Αστάθεια αλγορίθμων (FMM, σελ. 19-21.)

Υποθέστε ότι θέλουμε να υπολογίσουμε τα ολοκληρώματα $I_n = \int_0^1 x^n e^{x-1}\,dx$ για διάφορες τιμές του n. Χρησιμοποιώντας ολοκλήρωση κατά μέρη έχουμε

$$\int_0^1 x^n e^{x-1}\,dx = [x^n e^{x-1}]_0^1 - \int_0^1 n x^{n-1} e^{x-1}\,dx = 1 - n\int_0^1 x^{n-1} e^{x-1}\,dx,$$

οπότε καταλήγουμε στον αναδρομικό τύπο

$$I_1 = 1/e, \quad I_n = 1 - n\,I_{n-1}, \quad n = 2, 3, \ldots, \tag{1}$$

για τον υπολογισμό του ολοκληρώματος. Στη θεωρία είδαμε ότι ο αλγόριθμος (1) είναι ασταθής. Τρέξτε το πρόγραμμα Fortran `integu.f`, σε απλή ακρίβεια, που υλοποιεί τον αλγόριθμο (1) για τον υπολογισμό του I_{12}. Τι παρατηρείτε; (Θυμηθείτε τις ιδιότητες του I_n από τη θεωρία).

Ένας ευσταθής αλγόριθμος για τον υπολογισμό του I_n είναι ο εξής:

$$I_{n-1} = (1 - I_n)/n, \quad n = \ldots, 3, 2. \tag{2}$$

Τρέξτε το πρόγραμμα Fortran `integs.f`, σε απλή ακρίβεια, που υλοποιεί τον αλγόριθμο (2) για τον υπολογισμό του I_{12} ξεκινώντας με αρχική τιμή $I_{25} = 0$.