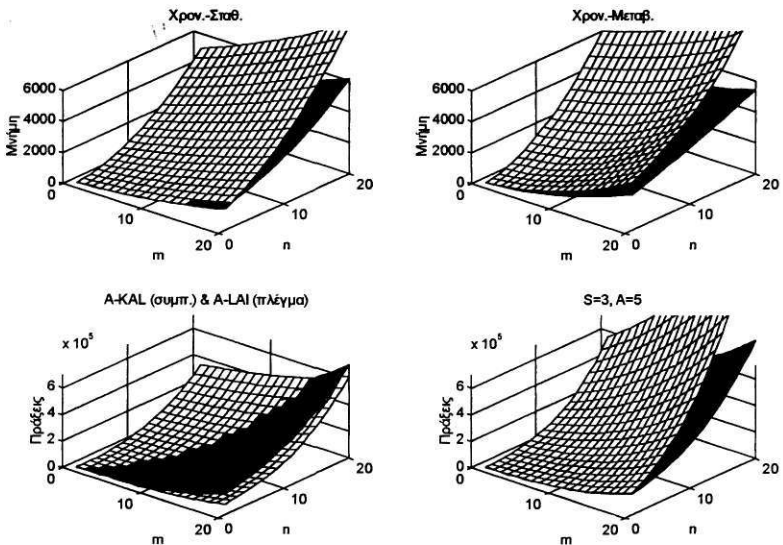
Σύμφωνα με τα παραπάνω, υπολογίστηκαν οι απαιτήσεις μνήμης και πράξεων για όλους τους αλγορίθμους και για όλους τους συνδυασμούς των διαστάσεων των μοντέλων. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα παρακάτω διαγράμματα.



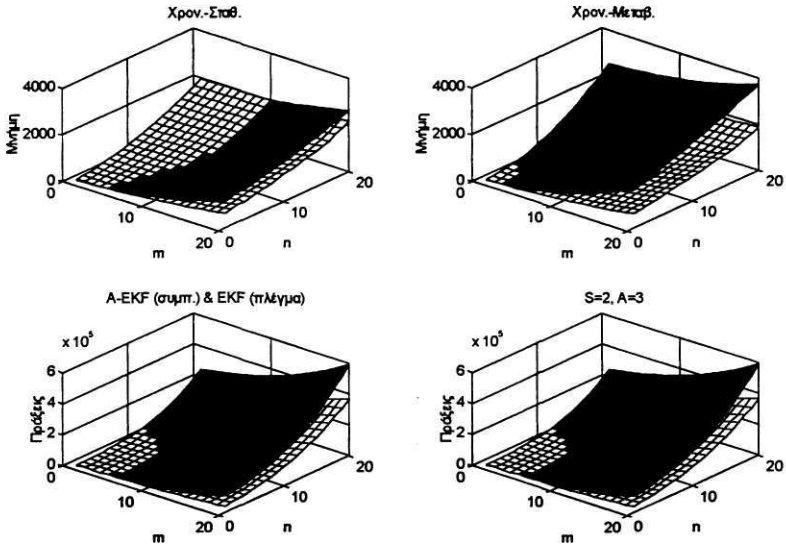
ΣΧΗΜΑ 10.1: Σύγκριση των απαιτήσεων των γραμμικών αλγορίθμων Kalman (συμπαγής επιφάνεια) & ΑΔΛ (πλέγμα), για όλη τη περιοχή τιμών $n=1 \dots 20$ & $m=1 \dots 20$.



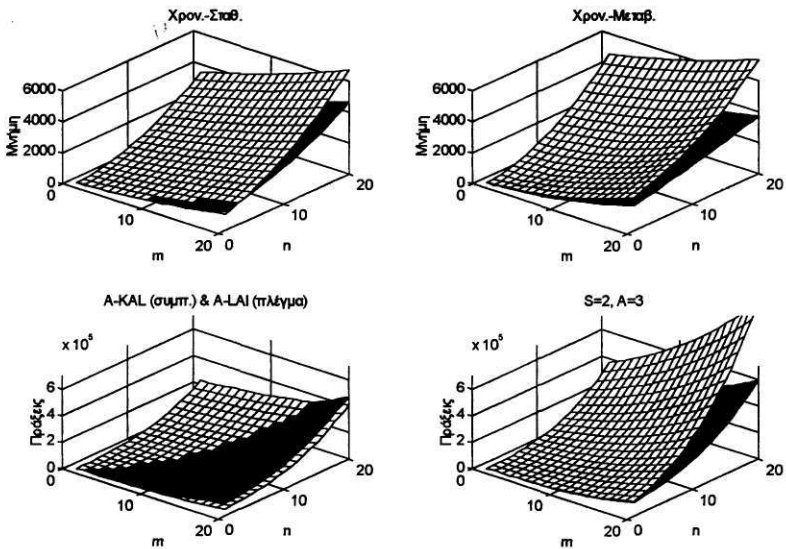
ΣΧΗΜΑ 10.2: Σύγκριση των απαιτήσεων των αλγορίθμων ΑΑΚ με ΕΑΚ (συμπαγής επιφ.) & ΕΑΚ (πλέγμα), για τη περιοχή τιμών $n=1 \dots 20$ & $m=1 \dots 20$, με $S=3$ & $A=5$.



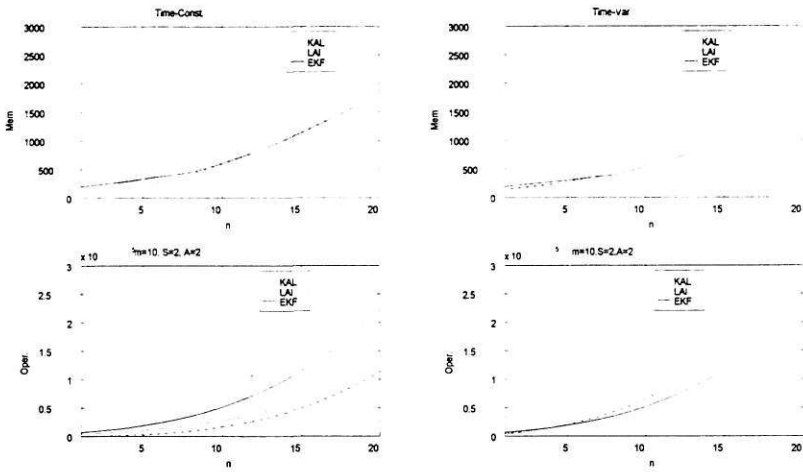
ΣΧΗΜΑ 10.3: Σύγκριση των απαιτήσεων των αλγορίθμων ΑΑΚ με Kalman (συμπαγής επιφάνεια) & ΑΑΚ με ΑΑΚ (πλέγμα), για όλη τη περιοχή τιμών $n=1 \dots 20$ & $m=1 \dots 20$, με $S=3$ & $A=5$.



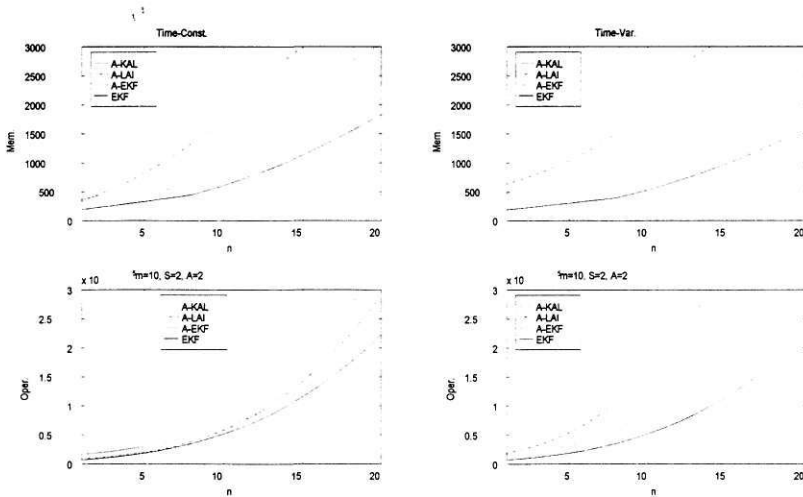
ΣΧΗΜΑ 10.4: Σύγκριση των απαιτήσεων των αλγορίθμων ΑΑΛ με ΕΑΚ (συμπαγής επιφ.) & ΕΑΚ (πλέγμα), για τη περιοχή τιμών $n=1 \dots 20$ & $m=1 \dots 20$, με $S=2$ & $A=3$.



ΣΧΗΜΑ 10.5: Σύγκριση των απαιτήσεων των αλγορίθμων ΑΑΛ με Kalman (συμπαγής επιφάνεια) & ΑΑΛ με ΑΔΛ (πλέγμα), για όλη τη περιοχή τιμών $n=1 \dots 20$ & $m=1 \dots 20$, με $S=2$ & $A=3$.



Σχήμα 10.6: Σύγκριση υπολογιστικών απαιτήσεων των αλγορίθμων Kalman, A.A.A, & E.A.K, για σταθερά & μεταβαλλόμενα γραμμικά μοντέλα ($m=10$, $augm.=2$).



Σχήμα 10.7: Σύγκριση υπολογιστικών απαιτήσεων των αλγορίθμων A.A.A, & E.A.K, για σταθερά & μεταβαλλόμενα παραμετρικά ή μη-γραμμικά μοντέλα ($m=10$, $augm.=2$, $S=2$).

Από τα παραπάνω διαγράμματα διαπιστώνεται ότι:

1. Όταν χρησιμοποιούνται γραμμικοί αλγόριθμοι και τα μοντέλα είναι χρονικά σταθερά, ο οικονομικότερος κρίνεται από τη διάσταση του μοντέλου. Αν οι διαστάσεις των μετρήσεων (m) και της κατάστασης (n) είναι: $m > 2n$, τότε οικονομικότερος γίνεται ο Α.Δ.Λ (Αλγόριθμος Διαμελισμού Λαϊνιώτη). Διαφορετικά αν $m < 2n$, ή τα μοντέλα είναι χρονικά μεταβαλλόμενα, οικονομικότερος είναι ο αλγόριθμος Kalman.
2. Όταν χρησιμοποιούνται μη γραμμικοί αλγόριθμοι (ΕΑΚ, ΑΑΛ) οικονομικότερος είναι ο ΕΑΚ εφόσον δεν χρησιμοποιεί επαυξημένο διάνυσμα για τη ταυτοποίηση παραμέτρων.
3. Όταν χρησιμοποιείται επαυξημένο διάνυσμα στον Ε.Α.Κ με πλήθος παραμέτρων ίσο ή μεγαλύτερο της κατάστασης, τότε ο αντίστοιχος Α.Α.Λ που χρησιμοποιεί απλούς Ε.Α.Κ μπορεί να είναι οικονομικότερος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11 : ΓΕΝΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Τα αποτελέσματα της παρούσας διατριβής καταδεικνύουν, τις δυνατότητες βελτίωσης που προσφέρει η εφαρμογή των μη-γραμμικών αλγορίθμων, σε προβλήματα αξιοπιστίας και υπολογισμού του χρόνου ζωής των κατασκευών.

Η εφαρμογή των μη-γραμμικών μεθόδων σε πολύπλοκα προβλήματα όπου κυριαρχούν απλές γραμμικές λύσεις και που απουσιάζουν τα κατάλληλα μοντέλα, δεν είναι καθόλου απλή. Οι μεγαλύτερες δυσκολίες είναι, η δημιουργία /προσαρμογή /επιλογή των κατάλληλων μοντέλων, και εν συνεχεία , η ρύθμιση των αλγορίθμων σε αυτά και στις μεθόδους παρατήρησης που θα χρησιμοποιηθούν.

Κατά συνέπεια διακινούμε τα τρία παρακάτω στάδια στη παρούσα διατριβή:

1. την πειραματική καταγραφή, συλλογή και ανάλυση **πραγματικών δεδομένων**,
2. την συλλογή, προσαρμογή και σύγκριση **υποψήφιων μοντέλων**, και,
3. τη ρύθμιση, εφαρμογή και σύγκριση της απόδοσης των **προηγμένων μη-γραμμικών αλγορίθμων**.

Στο κάθε στάδιο αφιερώθηκαν ένα ή περισσότερα κεφάλαια της διατριβής, ανάλογα με τη διαφοροποίηση ή την έκταση του, και προέκυψαν τα παρακάτω αποτελέσματα.

Κατά το πρώτο στάδιο, και όσον αφορά τις **μη-καταστροφικές μεθόδους ελέγχου** (Non-Destructive Testing/Evaluation – NDT/NDE), διαπιστώθηκε ότι:

α) οι μετρήσεις με μικροσκόπιο σε δοκίμια είναι οι πιο ακριβείς και αποτελούν τη πλέον κατάλληλη μέθοδο για την ταυτοποίηση των παραμέτρων των μοντέλων του υλικού.

β) απαιτούνται συνδυασμένα πειράματα με δοκίμια όπου να συνυπάρχουν, αξιόπιστες μέθοδοι (μικροσκόπιο, εκτασιόμετρο, X-ray) και νέες υπό μελέτη μέθοδοι (ακουστικές & θερμικές εκπομπές, πτώση δυναμικού, κλπ), ώστε, να συνδυάζονται σε πραγματικό χρόνο η εξέλιξη της ρωγμής με τα δεδομένα κάθε μεθόδου. Μόνο έτσι θα προκύψουν για κάθε NDT/NDE μέθοδο, μοντέλα εξόδου του τύπου $z = f(a) + v$, που να μπορούν να συνεισφέρουν σε αξιόπιστες εκτιμήσεις.

γ) η στατιστική φύση του φαινομένου της διάδοσης των ρωγμών οδηγεί αναπόφευκτα στη χρήση στοχαστικών μοντέλων και αλγορίθμων για την αξιόπιστη αναπαράσταση και κυρίως τη πρόβλεψή του.

Στο δεύτερο στάδιο έγινε συλλογή και μελέτη των **μοντέλων διάδοσης των ρωγμών** όλων των κατηγοριών. Τα μοντέλα δοκιμάστηκαν σε πραγματικά δεδομένα ώστε να διαπιστωθεί η ικανότητά τους να **αναπαράγουν το φαινόμενο** με ακρίβεια. Στο στάδιο αυτό δεν καταλήξαμε απλά στην επιλογή κάποιου μοντέλου, αλλά στη δημιουργία μιας τυπικής **διαδικασίας αξιολόγησης** κάθε νέου μοντέλου που προτείνεται με τη χρήση ΓΕΤ και ΜΓΕΤ (Μη-Γραμμικών Ελαχίστων Τετραγώνων), ώστε να συγκρίνεται με ίσους όρους με υπάρχοντα και ήδη μελετημένα μοντέλα. Τα βασικά συμπεράσματα είναι ότι:

α) γενικά δεν υπάρχει πλήρης κατανόηση του φαινομένου της διάδοσης των ρωγμών και τα προτεινόμενα από τους ερευνητές μοντέλα είναι ημιεμπειρικά.

β) τα κλειστά μη-γραμμικά μοντέλα ARIMA που δοκιμάστηκαν έδωσαν προβλέψεις μεγάλης ακρίβειας ενώ δεν διέθεταν καμία εσωτερική γνώση του φαινομένου.

γ) τα ημιεμπειρικά μοντέλα βασίζονται γενικά σε μια εξίσωση που ταιριάζει στις πειραματικές καμπύλες και η οποία εμπλουτίζεται με παραμέτρους και συντελεστές του υλικού και των συνθηκών. Τα απλά μοντέλα διαθέτουν λίγους ενώ τα πολύπλοκα περισσότερους τέτοιους συντελεστές, ώστε να ρυθμίζονται καλύτερα στις αλλαγές των πειραματικών συνθηκών, και τα αποτελέσματα για τις παραμέτρους του υλικού να μεταφέρονται και σε άλλες περιπτώσεις. Η πολυπλοκότητα ενός μοντέλου δεν σημαίνει ακριβέστερη αναπαράσταση του φαινομένου αλλά καλύτερη μεταφορά (portability) των αποτελεσμάτων. Απλούστερα μοντέλα μπορούν να δώσουν μεγαλύτερη ακρίβεια.

δ) η λογαριθμική μορφή στην οποία συχνά διατυπώνονται τα μοντέλα λόγω γραμμικότητας, είναι και η πιο ανακριβής στην αναπαράσταση του φαινομένου.

ε) η ακριβέστερη αναπαράσταση των πειραματικών δεδομένων (ελάχιστο ΜΤΣ) επιτυγχάνεται με την αναδρομική μορφή των εξισώσεων. Η χρήση δηλαδή του ίδιου μοντέλου για ταυτοποίηση και τη προσομοίωση, και η αποφυγή μετατροπών στα δεδομένα, βελτιώνουν απόλυτα την ακρίβεια των μεθόδων.

στ) διαπιστώθηκε ότι τα ημιεμπειρικά μοντέλα καλύπτουν πιο ικανοποιητικά την όλη εξέλιξη του φαινομένου αν οι τιμές των παραμέτρων μεταβάλλονται. Ο αυθαίρετος εμπειρικός διαχωρισμός σε τρεις πιο σταθερές περιοχές που χρησιμοποιείται από πολλούς ερευνητές, αντικαταστάθηκε από μια ομαλά εξελισσόμενη παράμετρο C συναρτήσει του μήκους της ρωγμής.

ζ) η στοχαστική μορφή του φαινομένου προσδιορίζεται καλύτερα από την ταυτοποίηση των παραμέτρων ανά πείραμα αντί του νέφους σημείων της κλασικής μεθόδου.

η) η μείωση των αγνώστων παραμέτρων σε μία, θέτοντας τις υπόλοιπες σταθερές και ίσες με το μέσο όρο τους, δεν μειώνει πολύ την ακρίβεια της μεθόδου ενώ βελτιώνει την κανονικότητα της κατανομής της άγνωστης παραμέτρου.

θ) η διατύπωση και ταυτοποίηση των μοντέλων σε αναδρομική μορφή τα προετοιμάζει για την εν συνεχεία διατύπωσή τους με καταστατικές εξισώσεις που απαιτείται από τους προηγμένους αλγόριθμους.

ι) τέλος διαπιστώθηκε ότι, η τυποποιημένη χρήση των ΜΓΕΤ και των αναδρομικών μοντέλων, εκτός της ακριβέστερης περιγραφής του φαινομένου, ανοίγει το δρόμο και σε δεκάδες μοντέλα και νόμους διάδοσης των ρωγμών που, αν και το περιγράφουν καλύτερα, δεν είχαν γραμμική λογαριθμική μορφή και δεν τύχαιναν ευρύτερης χρήσης.

Στο τρίτο στάδιο εφαρμόστηκαν οι πιο προηγμένοι αλγόριθμοι **Ε.Α.Κ (Επεκταμένος Αλγόριθμος Kalman)** και **Α.Α.Λ (Αυτοπροσαρμοζόμενος Αλγόριθμος Λαϊνιώτη)** σε μοντέλα διατυπωμένα σε **καταστατικές εξισώσεις**, για να ερευνηθούν οι περαιτέρω δυνατότητες βελτίωσης που μας δίνουν για πιο αξιόπιστη πρόβλεψη του φαινομένου. Τα βασικά συμπεράσματα είναι ότι:

α) όλες οι απλούστερες μέθοδοι (ΓΕΤ & ΜΓΕΤ) που χρησιμοποιούνται σήμερα αποτελούν υποσύνολα της μεθόδου εκτίμησης του φαινομένου με τον Ε.Α.Κ, και η εκτίμηση με Ε.Α.Κ αποτελεί υποσύνολο της μεθόδου εκτίμησης με τον Α.Α.Λ, οποίος τον χρησιμοποιεί σαν επί μέρους φίλτρο.

β) ο ΕΑΚ και κατ' επέκταση ο ΑΑΛ ρυθμίζονται για κάθε πραγματικό πρόβλημα ώστε να δώσουν το βέλτιστο επιθυμητό αποτέλεσμα. Έτσι, όταν είναι γνωστά τα μοντέλα αλλά η ΝΔΤ μέθοδος ανακριβής ρυθμίζονται για βέλτιστο φιλτράρισμα των μετρήσεων, ενώ όταν οι μετρήσεις είναι αξιόπιστες αλλά τα μοντέλα άγνωστα ρυθμίζονται για βέλτιστη ταυτοποίηση των παραμέτρων και των μοντέλων.

γ) οι αλγόριθμοι εκτιμούν τις παραμέτρους καθώς δέχονται τις νέες μετρήσεις, με αποτέλεσμα να συγκλίνουν στις σωστές τιμές και να προβλέπουν με ακρίβεια το χρόνο ζωής, ακόμη και από το πρώτο 20% των δεδομένων. Αυτό τους καθιστά ιδανικούς για την on-line και έγκαιρη πρόβλεψη του φαινομένου.

δ) η πλήρης άγνοια των αρχικών τιμών των παραμέτρων δεν τους επηρεάζει, καθώς εφαρμόζοντας λείανση (επανάληψη με νέες αρχικές τιμές τις προηγούμενες τελικές) συγκλίνουν πάντα στη βέλτιστη τιμή. Το πλήθος των επαναλήψεων εξαρτάται από τη απόσταση αρχικής και βέλτιστης τιμής και

κυμαίνεται από 5 έως 20. Με τον ίδιο τρόπο αντιμετωπίζεται και τυχόν μεγάλο πλήθος παραμέτρων που θα μπορούσε να καθυστερήσει τη σύγκλιση.

ε) οι EAK & AAL υπολογίζουν σε κάθε βήμα τη διασπορά των εκτιμήσεων και των προβλέψεων του. Έτσι δεν δεσμεύονται από την αρχική άγνοια ή βεβαιότητα αλλά την εξελίσσουν κατά τη διάρκεια της εκτίμησης και βελτιώνουν την ευκρίνεια των αποτελεσμάτων τους.

στ) ο AAL σαν υπερσύνολο του EAK είναι εν γένει πιο απαιτητικός σε υπολογιστικό φόρτο και μνήμη. Η μόνη εξαίρεση είναι η περίπτωση στην οποία προσθέτουμε πολλές παραμέτρους στο επαυξημένο διάνυσμα του EAK, οπότε ο AAL με λίγους και απλούς επί μέρους EAK γίνεται οικονομικότερος.

ζ) ο A.A.Λ είναι ευσταθής και συγκλίνει πάντα στον καλύτερο επί μέρους EAK. Αν κανένας από τους επί μέρους EAK δεν περιγράφει επακριβώς το φαινόμενο, ο AAL χρησιμοποιεί τους επικρατέστερους με την κατάλληλη αναλογία βαρών. Η κατάλληλη επιλογή επιμέρους αλγορίθμων και μάλιστα για τις οριακές περιπτώσεις μας επιτρέπει να σχεδιάσουμε ένα AAL με μηδενική πιθανότητα απόκλισης ή αστοχίας.

η) ο έγκαιρη ταυτοποίηση των παραμέτρων και η ευελιξία των προηγμένων αλγορίθμων μας επιτρέπουν την αξιόπιστη μοντελοποίηση και πρόβλεψη του φαινομένου, με πολύ μικρότερο αριθμό πειραμάτων. Αυτό είναι ζωτικής σημασίας για κατασκευές που παράγονται σε μεγάλη κλίμακα και κυρίως στο τομέα της αεροδιαστημικής και πυρηνικής τεχνολογίας.

θ) η εφαρμογή των EAK & AAL με τα κατάλληλα καταστατικά μοντέλα επιτρέπει τη σύνθεση μετρήσεων και δεδομένων από διαφορετικές πηγές ακόμη και ασύγχρονα. Έτσι είναι δυνατή η ταυτόχρονη χρήση περισσότερων NDT μεθόδων ενώ η αξιολόγηση (βαρύτητα) κάθε δεδομένου να γίνεται αυτόματα από τους αλγορίθμους.

ι) τέλος, η μοντελοποίηση του φαινομένου με τους EAK & AAL δεν περιορίζεται μόνο στο μοντέλο της διάδοσης της ρωγμής αλλά εφαρμόζεται κάλλιστα και στο μοντέλο της NDT μεθόδου για να το βελτιώσει και μαζί τη ποιότητα των μετρήσεων.

Όλες οι εκτιμήσεις και όλα παραπάνω τα αποτελέσματα έχουν ιδιαίτερη βαρύτητα καθώς προέκυψαν από **πραγματικά πειραματικά δεδομένα**. Κατά το στάδιο μελέτης των μοντέλων προέκυψαν, σαν υποπροϊόν, και προσομοιωμένα δεδομένα για κάθε ένα μοντέλο που αξιολογήθηκε. Τα δεδομένα αυτά χρησιμοποιήθηκαν μόνο σαν

ενδιάμεσος έλεγχος της σύγκλισης των αλγορίθμων πριν την εφαρμογή τους στα πραγματικά δεδομένα.

Όπως φάνηκε από τα επιμέρους συμπεράσματα, οι **Μη-Γραμμικοί Αλγόριθμοι Εκτίμησης** βρίσκουν ένα τεράστιο πεδίο εφαρμογής στα προβλήματα αξιοπιστίας των κατασκευών, ιδιαίτερα των σπάνιων, ακριβών ή επικίνδυνων (π.χ. αεροσκάφη, χημικοί & πυρηνικοί αντιδραστήρες, διαστημικά οχήματα, κ.ά.) όπου δεν υπάρχει δυνατότητα για μαζικά πειράματα και σαφή a-priori γνώση.

Η βελτίωση των μοντέλων και των προβλέψεων του χρόνου ζωής οδηγεί αφενός, στην έγκαιρη πρόβλεψη και αποφυγή ατυχημάτων με άμεσα περιβαλλοντικά και οικονομικά οφέλη, και αφετέρου, στην αποφυγή άσκοπων ελέγχων και επισκευών και τη μείωση των πανάκριβων ανταλλακτικών και του εκτός-λειτουργίας χρόνου των εγκαταστάσεων.

ΣΥΝΕΧΙΣΗ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ

Οι εργασίες της παρούσας διατριβής έδειξαν πολλά σημεία του προβλήματος που προσφέρονται για εφαρμοσμένη έρευνα, ή απαιτούν διερεύνηση ή ακόμη προσφέρονται και για τυποποίηση και δημιουργία εφαρμογών σε Η/Υ.

- Σε συνδυασμό με εργαστηριακά πειραματικά δεδομένα οι αλγόριθμοι ΕΑΚ & ΑΑΛ μπορούν να ταυτοποιήσουν τα μοντέλα υπαρχόντων ή νέων μεθόδων Μη-Καταστροφικού Ελέγχου.
- Η μέθοδος των Ακουστικών Εκπομπών προϋποθέτει επιπλέον την αναγνώριση και ταξινόμηση των κυματομορφών. Ο ΑΑΛ μπορεί να υλοποιήσει την Αναγνώριση Προτύπων των Ακουστικών Εκπομπών σε συνδυασμό πάντα με τη κατάλληλη πειραματική υλοποίηση.
- Εκτός από τους ημιεμπειρικούς νόμους διάδοσης ρωγμών που δοκιμάστηκαν στη παρούσα διατριβή, δεκάδες άλλοι έχουν προταθεί και προτείνονται συνεχώς από ερευνητές. Η συγκριτική μελέτη τους κάτω από ένα τυποποιημένο περιβάλλον μη γραμμικών μεθόδων και πειραματικών δεδομένων απουσιάζει από τη βιβλιογραφία.
- Η διαπίστωση της διακύμανσης της παραμέτρου C κατά την εξέλιξη του φαινομένου και η τυποποιημένη αντιμετώπισή με την κατάτμηση των καμπυλών σε τρεις πιο γραμμικές περιοχές για τα λογαριθμικά μοντέλα, οδηγεί στην ανάγκη παρακάτω διερεύνησης. Η παράμετρος μπορεί να παρασταθεί, σαν μια συνάρτηση του μήκους της ρωγμής, ή, σαν ένα σύνολο 3 σταθερών τιμών μία για κάθε

περιοχή, κλπ. Επίσης, η επιλογή των ορίων των γραμμικών περιοχών μπορεί να αποφασίζεται αυτόματα με την εξέλιξη του πειράματος, από έναν ΑΑΛ.

- Η ανάπτυξη των ρουτινών των μοντέλων και των αλγορίθμων σε ένα ενιαίο περιβάλλον προγραμματισμού το MATLAB, θέτει τις βάσεις για τη δημιουργία ενός γενικότερου πακέτου εργαλείων με την υλοποίηση των Μη-Γραμμικών Αλγορίθμων σε περιβάλλον MATLAB, και τη χρήση τους μέσα από ένα πιο φιλικό γραφικό περιβάλλον, είτε για εκπαιδευτικούς είτε για ερευνητικούς σκοπούς.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 : ΓΕΝΙΚΗ ΕΙΣΑΓΩΓΗ

- 1.1 Σκοπός της διατριβής
- 1.2 Προσδιορισμός του προβλήματος
 - 1.2.1 Κλασικές προσεγγίσεις
 - 1.2.2 Ανάγκη νέων μεθόδων και υψηλότερης απόδοσης
 - 1.2.3 Προηγούμενη δουλειά, βιβλιογραφία
- 1.3 Περιεχόμενο διατριβής
- 1.4 Αποτελέσματα και Συμβολή

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 : ΔΟΜΙΚΗ ΑΞΙΟΠΙΣΤΙΑ ΤΩΝ ΕΞΑΡΤΗΜΑΤΩΝ ΠΥΡΗΝΙΚΩΝ ΕΓΚΑΤΑΣΤΑΣΕΩΝ

- 2.1 Εισαγωγή
- 2.2 Το Δοχείο Πίεσης των Αντιδραστήρων
- 2.3 Διάδοση Ρωγμών σε Υλικά Λόγω της Κόπωσης
 - 2.3.1 Κόπωση
 - 2.3.2 Δημιουργία των Ρωγμών
 - 2.3.3 Διάδοση των Ρωγμών
 - 2.3.4 Ο Ρόλος του Συντελεστή K
 - 2.3.5 Πρόβλεψη της Αστοχίας του Υλικού και η Διάρκεια-Ζωής του
 - 2.3.6 Η Στατιστική Φύση του Προβλήματος
- 2.4 Μέθοδοι Πιστοποίησης της Κατάστασης των Υλικών
 - 2.4.1 Μέθοδοι Μη-Καταστρεπτικού Ελέγχου και Επίβλεψης
 - 2.4.2 Οπτικός Έλεγχος Με Μικροσκόπιο
 - 2.4.3 Μέθοδος της Πτώσης Δυναμικού
 - 2.4.4 Μέθοδος της Ακουστικής Εκπομπής
 - 2.4.4.1 Εντοπισμός των Σημάτων Ακουστικής Εκπομπής*
 - 2.4.4.2 Μορφή των Σημάτων Ακουστικής Εκπομπής*
- 2.5 Συμπεράσματα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 : ΜΟΝΤΕΛΑ & ΜΕΘΟΔΟΙ ΠΡΟΒΛΕΨΗΣ ΤΗΣ ΔΙΑΡΚΕΙΑΣ-ΖΩΗΣ ΕΝΟΣ ΥΛΙΚΟΥ ΛΟΓΩ ΤΗΣ ΚΟΠΩΣΗΣ

3.1 Εισαγωγή

3.2 Κριτήρια Σχεδιασμού Εξαρτημάτων υπό Κόπωση

3.2.1 Ο Κανόνας του Miner

3.2.1.1 Χρήση του Κανόνα του Miner στη Βιομηχανία

3.2.1.2 Ακρίβεια του Κανόνα του Miner

3.3 Ημιεμπειρικά Μοντέλα Διάδοσης Ρωγμών

3.3.1 Ο Νόμος του Paris

3.3.1.1 Χρήση του νόμου του Paris - Εφαρμογή κατά ASME

3.3.1.2 Ολοκλήρωση του νόμου του Paris

3.3.1.3 Πρόβλεψη της Διάρκειας-Ζωής

3.3.2 Άλλοι νόμοι Διάδοσης των ρωγμών

3.3.2.1 Η Εξίσωση Forman

3.3.2.2 Η Εξίσωση Larsen

3.3.3 Μοντέλα Καθυστέρησης της Διάδοσης της Ρωγμής

3.3.3.1 Το Μοντέλο του Wheeler

3.3.3.2 Το Μοντέλο του Willenborg

3.3.3.3 Το Μοντέλο του Elber

3.3.4 Τυχαιοποιημένα Μοντέλα των Νόμων Διάδοσης Ρωγμών

3.3.4.1 Η Μέθοδος των Yang, Donath & Salivar

3.3.4.2 Η Μέθοδος του Madsen

3.3.4.3 Η Μέθοδος των Dufresne & Lucia - Κώδικας Covastol

3.3.4.4 Η Μέθοδος των Yang, Salivar & Annis

3.3.5 Γενικότερα Πιθανοτικά Μοντέλα

3.3.5.1 Η Markovian Μέθοδος των Bogdanov & Kozin - Κώδικας Relief

3.3.5.2 Η Μέθοδος CLP του Caldarola

3.4 Συμπεράσματα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 : ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΚΟΠΩΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΠΡΟΤΥΠΩΝ ΤΩΝ ΑΚΟΥΣΤΙΚΩΝ ΕΚΠΟΜΠΩΝ

4.1 Εισαγωγή

4.2 Πειραματικά Δεδομένα από άλλες Ερευνητικές Ομάδες

4.2.1 Τα Δεδομένα του Virkler

4.2.1.1 *Το είδος του Δοκιμίου*

4.2.1.2 *Συνθήκες και Φορτία Καταπόνησης*

4.2.1.3 *Τα Πειραματικά Αποτελέσματα*

4.2.2 Τα Δεδομένα του Ghonem

4.2.2.1 *Το είδος του Δοκιμίου*

4.2.2.2 *Συνθήκες και Φορτία Καταπόνησης*

4.2.2.3 *Τα Πειραματικά Αποτελέσματα*

4.2.3 Στατιστικές Ιδιότητες των Πειραματικών Δεδομένων

4.2.3.1 *Κατανομές N για Συγκεκριμένες Τιμές α*

4.2.3.2 *Κατανομές α για Συγκεκριμένες Τιμές N*

4.3 Εργαστηριακή Καταπόνηση Δοκιμίων CT στο JRC-Ispra

4.3.1 Τα Πειραματικά Δοκίμια και η Συσκευή Καταπόνησης

4.3.2 Παρατηρήσεις Μέσω Μικροσκοπίου

4.3.3 Παρακολούθηση Μέσω της Θερμικής Εκπομπής

4.3.4 Παρακολούθηση Μέσω των Ακουστικών Εκπομπών

4.4 Καταπόνηση Δοκιμίων υπό Κλίμακα στο JRC-Ispra

4.4.1 Τα Πειραματικά Δοκίμια

4.4.2 Οι Συνθήκες Καταπόνησης

4.4.3 Παρακολούθηση Μέσω των Ακουστικών Εκπομπών

4.5 Συλλογή και Κατάταξη Προτύπων των Ακουστικών Εκπομπών

4.5.1 Συλλογή των Δεδομένων των ΑΕ κατά την Διάδοση Ρωγμής

4.5.1.1 *Το σύστημα DATA6000 - Δυνατότητες, Περιορισμοί*

4.5.1.2 *Ρύθμιση και Προγραμματισμός του για Βέλτιστη Απόδοση*

4.5.1.3 *Αποτελέσματα της Καταγραφής των Σημάτων ΑΕ*

4.5.2 Πρότυπα και Κατηγορίες των Ακουστικών Εκπομπών

4.5.2.1 *Βαθμωτά Χαρακτηριστικά των Σημάτων ΑΕ*

4.5.2.2 *Διανυσματικά Χαρακτηριστικά των Σημάτων ΑΕ*

4.6 Συμπεράσματα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 : ΓΡΑΜΜΙΚΟΙ, ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΟΙ ΚΑΙ ΑΥΤΟΠΡΟΣΑΡΜΟΖΟΜΕΝΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ

5.1 Εισαγωγή

5.2 Εκτίμηση, Ψηφιακά Συστήματα και Μοντελοποίησή τους

5.2.1 Εκτίμηση

5.2.2 Ψηφιακή Επεξεργασία Σημάτων

5.2.3 Το Gaussian Μοντέλο ενός Διάκριτου Συστήματος

5.2.4 Αναδρομικοί Αλγόριθμοι

5.2.5 Συνθήκες και Κριτήρια Εκτίμησης

5.2.6 Λόγος Σήματος προς Θόρυβο

5.3 Προβλήματα Μοντελοποίησης Πραγματικών Συστημάτων

5.3.1 Μη-Γραμμικότητα σε ένα Σύστημα

5.3.2 Δομική Αβεβαιότητα ενός Συστήματος

5.3.3 Παραμετρική Αβεβαιότητα ενός Συστήματος

5.4 Αλγόριθμοι Εκτίμησης Κατάστασης και Ταυτοποίησης Μοντέλων

5.4.1 Βασικές Γραμμικές και Μη-Γραμμικές Μέθοδοι Ελαχίστων Τετραγώνων για τη Ταυτοποίηση Μοντέλων

5.4.1.1 Γραμμική Παλινδρόμηση (Linear Regression).

5.4.1.2 Γραμμικά Ελάχιστα Τετράγωνα (Linear Least Squares)

5.4.1.3 Γενικευμένα Ελάχιστα Τετράγωνα (Generalized Least Squares)

5.4.1.4 Μη-Γραμμικά Ελάχιστα Τετράγωνα (NonLinear Least Squares)

5.4.2 Βέλτιστοι Γραμμικοί Αλγόριθμοι Εκτίμησης

5.4.2.1 Αλγόριθμος Kalman

5.4.2.2 Αλγόριθμος Διαμελισμού Λαϊνιώτη (AAL)

5.4.3 Επεκταμένοι Αλγόριθμοι Kalman (EAK)

5.4.3.1 Ο EAK Πρώτης Τάξης

5.4.3.2 EAK Ανώτερης Τάξης και Παραλλαγές του EAK

5.4.4 Αυτοπροσαρμοζόμενοι Αλγόριθμοι Λαϊνιώτη (AAL)

5.5 Εκτίμηση Κατάστασης και Ταυτοποίηση Μη-Γραμμικών Συστημάτων

5.5.1 Είδη Μη-Γραμμικότητας

5.5.2 Συνεχής Γραμμικοποίηση

5.5.3 Γραμμικοποίηση Κατά Μέρη

5.5.4 Παραμετρική Αβεβαιότητα

5.5.5 Συνεχείς Παράμετροι

5.5.6 Διάκριτες Παράμετροι

5.5.7 Ταυτοποίηση της Δομής ενός Συστήματος

5.6 Συμπεράσματα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 : ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΑ ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΡΩΓΜΩΝ, ΓΙΑ ΒΕΛΤΙΩΜΕΝΗ ΠΡΟΒΛΕΨΗ ΤΗΣ ΔΙΑΡΚΕΙΑΣ-ΖΩΗΣ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

6.1 Εισαγωγή

6.2 Προτεινόμενα Εξωτερικά Μοντέλα ARMA

6.2.1 Τυποποιημένη Διατύπωση των Μοντέλων ARMA

6.2.2 Βασικό Μοντέλο ARIMA

6.2.3 Πολλαπλασιαστικό Μη Γραμμικό Μοντέλο ARIMA

6.3 Προτεινόμενα Εσωτερικά (Ημιεμπειρικά) Μοντέλα

6.3.1 Μορφοποίηση Επιλεγμένων Νόμων Διάδοσης Ρωγμών

6.3.1.1 Απλοί Νόμοι - Νόμος Shanley

6.3.1.2 Η Εξίσωση Paris

6.3.1.3 Επεκτάσεις της Εξίσωσης Paris - Εξίσωση Forman

6.3.1.4 Μη Γραμμική εξίσωση Larsen

6.3.2 Προτεινόμενα Ολοκληρωμένα & Αναδρομικά Μοντέλα

6.3.2.1 Μοντέλα S - Βασιζόμενα στο Νόμο Shanley

6.3.2.2 Μοντέλα P - Βασιζόμενα στην Εξίσωση Paris (P-IP, P-CC)

6.3.2.3 Μοντέλα Y - Βασιζόμενα στη Εξίσωση Yang

6.4 Διατύπωση των Νόμων Διάδοσης Ρωγμών με Μοντέλα Χώρου Κατάστασης

6.4.1 Μοντέλα Πρόβλεψης Χρόνου-Ζωής

6.4.1.1 Μη Γραμμικό Μοντέλο Πρόβλεψης Χρόνου-Ζωής

6.4.1.2 Πλήρες Παραμετρικό Μοντέλο Πρόβλεψης Χρόνου-Ζωής

6.4.1.3 Μειωμένο Παραμετρικό Μοντέλο Πρόβλεψης Χρόνου-Ζωής

6.4.1.4 Επέκταση του Μειωμένου Παραμετρικού Μοντέλου με Μεταβαλλόμενη τη Παράμετρο C

6.4.2 Μοντέλα Υπολογισμού της Γήρανσης του Υλικού

6.4.2.1 Μη Γραμμικό Μοντέλο Υπολογισμού της Γήρανσης του Υλικού

6.4.2.2 Παραμετρικό Μοντέλο Υπολογισμού της Γήρανσης του Υλικού

6.4.3 Πολλαπλά Μοντέλα Πρόβλεψης Χρόνου-Ζωής

6.4.3.1 Πολλαπλό Μοντέλο Παραμετρικό από μία Υλοποίηση

6.4.3.2 Πολλαπλό Μοντέλο Επιλογής Βέλτιστης Υλοποίησης

6.5 Συμπεράσματα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 : ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΤΗΣ ΡΩΓΜΗΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ARIMA ΜΟΝΤΕΛΩΝ

7.1 Εισαγωγή

7.2 Τα Υπό Εξέταση ARMA Μοντέλα

7.3 Μορφοποίηση των Πειραματικών Δεδομένων

7.4 Εφαρμογή του Βασικού Μοντέλου ARIMA

7.4.1 Βήμα 1: Προσδιορισμός της Τάξης του Μοντέλου

7.4.2 Βήμα 2: Ταυτοποίηση των Παραμέτρων

7.4.3 Βήμα 3: Διαγνωστικές Δοκιμές και Έλεγχος Απόδοσης

7.5 Εφαρμογή του Πολλαπλ/κού Μη-Γραμμικού Μοντέλου ARIMA

7.5.1 Βήμα 1: Προσδιορισμός της Τάξης του Μοντέλου

7.5.2 Βήμα 2: Ταυτοποίηση των Παραμέτρων

7.5.3 Βήμα 3: Διαγνωστικές Δοκιμές και Έλεγχος Απόδοσης

7.6 Συμπεράσματα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8 : ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΤΗΣ ΡΩΓΜΗΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΩΝ ΗΜΙΕΜΠΕΙΡΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

8.1 Εισαγωγή

8.1.1 Τα Μοντέλα

8.1.2 Οι Μέθοδοι

8.1.2.1 Η Τυποποιημένη Μέθοδος (ASME)

8.1.2.2 Η Μη-Γραμμική Μέθοδος

8.1.3 Οι Συγκρίσεις Απόδοσης

8.2 Ταυτοποίηση των Παραμέτρων των Προτεινόμενων Μοντέλων Διάδοσης Ρωγμής

8.2.1 Μοντέλο Shanley

8.2.1.1 Συνολικά Αποτελέσματα από τις 68 καμπύλες Δεδομένων

8.2.1.2 Στατιστικά Στοιχεία των Εκτιμηθέντων Παραμέτρων

8.2.2 Μοντέλο Paris IP

8.2.2.1 Συνολικά Αποτελέσματα από τις 68 καμπύλες Δεδομένων

8.2.2.2 Στατιστικά Στοιχεία των Εκτιμηθέντων Παραμέτρων

8.2.3 Μοντέλο Paris CC

8.2.3.1 Συνολικά Αποτελέσματα από τις 68 καμπύλες Δεδομένων

8.2.3.2 Στατιστικά Στοιχεία των Εκτιμηθέντων Παραμέτρων

8.2.4 Μοντέλο Yang IP & CC

8.2.4.1 Συνολικά Αποτελέσματα από τις 68 καμπύλες Δεδομένων

8.2.4.2 Στατιστικά Στοιχεία των Εκτιμηθέντων Παραμέτρων

8.3 Απόδοση των Προτεινόμενων Μοντέλων στη Προσομοίωση & την Εκτίμηση της Διάδοσης της Ρωγμής

8.3.1 Μοντέλο Shanley

8.3.2 Μοντέλο Paris IP

8.3.3 Μοντέλο Paris CC

8.3.4 Μοντέλο Yang IP & CC

8.4 Σύγκριση των Μοντέλων - Μεθόδων

8.4.1 Σύγκριση ως προς τις 68 καμπύλες των πειραματικών δεδομένων

8.4.2 Σύγκριση ως προς τη μέση καμπύλη των 68 πειραμάτων (ΜΟ)

8.4.3 Σύγκριση ως προς τα όρια αξιοπιστίας (3σ) & την αντιμετώπιση οριακών περιπτώσεων

8.5 Συμπεράσματα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9 : ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΤΗΣ ΡΩΓΜΗΣ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΚΑΤΑΣΤΑΤΙΚΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΠΡΟΗΓΜΕΝΩΝ ΜΗ-ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

9.1 Εισαγωγή

9.2 Υλοποίηση με το Νόμο SHANLEY

9.2.1 Εκτίμηση της Κατάστασης με ΕΑΚ & Μη-Γραμμικά Μοντέλα

- 9.2.1.1 *Αναλυτικά Αποτελέσματα ανά Καμπύλη Δεδομένων.*
A. Αρχικές Τιμές & Δεδομένα - Αρχική Πρόβλεψη (a-priori)
B. Εκτίμηση της Κατάστασης & Συνεχής Πρόβλεψη
- 9.2.1.2 *Συνολικά Αποτελέσματα απο τις 68 Καμπύλες*
A. Πρόβλεψη του Χρόνου-Ζωής

9.2.2 Εκτίμηση & Ταυτοποίηση Παραμέτρων με ΕΑΚ & Επαυξημένα Μοντέλα

- 9.2.2.1 *Αναλυτικά Αποτελέσματα ανά Καμπύλη Δεδομένων.*
A. Αρχικές Τιμές & Δεδομένα - Αρχική Πρόβλεψη (a-priori)
B. Εκτίμηση της Επαυξημένης Μεταβλητής Κατάστασης
Γ. Επανάληψη των Εκτιμήσεων και Σύγκλιση
Δ. Επίδραση των Αρχικών Τιμών των Παραμέτρων.
I. Άγνωστες αρχικές τιμές
II. Γνωστές ή Πιθανές Αρχικές τιμές
- 9.2.2.2 *Συνολικά Αποτελέσματα απο τις 68 Καμπύλες*
A. Πλήρης μορφή του μοντέλου (με δύο άγνωστες παραμέτρους)
I. Με Προσομοιωμένα Δεδομένα
II. Με Πραγματικά Δεδομένα
B. Μειωμένη μορφή μοντέλου (με μία άγνωστη παράμετρο)
Γ. Πρόβλεψη του Χρόνου-Ζωής

9.2.3 Εκτίμηση & Ταυτοποίηση με ΑΑΛ & Πολλαπλά Μη-Γραμμικά Μοντέλα

- 9.2.3.1 *Αναλυτικά Αποτελέσματα ανά Καμπύλη Δεδομένων.*
A. ΑΑΛ με 3 επί μέρους ΕΑΚ
B. ΑΑΛ με περισσότερους επί μέρους ΕΑΚ

- 9.2.3.2 *Συνολικά Αποτελέσματα απο τις 68 Καμπύλες*

9.2.4 Εκτίμηση & Ταυτοποίηση με ΑΑΛ & Πολλαπλά Επαυξημένα Μοντέλα

- 9.2.4.1 *Αναλυτικά Αποτελέσματα ανά Καμπύλη Δεδομένων.*
A. ΑΑΛ με 3 επί μέρους ΕΑΚ
B. ΑΑΛ με περισσότερους επί μέρους ΕΑΚ
- 9.2.4.2 *Συνολικά Αποτελέσματα απο τις 68 Καμπύλες*

9.2.5 Εκτίμηση & Ταυτοποίηση με ΑΑΛ & Πολλαπλά Μοντέλα Διαφορετικών Υλοποιήσεων

9.2.5.1 *Αναλυτικά Αποτελέσματα ανά Καμπύλη Δεδομένων.*

Α. ΑΑΛ με 3 επί μέρους ΕΑΚ

9.2.5.2 *Συνολικά Αποτελέσματα απο τις 68 Καμπύλες*

9.3 Συμπεράσματα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10 : ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΕΚΤΙΜΗΣΗΣ

10.1 Εισαγωγή

10.2 Υπολογιστική Ανάλυση

10.2.1 Βασικές Προϋποθέσεις της Υπολογιστικής Ανάλυσης

10.2.2 Απαιτήσεις σε Μνήμη και Υπολογισμούς

10.2.2.1 Αλγόριθμος Kalman

A. Χρονικά Μεταβαλλόμενα Μοντέλα

B. Χρονικά Σταθερά Μοντέλα

Γ. Αλλαγές για Χρήση από το ΑΑΛ

10.2.2.2 Αλγόριθμος Διαμελισμού Λαϊνιώτη (ΑΔΛ)

A. Χρονικά Μεταβαλλόμενα Μοντέλα

B. Χρονικά Σταθερά Μοντέλα

Γ. Αλλαγές για Χρήση από το ΑΑΛ

10.2.2.3 Επεκταμένος Αλγόριθμος Kalman (ΕΑΚ) 1ης Τάξης

A. Χρονικά Μεταβαλλόμενα Μοντέλα

B. Χρονικά Σταθερά Μοντέλα

Γ. Αλλαγές για Χρήση από το ΑΑΛ

10.2.2.4 Αντοπροσαρμοζόμενος Αλγόριθμος Λαϊνιώτη (ΑΑΛ)

A. Χρονικά Μεταβαλλόμενα Μοντέλα

B. Χρονικά Σταθερά Μοντέλα

10.2.2 Σύγκριση των Υπολογιστικών Απαιτήσεων

10.3 Συμπεράσματα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11 : ΓΕΝΙΚΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

1. **Σωτηρόπουλος Α. Βλάσης**, "Συσκευές Διεργασιών: Δεξαμενές, Δοχεία Πίεσης", Εκδ. Γιαχούδη-Γιαπούλη, Θεσσαλ., 1986.
2. **ASME Code Section III**, "Boiler and Pressure Vessels, Nuclear Vessels".
3. **H.O. Fuchs & R. I. Stephens**, "Metal Fatigue in Engineering", John Wiley & Sons, Inc., 1980.
4. **ASTM Designation E647-83**, "Standard test method for constant load amplitude FCG rates above 10⁻⁸ m/cycle".
5. **P.C. Paris & F. Erdogan**, "A Critical Analysis of Crack Propagation Laws", Trans. ASME, J. Basic Eng., Vol. 85, No. 4, p. 528, 1963.
6. **D.A. Virkler, B. M. Hillberry & P. K. Goel**, "The Statistical Nature of Fatigue Crack Propagation", Trans. ASME, J. Eng. Materials, Vol. 101, p. 148, Apr. 1979.
7. **V. Moussas**, "A General Non-Linear Method for the Modelling and Identification of the FCG", Techn. Note I.89.93, PER 1743/89, JRC-Ispra, Sep. 1989.
8. **A.C. Lucia, R. Brunnhuber & J. Elbaz**, "COVASTOL: A New Computer Code for the Evaluation of Pressure Vessel Failure Probability", 5th SMiRT, Berlin, 1979.
9. **G.Arman, D. Basile**, "Metodi di Valutazione della vita residua di componenti strutturali: Programma RELIEF", CCE/Synthesis Contr. No. 2279-83-12ED ISP I-Rep. 5012/3.
10. **W.Dietzel & K. H. Schwalbe**, "Monitoring Stable Crack Growth Using a Combined AC/DC Potential Drop Technique", Materialrpufung 28 Nr. 11, 1986.
11. **T.Baumeister, E. Avallone & T. Baumeister III**, "Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers", McGraw Hill, 1978.
12. **A.C. Lucia**, "Probabilistic Structural Reliability of PWR pressure vessels", Nucl. Eng. Desing 87, pp.35-49, 1985.
13. **A.C. Lucia, J. Dufresne, J. Grandemagne, A. Pellissier-Tanon**, "Etude Probabiliste de la Rupture de Cuve de Reacteurs a Eau Sous Pression", Etude CEA-DSN, EURATOM Ispra, FRAMATOME, 1983.

14. **W.G. Clark, S. C. Chay, D. H. Shaffer**, *"The Role of NDE in Structural Risk Assessment"*, ASME Int. Conf. on Advances in Life Prediction Methods, Albany NY, 1983.
15. **A.M. Freudenthal**, *"Reliability of Reactor Components and Systems Subject to Fatigue and Creep"*, Nucl. Eng. Design 28, pp.196-217, 1974.
16. **A.Luigi**, *"Caratterizzazione delle Sorgenti di Emissione Acustica in Processi di Danneggiamento per Fatica in Recipienti in Pressione di Tipo Nucleare"*, Tesi di Laurea, Polit. di Milano, Fac. di Ingegneria, 1984.
17. **G.Arman, D. Basile**, *"Metodi di Valutazione della Vita Residua di Componenti Strutturali"*, Synthesis s.r.l., Rep.No. 5012/2, CCR Ispra, 1984.
18. **A.C. Lucia**, *"Structural Reliability of PWR Pressure Vessels"*, Advances in Struct. Reliability, A.C. Lucia (ed.), D. Reidel Publ. Company, pp.233-254, 1987.
19. **W.Swindlehurst**, *"Acoustic Emission: Introduction"*, Non Destructive Testing, IPC Business Press Ltd., 1974.
20. **A.M. Freudenthal**, *"New Aspects of Fatigue and Fracture Mechanics"*, Eng. Fract. Mech., Vol. 6, pp.775-793, 1974.
21. **W.Schutz**, *"The Prediction of Fatigue Life in the Crack Initiation and Propagation Stages - A State of the Art Survey"*, Eng. Fract. Mech., Vol. 11, pp.405-421, 1979.
22. **P.Thoft-Christensen & M. J. Baker**, *"Structural Reliability Theory and Its Applications"*, Springer- Verlag, 1982.
23. **A.C. Lucia (ed.)**, *"Programme: Reactor Safety, Research Area 3: LWR Primary Circuit Components Life Prediction"*, Programme Progr. Report, JRC Ispra, 1986.
24. **A.C. Lucia, A. Sala & C. Scruby**, *"Acoustic Emission Measurements During Fatigue Loading of Scaled PWR Vessel at JRC Ispra"*, SMiRT-9 Pre-Conf. Seminar on Acoustic Emission, Aug. 1987.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

1. **M.A. Miner**, *"Cumulative Damage in Fatigue"*, J. Appl. Mech. Trans. ASME 12, pp.159-164, 1945.
2. **W.Schutz**, *"The Prediction of Fatigue Life in the Crack Initiation and Propagation Stages - A State of the Art Survey"*, Eng. Fract. Mech., Vol. 11, pp.405-421, 1979.

3. **M.A. Melcon, W.J. Crichlow & A.J. McCulloch**, "*An Engineering Evaluation of Methods for the Prediction of Fatigue Life in Airframe Structures*", Tech. Rep. ASD-TR-61-134 Lockheed Calif. Comp., 1962.
4. **ASME**, "*Boiler and Pressure Vessel Code, Rules for In-Service Inspection of Nuclear Power Plant Components*", Section XI, Division 1, Appendix A, 1972.
5. **P.C. Paris & F. Erdogan**, "*A Critical Analysis of Crack Propagation Laws*", Trans. ASME, J. Basic Eng., Vol. 85, No. 4, p. 528, 1963.
6. **D.W. Hoepfner & W.E. Krupp**, "*Prediction of component life by application of fatigue crack growth knowledge*", Eng. Fract. Mech., Vol. 6, pp.47-70, 1974.
7. **H.O. Fuchs & R. I. Stephens**, "*Metal Fatigue in Engineering*", John Wiley & Sons, Inc., 1980.
8. **J.M. Larsen, B.J. Schwartz & C.G. Annis, Jr.**, "*Cumulative fracture mechanics under engine spectra*", Tech. Rep. AFML-TR-79-4159, Force Materials Laboratory. WPAFB, Jan., 1980.
9. **J.N. Yang, R.C. Donath & G.C. Salivar**, "*Statistical fatigue crack propagation of In100 at elevated temperatures*", ASME Int. Conf. on Advances in Life Prediction Methods, Albany, NY, 1983.
10. **H.O. Madsen**, "*Stochastic modelling and first order reliability analysis of fatigue crack growth*", Int. Workshop on Stochastic Methods in Struct. Mech., Pavia, 1983.
11. **J. Dufresne & A.C. Lucia**, "*A probabilistic approach to the evaluation of pressure vessels safety margins*" in : Structural Integrity of Light Water Reactor Components, Applied Science Publ., 1982
12. **J.N. Yang, G.C. Salivar & C.G. Annis, Jr.**, "Statistical modelling of fatigue-crack growth in a Nickel-base super-alloy", Eng. Fract. Mech., Vol. 18, pp.257-270, 1983.
13. **J.L. Bogdanoff & F. Kozin**, "*A new cumulative damage model, Part 4*", J. Appl. Mech., Trans. ASME 47, pp.40-44, 1980.
14. **L. Caldarola**, "*Continuous lifetime prediction*", Ispra Course on Structural Reliability, JRC Euratom, Ispra, 1976.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

1. **D.A. Virkler, B.M. Hillberry and P.K. Goel**, "*The Statistical Nature of Fatigue Crack Propagation*", Transactions of ASME, J. Engng Mater. Technol., Vol.101, p.148-153, APR 1979.

2. **H. Ghonem and S. Dore**, *"Probabilistic Description of Fatigue Crack Growth in Aluminium Alloys"*, AFOSR-83-0322, APR 1986.
3. **H. Ghonem and S. Dore**, *"Experimental Study of the Constant-Probability Crack Growth Curves Under Constant Amplitude Loading"*, Engng Fracture Mech., Vol.27, No.1, pp.1-25, 1987.
4. **V.C. Moussas**, *"Acquisition and Analysis of Acoustic Emission Waveforms from PWR Pressure Vessel Fatigue Tests"*, JRC Report TN I.89.72-1709/89, Jun. 1989.
5. **A. D. Melvin, A.C. Lucia and G. P. Solomos**, *"The Thermal Response to Deformation to Fracture of a Carbon/Epoxy Composite Laminate"*, Composites Science and Technology, 46 pp.345-351, 1993.
6. **R. Marini and G. Solomos**, *"Composites Strength Determination via Acoustic Emission"*, JRC Report TN I.94.61-ISEI/IE/2661/94, May 1994.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

1. **Marquardt, D.W.**, *"An algorithm for least-squares estimation of non-linear parameters"*, J.Soc.ind.appl.math. 11:431-441, 1963.
2. **Jaszwinski A.H.** *"Stochastic processes and filtering theory"*. Academic Press New York, 1970.
3. **Anderson B.D.O., and Moore J.B.**, *"Optimal Filtering"*, Prentice-Hall, 1979
4. **G. Lainiotis and V. Moussas**, *"Adaptive Filtering Algorithms and Target Tracking"*, IASTED Identification and Pattern Recognition Conf., Toulouse (F), June 1986.
5. **G. Lainiotis and V. Moussas**, *"Theory and Application of Partitioning Filters for Identification"*, Advanced Seminar on Structural Reliability, JRC-Ispra, May 1987.
6. **S. Katsikas, D. G. Lainiotis and V. Moussas**, *"Lainiotis filters application to sonar and radar tracking: A survey"*, IFAC Workshop on Expert Systems & Signal Processing in Marine Automation, Lyngby (DK), Aug. 1989.
7. **Lainiotis D G. , (L22).** *A non-linear adaptive estimation recursive algorithm* IEEE/AC-13, APR-1968.
8. **Lainiotis D G. Henderson, (L37).** *Application of state variable techniques to optimal feature extraction.* IEEE/Proc-56, DEC-1968.
9. **Hilborn C G. , Lainiotis , (L33).** *Optimal estimation in the presence of unknown parameters.* IEEE/SSC-5, JAN-1969.

10. Sims F L. , Lainiotis , (L35). *Recursive algorithm for the calculation of the Adaptive Kalman Filter weighting coefficients*. IEEE/AC-14, APR-1969.
11. Hilborn C G. Lainiotis , (L32). *Unsupervised learning minimum risk pattern classification for dependent hypotheses and dependent measurements*. IEEE/SSC-5, APR-1969.
12. Lainiotis D G. , (L25). *On a general relationship between estimation, detection and the Bhattacharyya Coefficient*, IEEE/IT-15, JUL-1969.
13. Sengbush R L. , Lainiotis , (L36). *Simplified parameter quantization for adaptive estimation*. IEEE/AC-14, AUG-1969.
14. Lainiotis D G. (L7). *A class of upper bounds on probability of error for multi-hypotheses pattern recognition*. Austin, Texas : Grant-report , 1969.
15. Lainiotis D G. , (L23). *A class of upper bounds on probability of error for multi-hypotheses pattern recognition*. IEEE/IT-15, NOV-1969.
16. Henderson T L. , Lainiotis , (L24). *Comments on linear feature extraction*. IEEE IT-15, NOV-1969.
17. Hilborn C G. Lainiotis , (L38). *Optimal adaptive filter realisations for sample stochastic processes with an unknown parameter*. IEEE/AC-14, DEC-1969.
18. Lainiotis D G. , (L6). *Optimal adaptive estimation: Structure & Parameter adaptation Part 1: Linear models, and continuous data*. Austin, Texas : Grant-report , 1970?71.
19. Lainiotis D G. , Sims , (L27). *Performance measure for adaptive Kalman estimators*. IEEE/AC-15, APR-1970.
20. Lainiotis D G. (L26). *Sequential structure and parameter-adaptive pattern recognition - Part 1: Supervised learning*. IEEE/IT-16, SEP-1970.
21. Lainiotis D G. , (L20). *Supervised learning sequential structure and parameter adaptive pattern recognition: Discrete data case*. IEEE/IT-17, JAN-1971.
22. Lainiotis D G. , Park S K. , Krishnaiah R. , (L21). *Optimal state-vector estimation for non-Gaussian initial state-vector*. IEEE/AC-16, APR-1971.
23. Lainiotis D G. , (L1). *Optimal adaptive estimation: Structure and Parameter Adaptation*. IEEE/AC-16, APR-1971
24. Lainiotis D G. , PARK , (L34). *Probability of error bounds*. IEEE/SMC-7, APR-1971.
25. Lainiotis D G. , (L2). *Optimal non-linear estimation*. Int.J.Control-14, 1971.

26. **Lainiotis D G. , Deshpande , Upadhyay , (L17).** *Optimal adaptive control: A non-linear separation theorem.* Int.J.Gontrol-15, 1971.
27. **Lainiotis D G. (L51).** *Joint Detection, Estimation and System Identification.* J.Inf.Control-19, 1971.
28. **Park S K. , Lainiotis , (L16).** *Monte-Carlo study of the optimal non-linear estimator: linear systems with non-Gaussian initial states.* Int.J.Control-16, 1972.
29. **Lainiotis D G. (L31).** *Optimal linear smoothing: Continuous data case.* Int.J.Control-17, 1973.
30. **Lainiotis D G., Park , (L18).** *On Joint Detection, Estimation and System Identification: Discrete Data Case.* Int.J.Control-17, 1973.
31. **Deshpande J G. , Upadhyay , Lainiotis , (L19).** *Adaptive Control of Linear Stochastic Systems.* Automatica-9, 1973.
32. **Lainiotis D G. , (L43).** *Parameter Estimation Using splines.* Inform.Sciences-7,-1974.
33. **Lainiotis D G. , (L44).** *A Brief Survey.* Inform.Sciences-7,-1974.
34. **Lainiotis D G. , (L45).** *Partitioned Estimation Algorithms, I: Non linear estimation.* Inform.Sciences-7, 1974
35. **Lainiotis D G. , (L46).** *Partitioning Estimation Algorithms, II: Linear Estimation.* Inform. Sciences-7, 1974
36. **Lainiotis D G. , (L3).** *Partitioned Linear Estimation Algorithms: Discrete Case.* IEEE/AC-20, APR-1975.
37. **Lainiotis D G. , (L4).** *Fast Discrete Riccati Equation Solutions: Partitioned Algorithms.* IEEE/AC-20, AUG-1975.
38. **Lainiotis D G. , (L42).** *Fast Riccati Equation Solutions: Partitioned Algorithms.* Milwaukee: Symp.Autom.Comp.Control, 1975., J.Comp.Elect.Engng.-2, NOV-1975.
39. **Lainiotis D G. , (L5).** *Partitioning: A Unifying Framework for Adaptive Systems, I: Estimation.* IEEE/Proc.-64, AUG-1976.
40. **Lainiotis D G. , (L41).** *Partitioning: A Unifying Framework for Adaptive Systems, II: Control* IEEE/Proc.-64, AUG-1976.
41. **Lainiotis D G. , (L28).** *General backwards Markov models.* IEEE/AC-21, AUG-1976.

42. **Lainiotis D G.** , (L29). *Generalised Chandrasekhar Algorithms: Time-varying models*. IEEE/AC-21, OCT-1976.
43. **Lainiotis D G.** , (L30). *Partitioned Ricatti solutions and Integration-free doubling algorithms*. IEEE/AC-21, OCT-1976 .
44. **Lainiotis D G.** , (L47). *A Unifying framework for Linear Estimation: Generalised Partitioned Algorithms*. Inform.Sciences-10, 1976.
45. **Asher R B.** , **Lainiotis .** (L49). *Adaptive Estimation of Doubly Stochastic Poisson Processes*. Inform.Sciences-12, 1977.
46. **Govindaraj K S.** , **Lainiotis** , (LI5). *A Unifying Framework for Discrete Linear Estimation: Generalized Partitioned Algorithms*. Int.J.Control-28, 1978.
47. **Lainiotis D G.** , **Govindaraj** , (L48). *Discrete Riccati-Equation Solutions: Generalised Partitioned Algorithms*. Inform.Sciences-15, 1978.
48. **Lainiotis D G.** , **Maroulis** , **McGillivray** , (L8). *Application of the adaptive partitioning filter to diabetic model identification and forecasting*. Pittsburgh: Modeling & Simulation Conf., APR 1979.
49. **Lainiotis D G.** , **Andrisani** , (L10). *Multipartitioning Linear Estimation Algorithms: Continuous Systems*. IEEE AC-24, DEC-1979.
50. **Lainiotis D G.** , (L9). *Partitioning Filters*. J.Inform.Sciences-17, 1979.
51. **Eulrich B J.** , **Andrisani** , **Lainiotis** (L12). *Partitioning Identification Algorithms*. IEEE/AC-25, JUN-1980.
52. **Lainiotis D G.** , (L40). *Adaptive Dynamic Modelling, Risk Assessment, Failure Detection and Correction*. ISpra Adv.Semin.Struct.Reliab., JUN-1984.
53. **D. G. Lainiotis, S. K. Katsikas and S. D. Likothanassis**, "Optimal Seismic Deconvolution", Signal Processing, Vol. 15, no. 6, pp.375-404, December 1988.
54. **D. G. Lainiotis, S. K. Katsikas and S. D. Likothanassis**, "Minimum Variance Deconvolution", Control and Computers, Vol. 16, no. 2, pp.44-49, July 1988.
55. **S. D. Likothanassis, S. K. Katsikas and G. D. Manioudakis**, " Use of Neural Networks for System Structure Identification", Journal of Non-Linear Analysis: Theory, Methods and Applications, vol.30, No 5, pp. 2953-2952, 1997.
56. **S. D. Likothanassis and S. K. Katsikas**, " Multi - Model Minimum Variance Adaptive Control", Adaptive Control and Signal Processing Journal, Vol.12, pp. 527-535, 1998.

57. **K. G. Berketis, S.K. Katsikas, and S. D. Likothanassis**, "*Multi Model Partitioning Filters And Genetic Algorithms*", Journal of Non-Linear Analysis: Theory, Methods and Applications, vol.30, No 4, pp. 2421-2447, 1997.
58. **G. D. Manioudakis and S. D. Likothanassis**, "*Multi - Model Minimum Variance Control Using Neural Networks*", Neural, Parallel and Scientific Computations Journal, Vol.6, No.5, pp.429-449, 1998.
59. **G. D. Manioudakis, E. N. Demiris and S. D. Likothanassis**, "*A Self-Organised Neural Network Based on the Multi-Model Partitioning Theory*", Neurocomputing ,Vol. 37, pp.1-29, 2001.
60. **G. Beligiannis, E. Demiris and S. Likothanassis**, "*Evolutionary Non-Linear Multimodel Partitioning Filters*", International Journal of Advanced Computational Intelligence, Vol. 5, No. 1, pp. 8-14, 2001.
61. **N. Beligiannis, S. D. Likothanassis and S. K. Katsikas**, "*Evolutionary Multi Model Estimators for System's Structure Identification*", (accepted), Journal of Non-Linear Analysis: Theory, Methods and Applications, (special issue), 2002.
62. **S. Likothanassis, S. Katsikas, E. Demiris, K. Berberidis and G. Foukarakis**, "*DOA Estimation via Extended Lainiotis' Filters vs Subspace Updating Algorithms*", (accepted), Journal of Non-Linear Analysis: Theory, Methods and Applications, (special issue), 2002.
63. **S. D. Likothanassis**, "*Intelligent Multi Model Minimum Variance Controllers*", (accepted), Journal of Non-Linear Analysis: Theory, Methods and Applications, (special issue), 2002.
64. **S. D. Likothanassis, E. F. Georgopoulos, G. D. Manioudakis and A.V. Adamopoulos**, "*Multi Model Partitioning Neural Network Estimators: A Survey of Recent Results*", (accepted), Journal of Non-Linear Analysis: Theory, Methods and Applications, (special issue), 2002.
65. **S. Katsikas, S. Likothanassis, G. Beligiannis, K. Berketis and D. Fotakis**, "*Genetically Determined Variable Structure Multiple Model Estimation*", IEEE Signal Processing, Vol. 49, No. 10, pp. 2253 -2261, October 2001.
66. **S. Katsikas, E. Demiris, S. Likothanassis, A. Leros and N. Nikitakos**, "*Adaptive Direction of Arrival Estimation*", (submitted), IEEE Signal Processing, 2002.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6

1. **G. P. Solomos and V. C. Moussas**, "*A Time Series Approach to Fatigue Crack Propagation*", *Structural Safety*, 9, pp.211-226, (1991).
2. **J.L. Bogdanoff and F. Kozin**, "*Probabilistic models of fatigue crack growth – II*", *Eng. Fract. Mech.*, 20 (1984) 255-270.
3. **G.C. Sih and E.T. Moyer Jr.**, "*Path dependent nature of fatigue crack growth*", *Eng. Fract. Mech.*, 17 (1983) 269-280.
4. **G.E.P. Box and G.M. Jenkins**, "*Time Series Analysis, Forecasting and Control*", Holden-Day, San Francisco, CA, 1976.
5. **SAS Institute Inc.** "*SAS/ETS^(R) User's Guide Version 5 Edition*". Cary NC: SAS Institute Inc., (1984), 738pp.
6. **M. A. Miner**, "*Cumulative Damage in Fatigue*", *J. Appl. Mech. Trans. ASME* 12, pp.159-164, 1945.
7. **W. Schutz**, "*The Prediction of Fatigue Life in the Crack Initiation and Propagation Stages - A State of the Art Survey*", *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 11, pp.405-421, 1979.
8. **M.A. Melcon, W.J. Crichlow & A.J. McCulloch**, "*An Engineering Evaluation of Methods for the Prediction of Fatigue Life in Airframe Structures*", *Tech. Rep. ASD-TR- 61-134 Lockheed Calif. Comp.*, 1962.
9. **ASME**, "*Boiler and Pressure Vessel Code, Rules for In-Service Inspection of Nuclear Power Plant Components*", Section XI, Division 1, Appendix A, 1972.
10. **P.C. Paris & F. Erdogan**, "*A Critical Analysis of Crack Propagation Laws*", *Trans. ASME, J. Basic Eng.*, Vol. 85, No. 4, p. 528, 1963.
11. **G. Solomos & V. Moussas**, "*ARIMA Modelling of Fatigue Crack Propagation*", *JRC Report TN I.89.71-1702/89*, (Jun. 1989).
12. **S. K. Katsikas, S. D. Likothanassis and D. G. Lainiotis**, "*AR Model Identification In The Case Of Unknown Process Order*", *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. ASSP, V.38, no. 5, pp.872-876, May 1990.
13. **E. Demiris and S. Likothanassis**, "*Time Varying, Non-linear AR Model Identification: Lainiotis' Multi Model Methodology*", (accepted), *Journal of Stochastic Analysis and Applications*, 2000.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7

1. **J.T.P. Yao, F. Kozin, Y.-K. Wen, J.-N.-Yang, G.I. Scueller and O.Ditlevsen**, *Stochastic Fatigue, fracture and damage analysis*, Struct. Safety, 3 (1986) 231-267.
2. **W. Schutz**, *The prediction of fatigue life in the crack initiation and propagation stages - A state of the art survey*, Eng. Fract. Mech., 11 (1979) 405-421.
3. **D.A. Virkler et al.**, *The statistical nature of crack propagation*, J. Eng. Mater. Technol. 101 (1979) 148-153.
4. **J.L. Bogdanoff and F. Kozin**, *Probabilistic Models of Cumulative damage*, Wiley, New York, NY, 1985.
5. **Y.K. Lin and J.N. Yang**, *A stochastic theory of fatigue crack propagation*, J.AIAA, 23 (1985) 117-124.
6. **H. Ghonem and S. Dore**, *Probabilistic description of FCG in polycrystalline solids*, Eng. Fract. Mech., 21 (1985) 1151-1168.
7. **K. Sobczyk**, *Modelling of random fatigue crack growth*, Eng. Fract. Mech., 24 (1986) 609-623.
8. **M.J. Newby**, *Markov models for fatigue crack growth*, Eng. Fract. Mech., 27 (1987) 477-482.
9. **G.P. Solomos**, *First passage solutions in fatigue crack propagation*, Probab. Eng. Mech., 4 (1989) 32-39.
10. **F. Kozin and J.L. Bogdanoff**, *A critical analysis of some probabilistic models of fatigue crack growth*, Eng. Fract. Mech., 14 (1981) 59-89.
11. **K. Ortiz and A. Kiremidjian**, *Time series analysis of fatigue crack growth rate data*, Eng. Fract. Mech., 24 (1986) 657-675.
12. **J.L. Bogdanoff and F. Kozin**, *Probabilistic models of fatigue crack growth - II*, Eng. Fract. Mech., 20 (1984) 255-270.
13. **G.C. Sih and E.T. Moyer Jr.**, *Path dependent nature of fatigue crack growth*, Eng. Fract. Mech., 17 (1983) 269-280.
14. **G.E.P. Box and G.M. Jenkins**, *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Holden-Day, San Francisco, CA, 1976.
15. **H.O. Madsen et al.**, *Methods of Structural Safety*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1986.

16. **SAS Institute Inc.** *SAS/ETS^(R) User's Guide Version 5 Edition*. Cary NC: SAS Institute Inc., (1984), 738pp.
17. **O. Ditlevsen and R. Olesen**, *Statistical analysis of the Virkler data on FCG*, Eng. Fract. Mech., 18 (1983) 623-632.
18. **G.E.P. Box and D.R. Cox**, *An analysis of transformations*, J.R. Stat. Soc. B26 (1964) 211-252.
19. **J. Makhoul**, *Linear Prediction: A Tutorial review*, Proc. IEEE, 63 (1975) 561-580.
20. **G. Deodatis and M. Shinozuka**, *Auto-regressive model for non-stationary stochastic processes*. J. Eng. Mech., 114 (1988) 1995-2012.
21. **F. Kozin**, *Autoregressive moving average models of earthquake records*, Probab. Eng. Mech., 3 (1988) 58-63.
22. **M.A. Miner**, "*Cumulative Damage in Fatigue*", J. Appl. Mech. Trans. ASME 12, pp.159-164, 1945.
23. **W. Schutz**, "*The Prediction of Fatigue Life in the Crack Initiation and Propagation Stages - A State of the Art Survey*", Eng. Fract. Mech., Vol. 11, pp.405-421, 1979.
24. **M.A. Melcon, W.J. Crichlow & A.J. McCulloch**, "*An Engineering Evaluation of Methods for the Prediction of Fatigue Life in Airframe Structures*", Tech. Rep. ASD-TR- 61-134 Lockheed Calif. Comp., 1962.
25. **ASME Section XI, Division 1**, "*Boiler and Pressure Vessel Code, Rules for In-Service Inspection of Nuclear Power Plant Components*", Appendix A, 1972.
26. **P.C. Paris & F. Erdogan**, "*A Critical Analysis of Crack Propagation Laws*", Trans. ASME, J. Basic Eng., Vol. 85, No. 4, p. 528, 1963.

ΚΕΦΑΛΑΙΑ 8 & 9

1. **Moussas, G. Solomos and A.C. Lucia**, "A General Method for Raw Fatigue Crack Growth Data Processing and Structural Reliability Assessment", 2nd International Conference on Computational Stochastic Mechanics, Athens (GR), (June 1994).
2. **V. Moussas**, "*A general Non-Linear method for the Modelling and Identification of the Fatigue Crack Growth (FCG)*", JRC Report TN I.89.83-1743/89, (Sep. 1989).
3. **V. Moussas**, "*Parameter Estimation in Non-Linear Model Equations Using the SAS ETS Modeling System*", JRC Report TN I.88.121-1580/88, (Oct. 1988).

4. **V. Moussas**, "*Using M.S.E. Estimation Algorithms for Crack Growth Estimation and Life-Time Prediction on the PWR Pressure Vessel Steel*", JRC Report TN I.87.83-1342/87, (Jul. 1987).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10

1. **D. G. Lainiotis, S. D. Likothanassis and S. K. Katsikas**, "*Adaptive Control Algorithms : A Comparative Computational Analysis -Parallelism*", Control and Computers, Vol. 16, no. 1, pp. 22-27, Jan. 1988.
2. **D. G. Lainiotis, S. D. Likothanassis and S. K. Katsikas**, "*Partitioned Adaptive Control Algorithms: A Comparative Computational Analysis - Parallelism*", Control and Computers, Vol. 15, no 1, pp. 40-50, 1987.
3. **D. G. Lainiotis, S. K. Katsikas and S. D. Likothanassis**, "*Adaptive Deconvolution Of Seismic Signals: Performance, Computational Analysis, Parallelism*", IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol. ASSP-36, no. 11, pp. 1715-1734, November 1988.
4. **S. K. Katsikas, S. D. Likothanassis and D. G. Lainiotis**, "*On The Parallel Implementations Of The Kalman And The Lainiotis Filters And Their Efficiency*", Signal Processing, vol. 18, pp. 289-305, May 1991.