

2η Εργαστηριακή Άσκηση

1. Θεωρήστε έναν διαμερισμό $\{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ του διαστήματος $[a, b] = [-5, 5]$ από $n = 4, 8, 16$ διαστήματα. Σχεδιάστε, για κάθε n , τη γραφική παράσταση της συνάρτησης του Lebesgue $\lambda_n(x) = \sum_{i=0}^n |L_i(x)|$ (βλ. σχέση (5.7) στις σημειώσεις),
- (α) στην περίπτωση που τα $n + 1$ σημεία είναι ισαπέχοντα (ομοιόμορφος διαμερισμός),
- (β) στην περίπτωση που τα $n + 1$ σημεία είναι τα σημεία του Chebyshev.

Τι παρατηρείτε;

2. Θεωρήστε τη συνάρτηση του Runge $f(x) := \frac{1}{1+x^2}$, $x \in [-5, 5]$. Υπολογίστε το πολυώνυμο παρεμβολής Lagrange p_n , βαθμού $n = 4, 8, 16$,
- (α) για ένα διαμερισμό από $n + 1$ ισαπέχοντα σημεία στο $[-5, 5]$, και
- (β) για ένα διαμερισμό από $n + 1$ σημεία Chebyshev στο $[-5, 5]$.

Σχεδιάστε γραφικές παραστάσεις για κάθε περίπτωση. (Σε κάθε γραφική παράσταση θα πρέπει να απεικονίζεται η f και το αντίστοιχο πολυώνυμο παρεμβολής.) Εκτιμήστε για όλες τις περιπτώσεις το μέγιστο σφάλμα της παρεμβολής $\|f - p_n\|_\infty$, από την ποσότητα

$$E_n := \max_{0 \leq i \leq 200} |f(t_i) - p_n(t_i)|,$$

όπου $t_i := a + ih$, $i = 0, 1, \dots, 200$, $h = (b - a)/N$, $N = 200$, $a = -5$, $b = 5$.

3. Υπολογίστε και σχεδιάστε την κυβική spline παρεμβολής και την κυβική spline παρεμβολής Hermite για τη συνάρτηση f του Ερωτήματος 2 και για έναν ομοιόμορφο διαμερισμό από $n = 4, 8, 16$ διαστήματα. Εκτιμήστε και πάλι το μέγιστο σφάλμα μέσω της ποσότητας E_n του προηγούμενου ερωτήματος.

(Αν επιλέξετε να χρησιμοποιήσετε το `matlab` συμβουλευτείτε τη συνάρτηση `interp1`.)

ΠΡΟΣΟΧΗ!

- Αν είχατε παραδώσει την πρώτη εργαστηριακή άσκηση σε ομάδα των δύο ατόμων το ίδιο θα πρέπει να κάνετε και τώρα. Η ομάδα σας θα πρέπει να είναι η ίδια με αυτή της πρώτης εργαστηριακής άσκησης.
- Η εξέταση της άσκησης θα γίνει το Σεπτέμβριο σε ημερομηνία που θα ανακοινωθεί αργότερα.